

Правительство Российской Федерации  
Национальный исследовательский университет  
«Высшая школа экономики»

Факультет прикладной математики и кибернетики  
Кафедра механики и математического моделирования

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА**

На тему: «прогнозирование осложнений при критических  
нагрузках сегмента челюсти с искусственными включениями»

Студент группы № М-93

Пронский Михаил Всеволодович

Научный руководитель

Академик РАН, проф., д.т.н. Чумаченко Евгений  
Николаевич

Москва 2013

## **Аннотация**

В настоящее время, в связи с появлением различных систем моделирования, в стоматологии открываются новые возможности исследования лечения и риска осложнений.

В данном дипломном проекте представлен расчет вероятности разрушения губчатой кости при различных нагрузках на здоровый и депульпированный первый премоляр. При помощи программы SolidWorks была построена часть челюсти человека, содержащая необходимый зуб. Также в ней выполнены расчеты для напряжений, возникающих в губчатой кости при перетерании и сдавливании пищи в зависимости от степени резекции премоляра и плотности губчатой кости, найдены места максимальных и минимальных средних напряжений.

## **Содержание:**

Введение.....	2
Глава I. Физическая постановка задачи о расчете НДС при резекции первого премоляра.....	9
Глава II. Математическая постановка задачи о расчете НДС при резекции корня первого нижнего премоляра и установке имплантата.....	12
Глава III. Построение модели и решение поставленной задачи в программе SolidWorks.....	19
Глава IV. Расчеты.....	34
Заключение.....	44
Список литературы.....	46

## Введение

В наше время врачи прибегают к удалению зуба только в тех случаях, когда его уже невозможно спасти или имеются прямые показания к удалению. Поэтому врач в первую очередь должен попытаться хотя бы частично сохранить зуб.

В стоматологии существует несколько методик операций для продления «жизни» зуба. Одной из самых распространенных является резекция корня зуба. Эта методика позволяет остановить воспалительный процесс в периодонте, убрать подвижность зуба.

На практике эта операция производится так: на десне выполняют разрез, через который удаляется участок корня, который инфицирован. Врач при этом открывает себе доступ к каналам зуба, который обязательно должен быть запломбирован. Это позволяет избежать развития инфекций.

Чтобы на удаленном месте быстрее прошел процесс восстановления костной ткани, в рану вводят особые препараты, которые способствуют регенерации ткани. Завершающий этап: разрез на десне зашивается. Теперь зуб, который врач освободил от инфекции, еще послужит человеку.

Однако, процесс депульпирования приводит к раздражению и повреждению тканей периодонта в области верхушки корня зуба. В результате, вместо частично разрушенных волокнистых структур периодонта, развивается плотная фиброзная ткань, которая более жестко связывает зуб с альвеолой на некотором протяжении и уменьшает его подвижность. Замещение части периодонтальной ткани фиброзной изменяет механические свойства системы «зуб-периодонт-челюсть», что необходимо учитывать при оценке риска осложнений, связанных с перегрузкой опорных тканей

депульпированных зубов. При оценке качества того или иного варианта депульпирования, необходимо учитывать не только накопленный экспериментальный и практический опыт, но и современные возможности информационных технологий, а также математический аппарат для создания компьютерных моделей и исследования физико-механических свойств виртуальных биомеханических систем. Предварительное компьютерное моделирование позволяет дать прогноз последствий выбранного способа лечения и оценить возможные осложнения. Это является одним из основных показателей качества и обобщенных параметров оптимизации при оценке результатов стоматологического лечения.

Для расчета напряженно деформированного состояния биомеханической системы «зуб-костные ткани-челюсти», эту сложную, во многом трудно поддающуюся математическому описанию задачу, приведем к более простой биомеханической модели (Рис. 1).

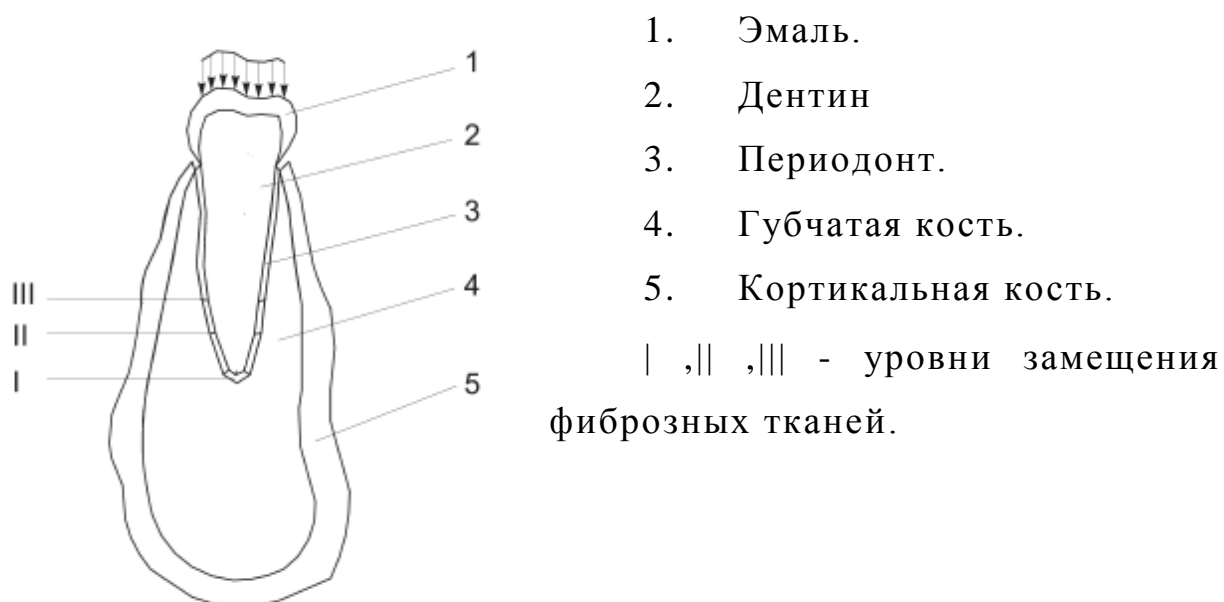


Рис. 1. Биомеханическая модель.

Жевательная нагрузка, прилагаемая через зуб к костной ткани, передается через периодонт на губчатую кость, охватываемую по контуру кортикальной костью. При этом предполагается, что в нижней части внешнего контура кортикальной кости не имеется каких-либо смещений, а на границах смежных подобластей отсутствуют относительные сдвиги.

Все построения и расчеты будут выполняться в программе SolidWorks.

SolidWorks — это продукт компании SolidWorks Corporation, программа предназначенная для трехмерного проектирования САПР и работает под управлением Microsoft Windows. Разработана как альтернатива для двухмерных программ САПР.

Программа появилась в 1993 году и составила конкуренцию таким продуктам как AutoCAD и Autodesk Mechanical Desktop, SDRC I-DEAS (сегодня Unigraphics NX) и Pro/ENGINEER.

SolidWorks – система автоматизированного проектирования, инженерного анализа и подготовки производства изделий любой сложности и назначения. Она представляет собой инструментальную среду, предназначенную для автоматизации проектирования сложных изделий в машиностроении и в других областях промышленности.

SolidWorks является системой гибридного (твердотельного и поверхностного) параметрического моделирования, она предназначена для проектирования деталей и сборок в трёхмерном пространстве (3-D проектирования), а также для оформления конструкторской документации.

Система относится к САПР "среднего класса". В отличие от "тяжелых" САПР (Unigraphics NX, Pro/Engineer, CATIA), разработанных для Unix-платформ, SolidWorks изначально создавалась для работы на персональных компьютерах в системе Microsoft Windows. SolidWorks имеет стандартный графический пользовательский интерфейс Windows, максимально использует все преимущества системы Microsoft Windows, такие как контекстные меню, режим copy-and-paste, режим drag-and-drop, быстрый просмотр, поиск и открытие файлов с помощью проводника, возможность "отката" и др. Кроме того, SolidWorks эффективно взаимодействует с такими Windows-приложениями, как Excel, Word и др. Очевидными достоинствами системы являются ее полная русификация и поддержка ЕСКД, что выгодно отличает SolidWorks от других зарубежных САПР. В системе SolidWorks поддерживаются все основные стандарты представления и обмена данными. В состав базового пакета SolidWorks входит более 20 трансляторов для экспорта и импорта.

Процесс моделирования в SolidWorks начинается с создания эскиза, то есть двумерного профиля или поперечного сечения. Затем эскиз при помощи определенного конструктивного элемента (бобышка, вырез, отверстие, скругление, фаска, оболочка и т.д.) приобретает трехмерный вид. Эскизы могут быть вытянуты, повернуты, рассечены сложным образом или смещены по контуру.

Набор эскизов и конструктивных элементов образуют деталь. Затем детали компонуются в сборку с помощью их взаимного расположения и сопряжения. После проверки работоспособности сборки, на ее основе создаются сборочный чертеж, и чертежи входящих в сборку отдельных деталей.

Трёхмерная модель SolidWorks состоит из деталей, сборок и чертежей. Детали, сборки и чертежи отражают одну и ту же модель в разных документах. Любые изменения, вносимые в модель в одном документе, автоматически отражаются в других документах, содержащих эту модель. Взаимосвязь между деталями, сборками и чертежами гарантирует автоматическую корректировку всех взаимосвязанных элементов модели. [1], [2], [3], [4]



## **Глава I. Физическая постановка задачи о расчете НДС при резекции первого премоляра**

В стоматологии врачи нередко сталкиваются со следующими проблемами:

- воспалительный процесс, локализующийся на верхушке корня,
- перелом корня в верхушечной трети,
- заболевания каналов в зубе с установленным несъемным протезом, и тд.

Во всех эти случаях назначают резекцию корня зуба.

Но, как и для всех операций, для резекции существуют противопоказания. Например:

- если воспалительный процесс локализуется не только в апикальной трети корня, а распространяется на среднюю треть или на фуркацию корней,
- сильная подвижность зуба (2 и 3 степени),
- рецессия десны более чем на 1/3 длины корня,
- если зуб уже не выполняет свои функции.

Сама операция выполняется следующим образом. Сначала на уровне верхушки корня зуба выкраивают небольшой полуовальный слизисто-надкостничный лоскут. Лоскут отслаивается, и в кости делается такое отверстие, чтобы полностью обнажить верхушку корня зуба и воспаленные околоверхушечные ткани. Затем производится непосредственно резекция: верхушку корня срезают перпендикулярно вертикальной оси зуба. Место среза и костные

края раны сглаживаются, после чего производится пломбирование канала корня зуба. Рана промывается антисептическими растворами и ушивается. Заживление происходит в среднем через две недели, костная ткань на месте дефекта начинает образовываться через 3-4 месяца. (Рис. 2)



Рис. 2. Схема резекции.

Чаще всего резекция верхушки корня выполняется на клыках и резцах (реже — на многокорневых зубах). Для обезболивания используют местную анестезию. Сущность местной анестезии — введение с помощью иглы анестетика в область подслизистой десны. Лекарственный препарат с помощью диффузии постепенно проникает сквозь костную ткань и оказывает воздействие на нервные волокна мягких и костных тканей, периодоктальной связки.

Резекция верхушки зуба приводит к укорочению его корня, поэтому дальнейшая устойчивость и функциональность прооперированного зуба уменьшается. Для повышения устойчивости зуба после операции в челюстную кость пациента помещается эндодонто-эндооссальный имплантат (ЭЭИ).

ЭЭИ – это штифт, вводимый через канал корня зуба с целью восстановления нормального коронко-корневого соотношения и укрепления зуба. Имплантат изготавливают из титана, тантала, окиси алюминия. Его поверхность ровная, но может быть и с нарезкой.

ЭЭИ внедряют следующим образом: разрезают десну в области, где хотят установить имплантат, тонкими сверлышками, аккуратно делают в кости полость под имплантат, в эту полость закручивают имплантат. Зашивают сверху десну. (Рис. 3)

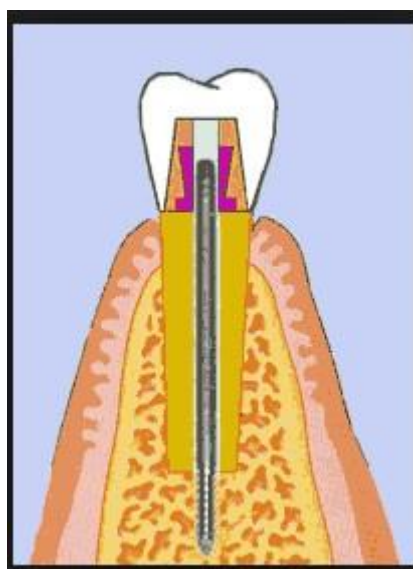


Рис. 3. Установленный имплантат.

Для того, чтобы эндодонто-эндоссальная имплантация была успешной, необходимо наличие как минимум 3-х мм здорового периодонта у верхушки корня. [3], [5], [6]

## Глава II. Математическая постановка задачи о расчете НДС при резекции корня первого нижнего премоляра и установке имплантата

### 2.1. Математическая постановка задачи

Рассмотрим математическую постановку задачи о моделировании сложной медико-биологической системы зубов и костных тканей челюсти. Формализация задачи и применение аппарата механики сплошной среды позволяют описать поведение костных тканей с помощью дифференциальных уравнений. Корректность применения математических приемов моделирования и тестовые расчеты дают основание считать, что решение этих дифференциальных уравнений совместно с заданными граничными условиями достаточно адекватно отражают интересующие нас процессы, происходящие в костных тканях.

Пусть рассматриваемая костная система “зуб-челюсть” занимает область с границей  $S$  в декартовой системе координат  $XYZ$  в некоторый момент времени  $t$ . Искомыми величинами будем считать три функции перемещения, зависящие от координат:  $u_1(x_1, x_2, x_3)$ ,  $u_2(x_1, x_2, x_3)$ ,  $u_3(x_1, x_2, x_3)$ .

Обозначим вектор поверхностных сил, действующих на части граничной поверхности  $S_\sigma$ , через  $\vec{P}_n = P_n \vec{k}_i$ , вектор перемещений, заданный на другой части граничной поверхности  $S_u$ , через  $\vec{u}^* = u_i^* \vec{k}_i$ . На участке границы  $S_{u\sigma}$  заданы смешанные граничные условия. Предполагается, что  $S_\sigma + S_u + S_{u\sigma} = S$ . Тогда граничные условия на контуре деформированного тела могут быть записаны следующим образом:

-на границе  $S_\sigma$  задан вектор напряжения  $\vec{P}_n$

$$\sigma_{ij}(x_1, x_2, x_3)n_j|_{S_\sigma} = P_{n_i}(x_1, x_2, x_3) \quad (1)$$

-на границе  $S_u$  задан вектор перемещения  $\vec{u}^*$

$$u_i(x_1, x_2, x_3)|_{S_u} = u_i^*(x_1, x_2, x_3) \quad (2)$$

-на границе  $S_{u\sigma}$  заданы одновременно вектора  $\vec{P}_n$  и  $\vec{u}^*$

$$\sigma_{ij}(x_1, x_2, x_3)n_j|_{S_{u\sigma}} = P_{n_i}(x_1, x_2, x_3) \quad (3)$$

$$u_i(x_1, x_2, x_3)|_{S_{u\sigma}} = u_i^*(x_1, x_2, x_3)$$

$\sigma_{ij}$  - компоненты тензора напряжений;

$\varepsilon_{ij}$  - компоненты тензора деформаций;

$u_i$  - компоненты вектора перемещения частиц среды.

Девидоры напряжений и деформаций обозначим волнистой чертой сверху:

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij}, \quad \sigma = \frac{1}{3} \sigma_{ij} \delta_{ij} \quad (4)$$

$$\tilde{\varepsilon}_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon \delta_{ij}, \quad \varepsilon = \frac{1}{3} \varepsilon_{ij} \delta_{ij} = \frac{1}{3} \theta$$

Где  $\delta_{ij}$  - дельта Кронекера, а  $\theta$  - относительное изменение объема.

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, \text{при } i = j \\ 0, \text{при } i \neq j \end{cases} \quad (5)$$

Соотношения Коши, связывающие компоненты тензора деформаций и перемещения частиц имеют вид:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \sum_{k=1}^3 \frac{\partial u_i \partial u_j}{\partial x_k \partial x_k} \quad (6)$$

Формоизменение в состоянии упругих и малых пластических деформаций при расчетах напряженно–деформированного состояния в костных тканях, как правило, происходит при малых относительных перемещениях точек сплошной среды, а значит, мы имеем дело с малыми деформациями, когда  $\frac{\partial u_i}{\partial x_j} < 1$ . Тогда из (6) получим

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (7)$$

Существенную роль будут играть также вторые инварианты девиаторов  $\tilde{\sigma}_{ij}$ ,  $\tilde{\varepsilon}_{ij}$ , причем квадратные корни из этих инвариантов будем называть модулями девиаторов и обозначать

$$\tilde{\sigma} = \sqrt{\sigma_{ij}\sigma_{ij}} = \sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_u = \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2)} \quad (8)$$

$$\tilde{\varepsilon} = \sqrt{\varepsilon_{ij}\varepsilon_{ij}} = \sqrt{\frac{3}{2}}\varepsilon_u = \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22})^2 + (\varepsilon_{22} - \varepsilon_{33})^2 + (\varepsilon_{33} - \varepsilon_{11})^2 + 6(\varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{23}^2 + \varepsilon_{31}^2)} \quad (9)$$

Где  $\sigma_u$ ,  $\varepsilon_u$  - соответственно интенсивности напряжений и деформаций.

Для определения механических свойств сплошной среды используем обобщенный закон Гука. Для каждого из изотропных участков локально изотропной среды композитной биомеханической конструкции можно записать:

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_{ij} &= \frac{2}{3} \frac{\sigma_u}{\varepsilon_u} \tilde{\varepsilon}_{ij} \\ \sigma_u &= 3\mu\varepsilon_u [1 - \omega(\varepsilon_u)], \\ \sigma &= K\theta.\end{aligned}\tag{10}$$

Здесь первое соотношение отражает векторные (тензорные) свойства сплошной среды. Во втором соотношении функция  $\omega(\varepsilon_u)$  равна нулю в пределах упругости и равна

$$\omega(\varepsilon_u) = \frac{3G\varepsilon_u - \Phi(\varepsilon_u)}{3G\varepsilon_u}\tag{11}$$

за пределами упругости. В свою очередь, функция  $\Phi(\varepsilon_u)$  является универсальной экспериментально определяемой функцией, характеризующей физические свойства материала и не зависящей от вида напряженного состояния. Третье соотношение, которое для упругих деформаций является следствием закона Гука, для пластических деформаций – опытный факт, закон теории малых упругопластических деформаций.

Рассматриваемые задачи относятся к классу статических и квазистатических, поэтому при записи уравнений равновесия сплошной среды мы можем пренебречь иррациональными членами. Уравнения в перемещениях и граничные условия запишутся следующим образом

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \rho(F_i - F_i^{(\omega)}) = 0 \text{ в } V\tag{12}$$

$$\begin{cases} \left[ \lambda \theta \delta_{ij} + \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] n_j = P_{n_i} + P_{n_i}^{(\omega)} \text{ на } S_\sigma \\ u_i = u_i^* \text{ на } S_u \end{cases}\tag{13}$$

где

$$\rho F_i^{(\omega)} = 2\mu \frac{\partial}{\partial x_j} [\omega(\varepsilon_u)(\varepsilon_{ij} - \varepsilon\delta_{ij})] \quad (14)$$

$$P_{n_i}^{(\omega)} = 2\mu\omega(\varepsilon_u)(\varepsilon_{ij} - \varepsilon\delta_{ij})n_j \quad (15)$$

$\rho$  - плотность материала;

$F_j$  - массовые силы.

Таким образом, решается система уравнений (12), причем решение задачи с граничными условиями (13) существует, если существует решение задачи о деформировании упругой сплошной среды. Приближенное решение задачи в случае появления локальных пластических деформаций строится методом “упругих решений” А.А.Ильюшина, сходимость которого доказана.

## 2.2. Параметры используемых материалов

Для того чтобы производить расчеты, нам необходимо знать параметры материалов всех частей сборки.

Параметры губчатой кости, которые необходимо применять при расчетах, будем искать из следующего графика (Рис. 4):



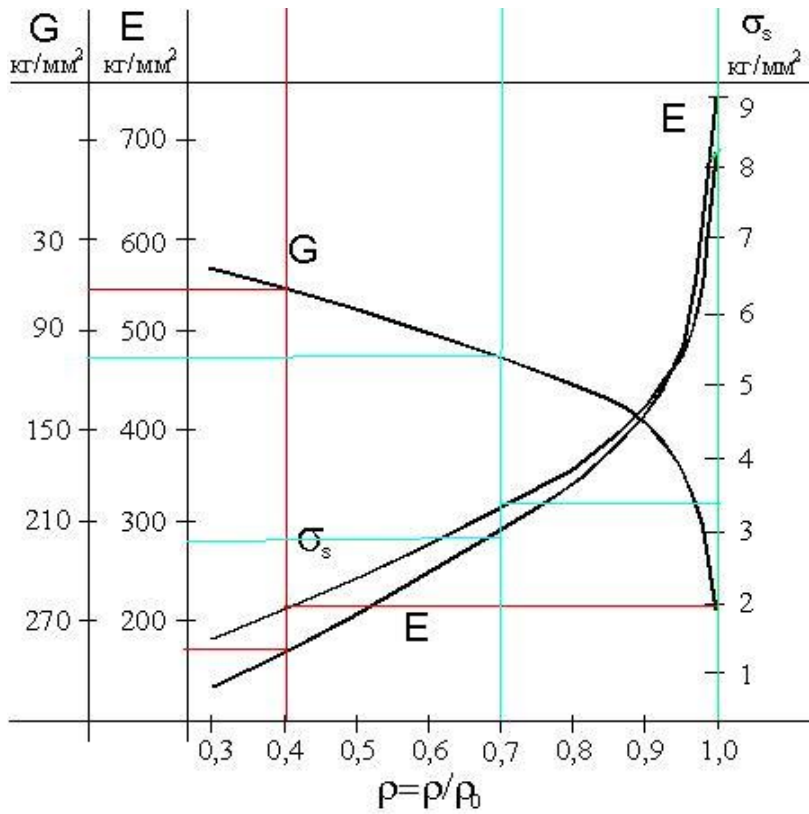


Рис. 4. График параметров материала губчатой кости.

$G_s$  (предел упругости при сжатии):

$$\rho=1; G_{s_1} \approx 8,2 \rightarrow 80360000 \text{ Н/м}^2 = 80,36 \text{ МПа}$$

$$\rho=0,7; G_{s_{0,7}} \approx 3,3 \rightarrow 32340000 \text{ Н/м}^2 = 32,34 \text{ МПа}$$

$$\rho=0,4; G_{s_{0,4}} \approx 2 \rightarrow 1960000 \text{ Н/м}^2 = 19,6 \text{ МПа}$$

$E$  (модуль Юнга или коэффициент упругости):

$$\rho=1; E_1 \approx 7350000000 \rightarrow 7350 \text{ МПа}$$

$$\rho=0,7; E_{0,7} \approx 280 \text{ кг/мм}^2 = 2744000000 \text{ Н/м}^2 = 2744 \text{ МПа}$$

$$\rho=0,4; E_{0,4} \approx 165 \text{ кг/мм}^2 = 1617000000 \text{ Н/м}^2 = 1617 \text{ МПа}$$

$G$  (модуль сдвига):

$$\rho=1; \nu_1 \approx 0,45$$

$$\rho=0,7; G_{0,7} \approx 110 \text{ кг/мм}^2 = 1078000000 \text{ Н/м}^2 = 1078 \text{ МПа}$$

$$\rho=0,4; G_{0,4} \approx 60 \text{ кг/мм}^2 = 588000000 \text{ Н/м}^2 = 588 \text{ МПа}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)};$$

$$E = 2G(1+\nu);$$

$$1+\nu = \frac{E}{2G};$$

$$\nu = \frac{E}{2G} - 1$$

$$\nu_{0,7} = \frac{2744}{2 \cdot 1078} - 1 = 0,27$$

$$\nu_{0,4} = \frac{1617}{2 \cdot 588} - 1 = 0,38$$

Полученные данные вносим в таблицу (табл.1).

Табл. 1. Параметры материалов.

Материал	Коэф. Пуассона	Модуль Юнга (Мпа)	Предел упр. при сж. (Мпа)
Эмаль	0,33	84100	380
Дентин	0,31	14700	167
Периодонт	0,35	196	196
Кортикальная кость	0,25	15778	145,04
Губчатая кость (1)	0,45	7350	80,36
Губчатая кость (0,7)	0,27	2744	32,34
Губчатая кость (0,4)	0,38	1617	19,6
Титан	0,33	105000	485

[7], [8], [9], [10]

### **Глава III. Построение модели и решение поставленной задачи в программе SolidWorks**

В данном дипломном проекте будет использована модель фрагмента нижней челюсти человека. Этот фрагмент представляет собой часть нижней десны, которая содержит три зуба - клык, первый и второй премоляры. Ниже приведены строения зубов и их размеры.

**Клык** является однокорневым зубом, расположенным в зубной дуге между резцами и премолярами. У человека насчитывается четыре постоянных клыка: клыки верхней челюсти (правый и левый), клыки нижней челюсти (правый и левый). У всех клыков присутствует заостренная конусовидная коронка и длинный одиночный корень. Высота коронки — 9-12 мм, ширина — 6-7 мм, медиодистальный диаметр основания коронки — 5-6 мм, вестибуло - лингвальный — 7-8 мм, длина корня — 12,5-16,5 мм. (Рис. 5)



Рис. 5. Клык.

У первого премоляра нижней челюсти вестибулярная поверхность коронки выпуклая, длиннее язычной, с широким

продольным валиком. Жевательная поверхность с двумя бугорками. Щёчный более крупный, наклонённый внутрь. Бугорки соединены валиком, на латеральных поверхностях которого имеются ямки. Корень один, прямой, овальной формы, слегка сплюснут с боков, с проходящими на передней и задней поверхностях, неглубокими бороздками. Высота коронки на щечной поверхности составляет 7,5-11 мм, на лингвальной — 5-6 мм, ширина коронки — 6-8мм, щечно – лингвальный диаметр шейки — 8,2-8,6 мм, медио - дистальный — 5,4-5,8 мм, длина корня — 13-16 мм. (Рис. 6)



Рис. 6. Первый премоляр.

**Второй премоляр нижней челюсти** по размерам крупнее первого премоляра. Вестибулярная поверхность выпуклая, с широким продольным валиком. Язычная поверхность большего размера, с развитым язычным бугром. Оба бугра развиты практически одинаково, хотя щёчный несколько преобладает. Бугры разделены эмалевым валиком, на латеральных сторонах которого имеются ямки. Контактные поверхности выпуклые. Корень один, конусовидной формы, уплощённый, на латеральных поверхностях борозды практически отсутствуют. Высота коронки

на щечной поверхности составляет 7-9,5 мм, на лингвальной — 6,5-9 мм, ширина коронки — 7-8 мм, щечно-лингвальный диаметр основания коронки — 8,95 мм, медио-дистальный — 4,5-6,5 мм, длина корня — 14-17 мм. (Рис. 7)



Рис. 7. Второй премоляр.

В данном дипломном проекте мной были использованы 3 модели с резекциями I-го, II-го и III-го типов, а также модель со здоровым первым премоляром. За основу были взяты модели, разработанные на кафедре Механики и математического моделирования. Существенной доработке подверглась только модель без резекции.

Первые 3 модели в сечении выглядят следующим образом. (Рис. 8, Рис. 9, Рис. 10)

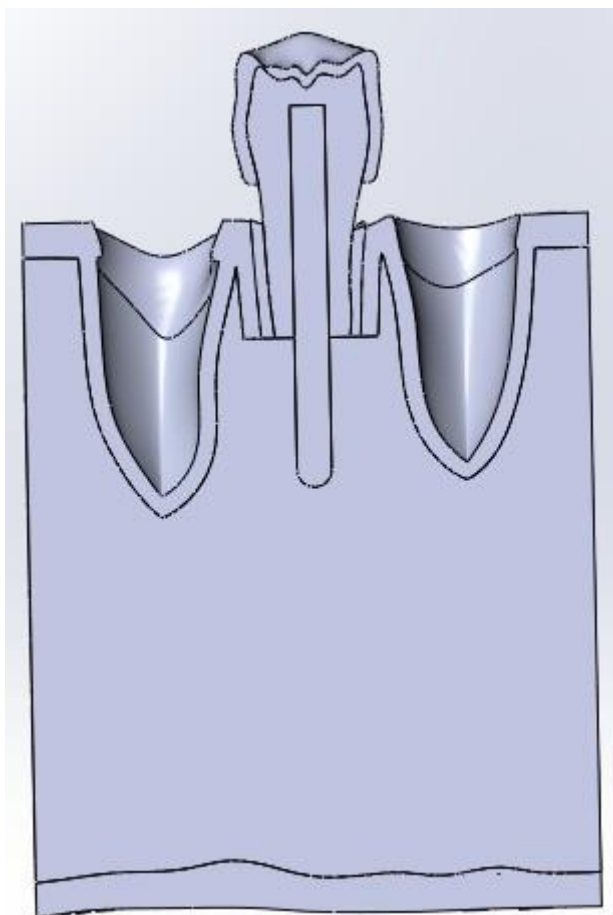


Рис. 8. III-й тип резекции.

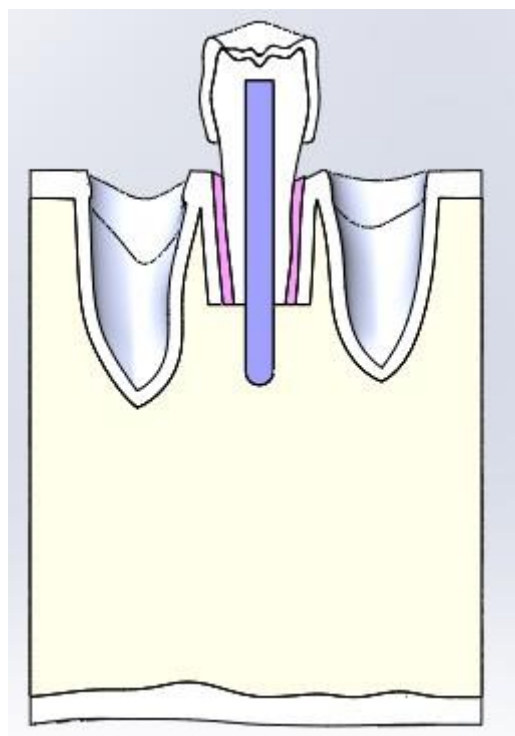


Рис. 9. II-й тип резекции.

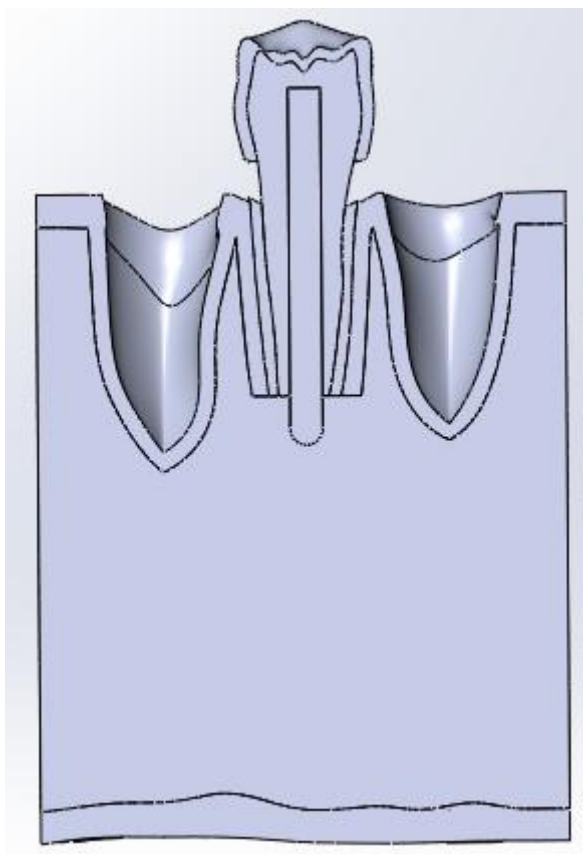


Рис. 10. I-й тип резекции.

Ниже показано построение недостающей модели на основе модели с I-м типом резекции.

Для построения премоляра первого периода воспользуемся следующей сборкой. (Рис. 11)

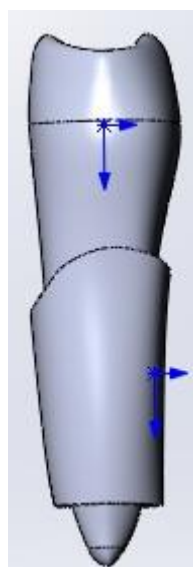


Рис. 11. Сборка, содержащая первый премоляр и периодонт.

Обведем нижнюю часть зуба четырьмя эскизами, фактически повторяющими эскизы первого премоляра, но отстоящими от них на 0.7 мм. Это толщина периодонта.

Используя инструмент “Поверхность по сечениям” получим внешнюю часть периодонта. (Рис. 12).



Рис. 12. Нижняя внешняя часть периодонта.

С помощью инструментов “Заполнить поверхность” и “Сшить поверхность” получим твердотельный нижний кусок первого премоляра. Далее, используя инструмент “Вытянутый вырез” вырежем в нем полость для первого периодонта. (Рис. 13)

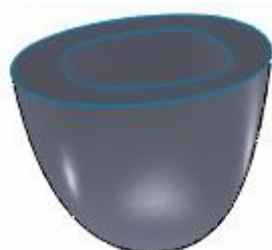


Рис. 13. Нижняя часть периодонта.

В итоге конечная модель выглядит так. (Рис. 14)



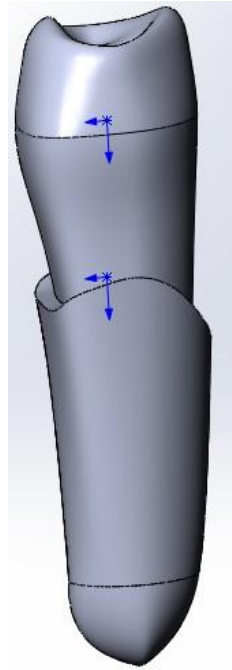


Рис. 14. Первый премоляр в периодонте.

Аналогично построим нижний кусок кортикальной кости, учитывая то, что ее толщина 1 мм. После добавления построенных деталей модель выглядит следующим образом. (Рис. 15)

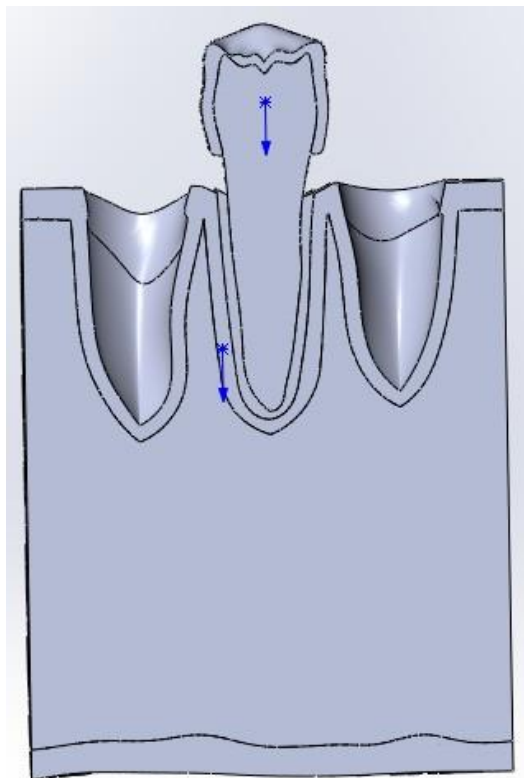


Рис. 15. Модель без резекции.

Теперь можно приступать к расчетам. Для этого зайдём во вкладку “Продукты Office” и выберем “SolidWorks Simulation”, после чего откроется новое исследование.

Далее будем задавать материалы для деталей участвующих в расчете. Изначально в программе SolidWorks нет таких материалов, которые можно было бы использовать в построенной биомеханической системе (кроме титана, из которого сделан имплантат), поэтому мы создадим их сами. Материалы, необходимые для расчета и их свойства, приведены в таблице 1.

В пункте “Соединения” нужно задать контакт компонентов “Глобальный - связанные”. Этот контакт означает, что сборка из нескольких деталей, будет единым целым. А в пункте “Крепления” мы зафиксируем боковые грани нашей модели. (Рис. 16)

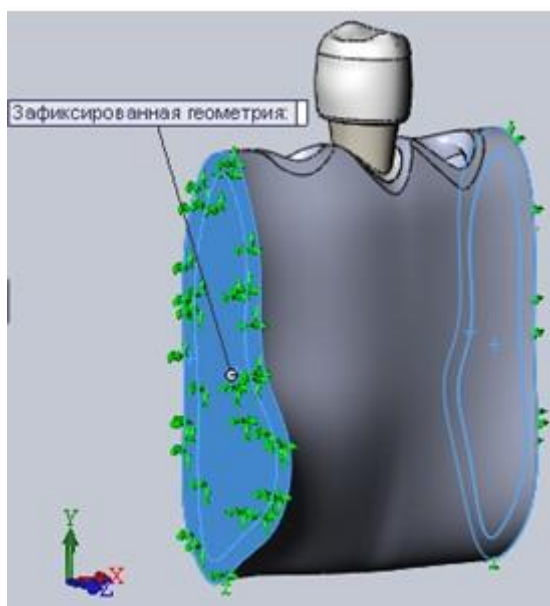


Рис. 16. Фиксация боковых граней.

В пункте “Внешние нагрузки” зададим давление на верхнюю часть эмали первого премоляра в 0.83 МПа. (Рис. 17)

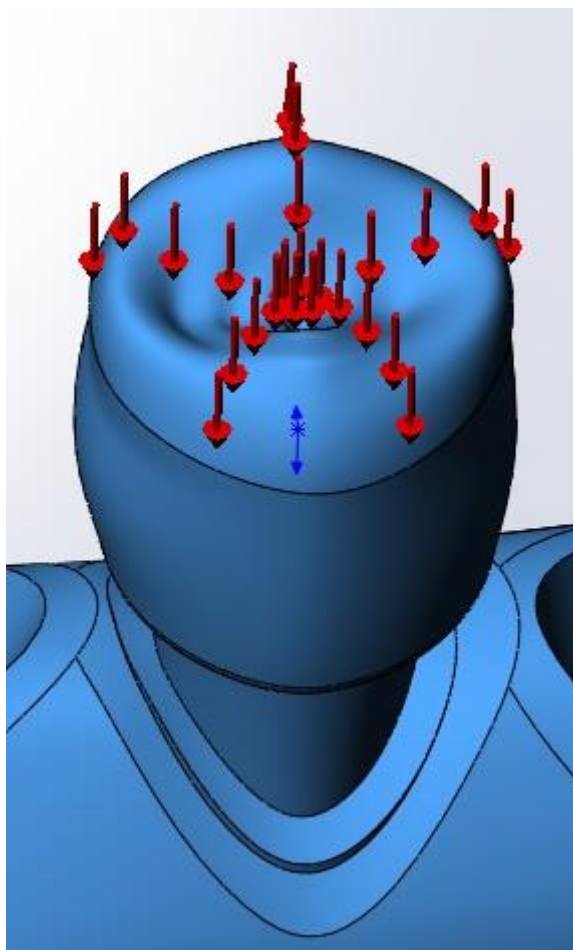


Рис. 17. Вертикальная нагрузка.

Следующим этапом будет создание сетки. Её построим на основе кривизны, со средней плотностью. (Рис. 18)

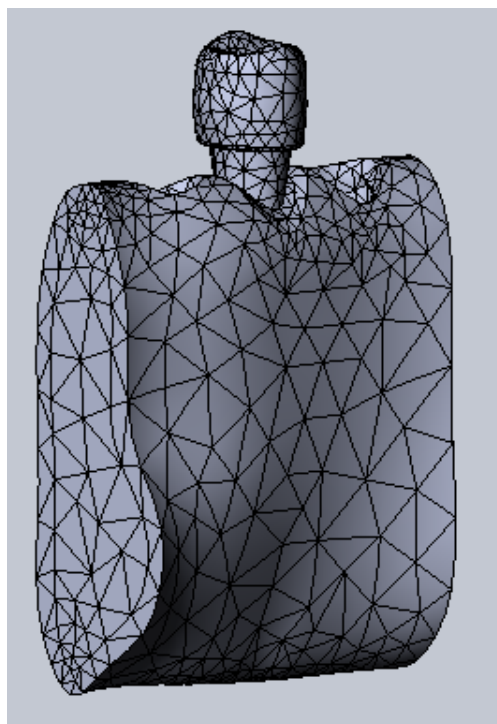


Рис. 18. Сгенерированная сетка.

После того, как все изменения были сохранены, нажмем на кнопку “Запуск” и проведем серию расчетов для вертикально заданного давления, изменяя степень резекции и плотность губчатой кости.

Вторая серия расчетов будет выполнена для давления, заданного под углом 45 градусов. Для этого построим 4 вспомогательные плоскости. (Рис. 19)

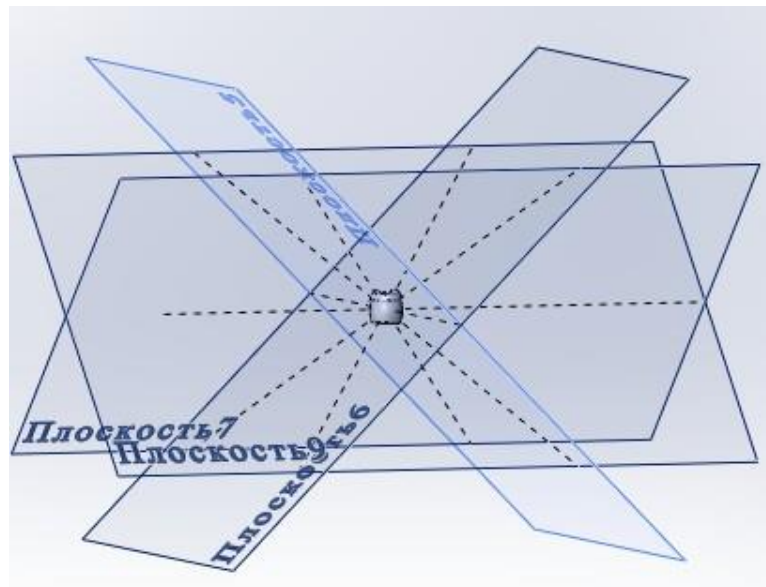


Рис. 19. Вспомогательные плоскости.

Каждая из этих плоскостей образует угол в 45 градусов с осью Y. Между плоскостями угол 90 градусов.

Вдоль каждой из этих плоскостей зададим такое же давление. (Рис. 20, Рис. 21, Рис. 22, Рис. 23)

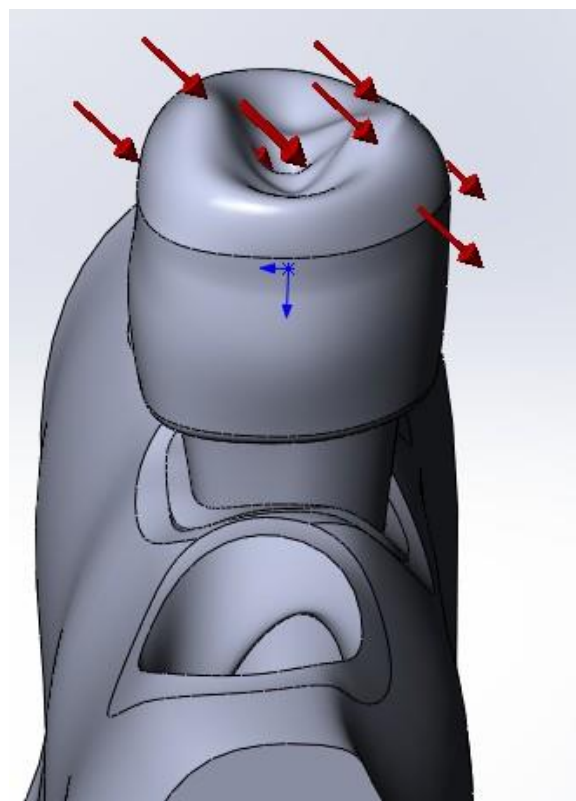


Рис. 20. Нагрузка вдоль первой плоскости.

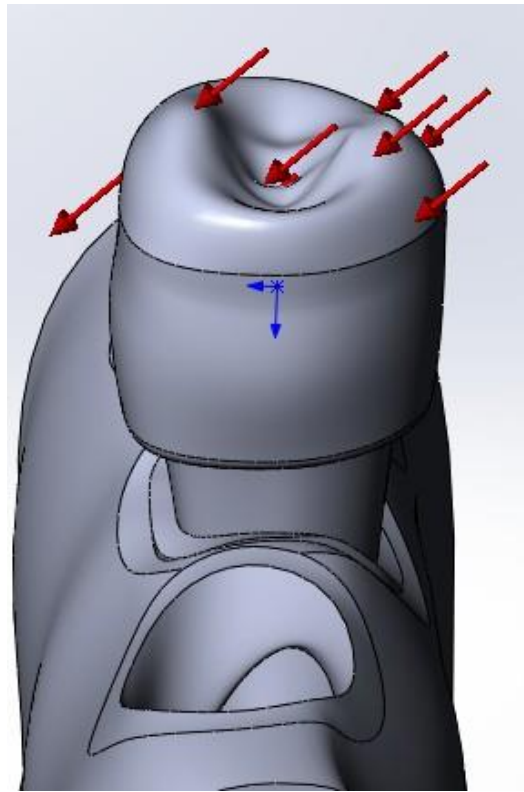


Рис. 21. Нагрузка вдоль второй плоскости.

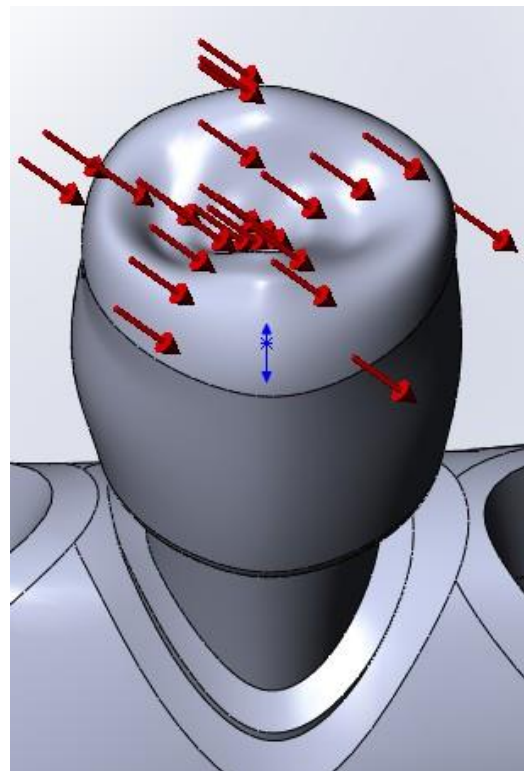


Рис. 22. Нагрузка вдоль третьей плоскости.

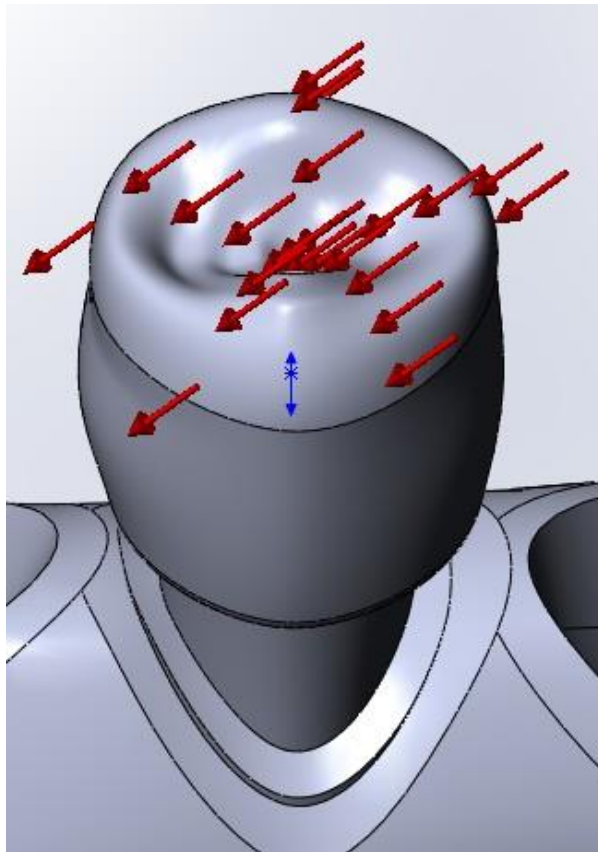


Рис. 23. Нагрузка вдоль четвертой плоскости.

Для нахождения узлов с максимальным и минимальным  $\sigma_{\text{ср}}$ , после расчетов введем три дополнительные эпюры нормальных напряжений для осей X, Y, Z (Рис. 24, Рис. 25, Рис. 26).

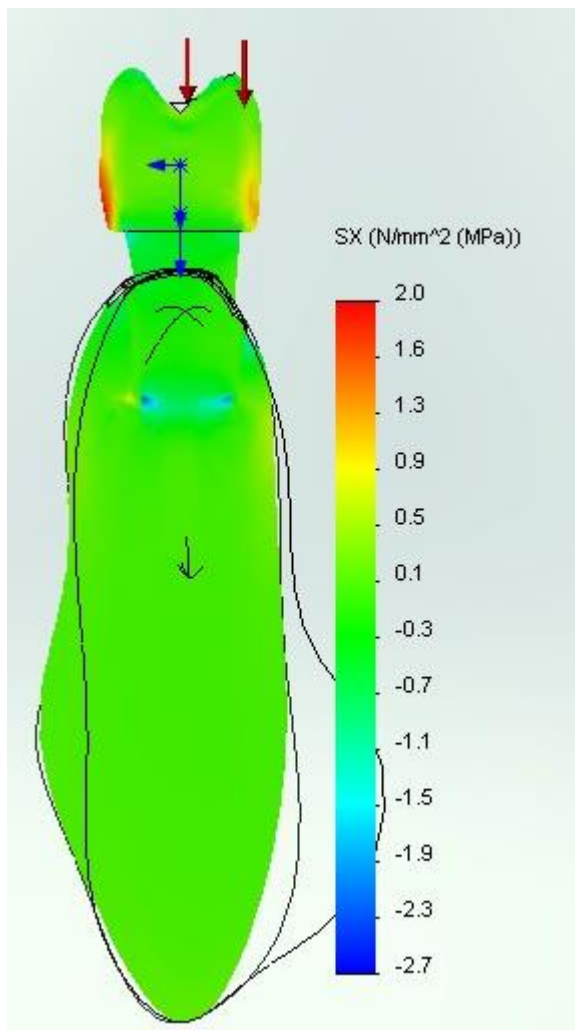


Рис. 24. Эпюра для оси X.

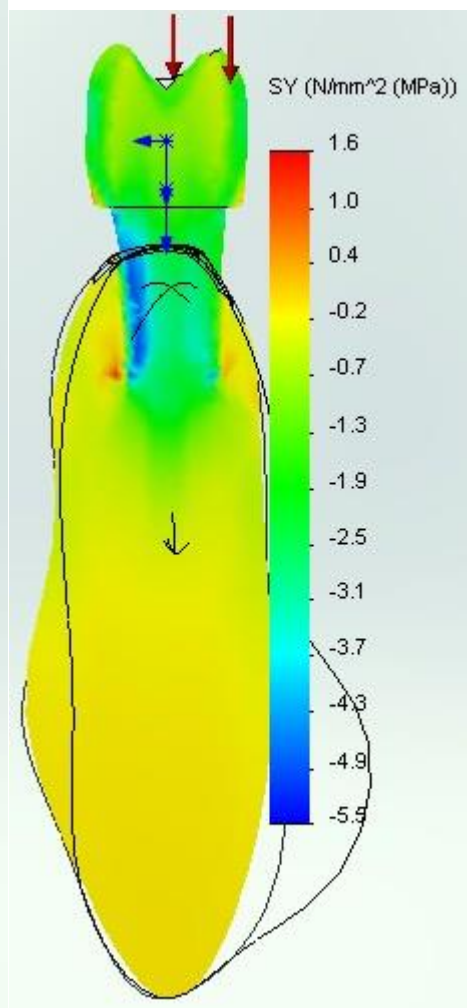


Рис. 25. Эпюра для оси Y.



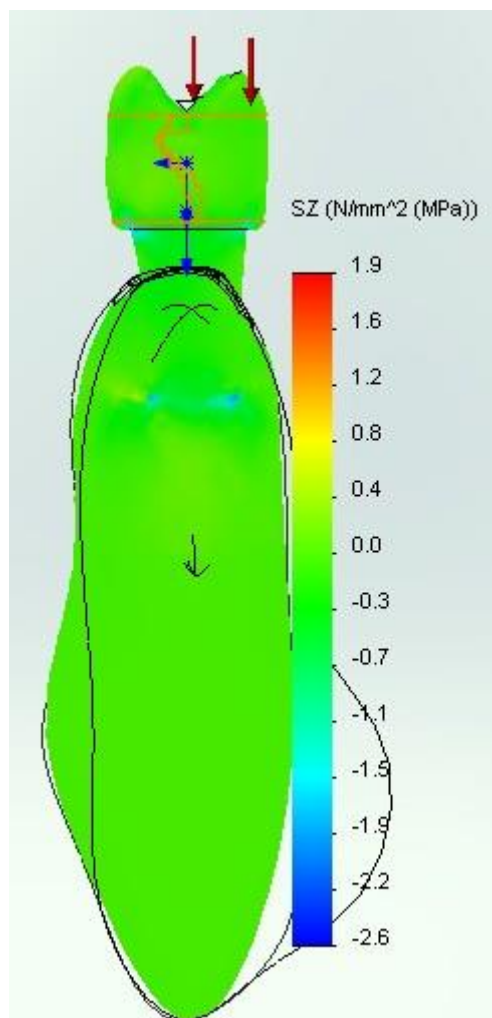


Рис. 26. Эпюра для оси Z.

Для каждой из эпюр выполним операцию “зондирование” для губчатой кости. Сохраним результаты в виде Excel файлов. Таким образом, мы получим значения нормальных напряжений для всех узлов губчатой кости. Используя Excel, найдем среднее арифметическое значение напряжения для каждого узла, упорядочим их и возьмем максимальное и минимальное значения, а также номера узлов. [11], [12], [13], [14], [15]

## Глава IV. Расчеты

Было проведено 60 расчетов НДС и вероятностей разрушения губчатой кости. Расчеты были разделены на 3 группы в зависимости от относительной плотности губчатой кости (0.4; 0.7; 1.0). Каждая группа была поделена на 4 подгруппы, характеризующихся степенью резекции (I, II, III, Без резекции), которые, в свою очередь состоят из 5 расчетов, обусловленных направлением действующей нагрузки. Один вариант – с вертикальной нагрузкой (№1), и четыре варианта боковых нагрузок (№2-5) с каждой из “сторон света”, направленных под углом  $45^{\circ}$  к оси Y. На Рис. 17, 20-23 представлены визуальные изображения нагрузок для расчетов № 1-5 соответственно.

Результаты представлены в таблицах 2-4.

Табл. 2. Результаты расчетов для ГК 0.4.

№ расчета	$\sigma_{и}$ , МПа	$\sigma_{и \text{ губ.к.}}$ , МПа	$\sigma_{и}/\sigma_{s}$ (вер-ть разр.)	Минимум ( $\sigma_{ср}$ ), МПа	Максимум ( $\sigma_{ср}$ ), МПа
III-я степень резекции					
1	5.8	3.7	0.19	-2.9	1.2
2	42.5	18.5	0.94	-9	7.4
3	39.5	17.3	0.88	-7.5	7
4	31.9	17.4	0.89	-8.5	6.7
5	30.7	17.6	0.9	-9.1	6.2
II-я степень резекции					
1	8	3.5	0.18	-4	1.1
2	43.8	12.5	0.64	-4.9	2.7
3	41.2	11.3	0.58	-3.3	3.3
4	35.7	9.6	0.5	-3	2
5	34.3	10.3	0.53	-3.7	2
I-я степень резекции					
1	5.9	2.6	0.13	-2.7	0.9
2	45.6	6.7	0.34	-2.8	1.4
3	43	5.5	0.28	-2	0.9
4	36.7	7.2	0.37	-2.7	1.4
5	33	6.1	0.31	-2.6	1.1
Без резекции					
1	6.8	1.1	0.06	-0.4	0.2
2	44.9	7.5	0.38	-1.9	1.6
3	42.4	6.7	0.34	-1.8	1.4
4	34.9	8.3	0.42	-2.6	1.7
5	34.9	6.9	0.35	-2.2	2.2

Табл. 3. Результаты расчетов для ГК 0.7.

№ расчета	$\sigma_{и}$ , МПа	$\sigma_{и \text{ губ.к.}}$ , МПа	$\sigma_{и}/\sigma_s$ (вер-ть разр.)	Минимум ( $\sigma_{ср}$ ), МПа	Максимум ( $\sigma_{ср}$ ), МПа
III-я степень резекции					
1	5.8	3.7	0.11	-3.2	1.1
2	42.7	19.9	0.62	-11.8	7
3	39.8	15.7	0.49	-6.7	7.3
4	31.9	15.1	0.47	-6.9	5
5	30.6	15.4	0.48	-7.3	4.8
II-я степень резекции					
1	8	4	0.12	-3.8	3.5
2	41.2	10.9	0.34	-3.1	9.1
3	43.8	12.5	0.39	-5	2.7
4	35.7	9.1	0.28	-3.6	2.3
5	34.3	9.9	0.31	-3.4	2.1
I-я степень резекции					
1	6.2	3	0.09	-3.2	9.3
2	45.6	6.2	0.19	-3.6	1.5
3	42.3	4.8	0.15	-2.5	1
4	38.1	6	0.19	-5.2	1.5
5	33	5.3	0.16	-3.9	1.9
Без резекции					
1	6.2	3	0.03	-0.3	0.2
2	42.3	4.8	0.17	-0.9	0.7
2	45.6	6.2	0.19	-0.7	0.8
4	33	5.3	0.18	-2.2	1.6
5	38.1	6	0.21	-1.8	1.8

Табл. 4. Результаты расчетов для ГК 1.

№ расчета	$\sigma_{и}$ , МПа	$\sigma_{и \text{ губ.к.}}$ , МПа	$\sigma_{и}/\sigma_{с}$ (вер-ть разр.)	Минимум ( $\sigma_{ср}$ ), МПа	Максимум ( $\sigma_{ср}$ ), МПа
III-я степень резекции					
1	5.8	3.7	0.05	-0.9	0.2
2	43.1	21.4	0.27	-5.5	5.4
3	40.2	17.2	0.21	-3.2	4
4	31.9	14.7	0.18	-7.5	4.3
5	30.5	14.9	0.19	-8.9	3.8
II-я степень резекции					
1	7.9	5	0.06	4.9	1.4
2	43.9	13.3	0.17	-5.5	3.6
3	41.3	10.4	0.13	-3.3	3.3
4	35.7	8.8	0.11	-5	2.3
5	34.4	8.8	0.11	-4.6	2.5
I-я степень резекции					
1	6.2	4.1	0.05	-4	0.7
2	45	6.3	0.08	-5.3	1.5
3	42.4	5.7	0.07	-4	1.5
4	38	5.1	0.06	-6	1.4
5	34.2	5.6	0.07	-6.6	2.5
Без резекции					
1	6.8	0.7	0.01	-0.2	0.1
2	44.9	4.1	0.05	-0.8	0.6
3	42.4	4.2	0.05	-0.7	0.7
4	34.9	4.4	0.05	-1.4	1
5	34.9	4.7	0.06	-1.3	1.1

Иллюстрации к расчетам представлены в приложении 1.

Основываясь на полученных данных, построим графики зависимости вероятности разрушения от степени резекции для каждого расчета. Три линии на графиках соответствуют разным относительным плотностям губчатой кости. (Рис. 27, Рис. 28, Рис. 29, Рис. 30, Рис. 31)

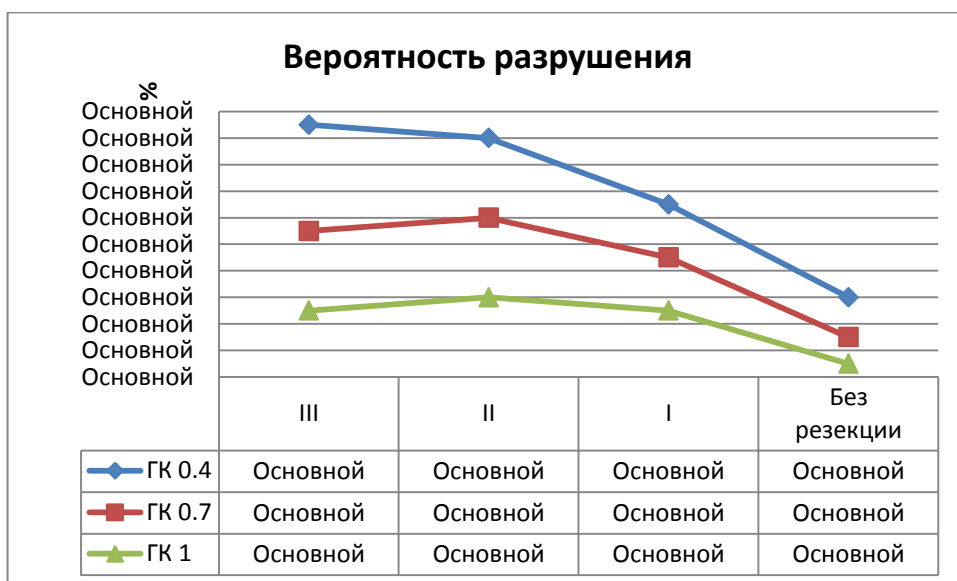


Рис. 27. График вероятности разрушения губчатой кости для расчета № 1.

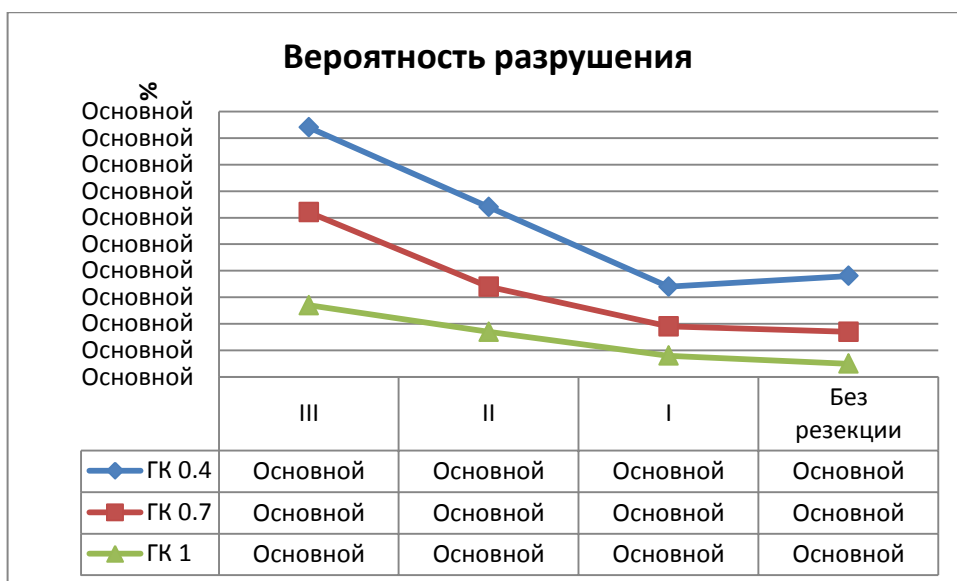


Рис. 28. График вероятности разрушения губчатой кости для расчета № 2.

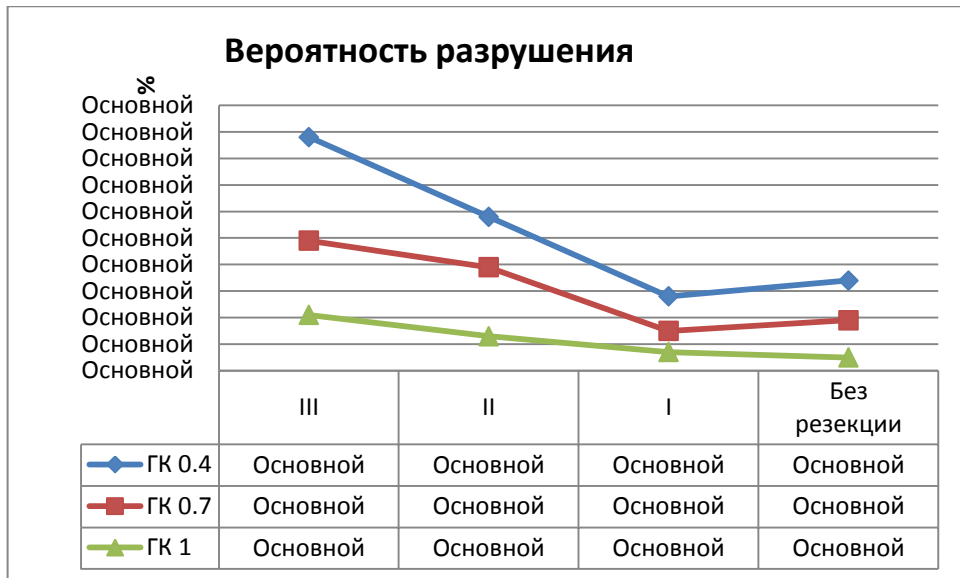


Рис. 29. График вероятности разрушения губчатой кости для расчета № 3.

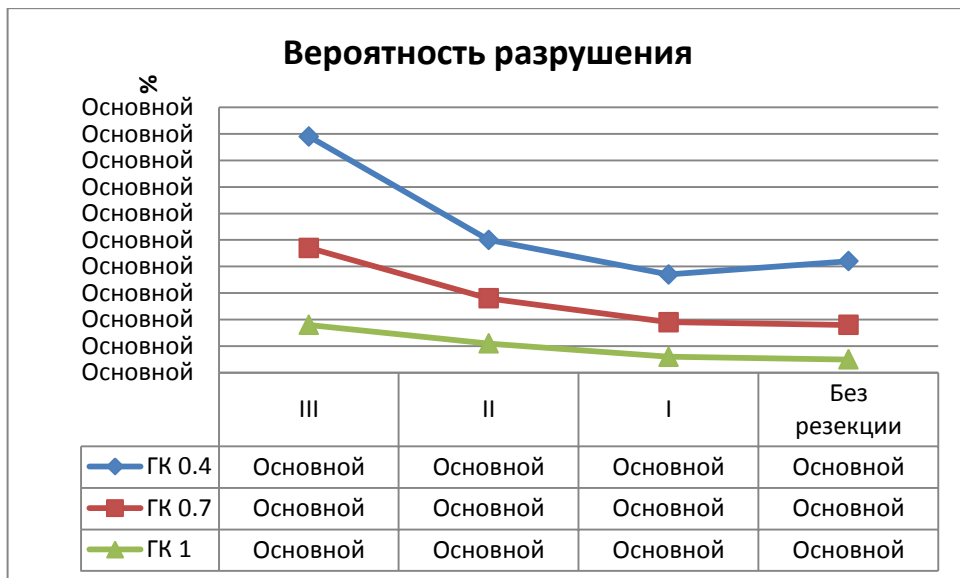


Рис. 30. График вероятности разрушения губчатой кости для расчета № 4.

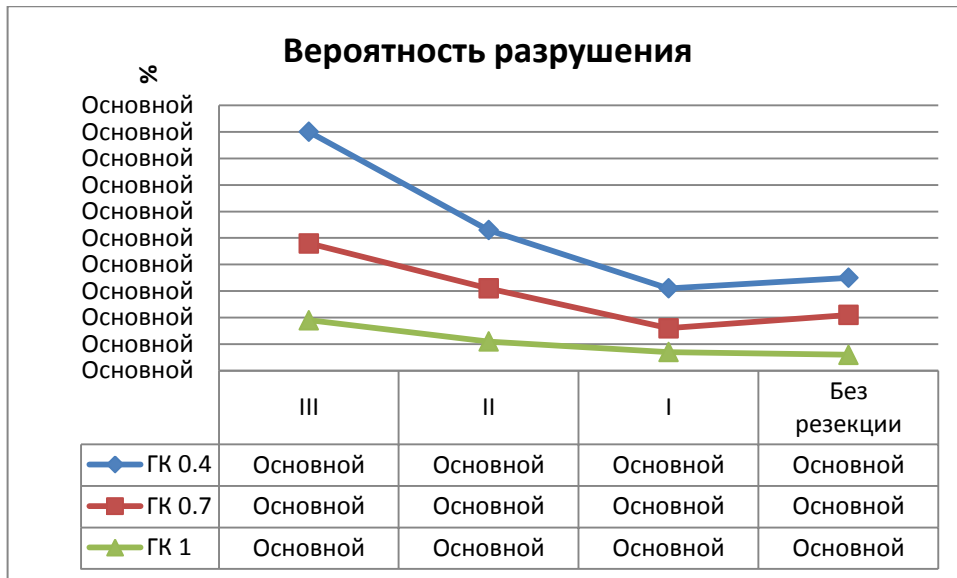


Рис. 31. График вероятности разрушения губчатой кости для расчета № 5.

График, изображенный на Рис. 32, является сводным для графиков на Рис. 27-31. Ординаты линий для разных уровней резекции являются максимумами соответствующих ординат по всем пяти расчетам.

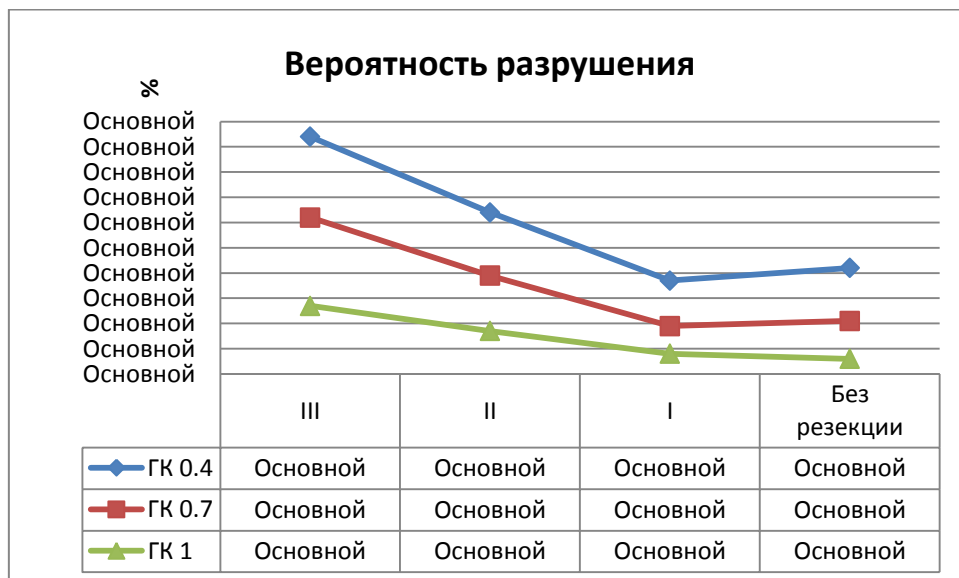


Рис. 32. График максимальной вероятности разрушения губчатой кости для каждого типа резекции.



Далее построим 4 графика, каждый из которых будет показывать зависимость вероятности разрушения от типа губчатой кости для каждого типа резекции (Рис. 33, Рис. 34, Рис.35, Рис. 36).

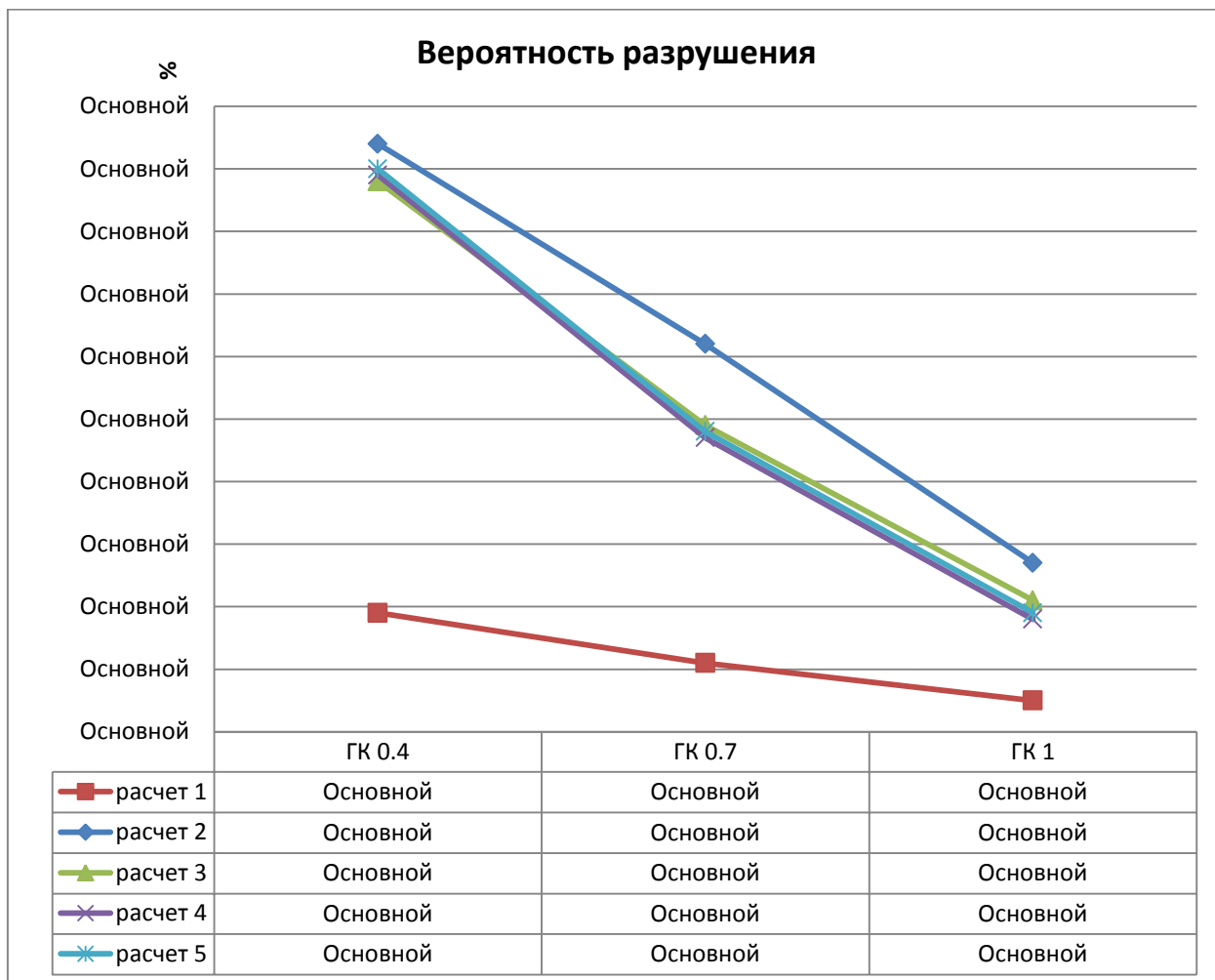


Рис. 33. График для III-го типа резекции.

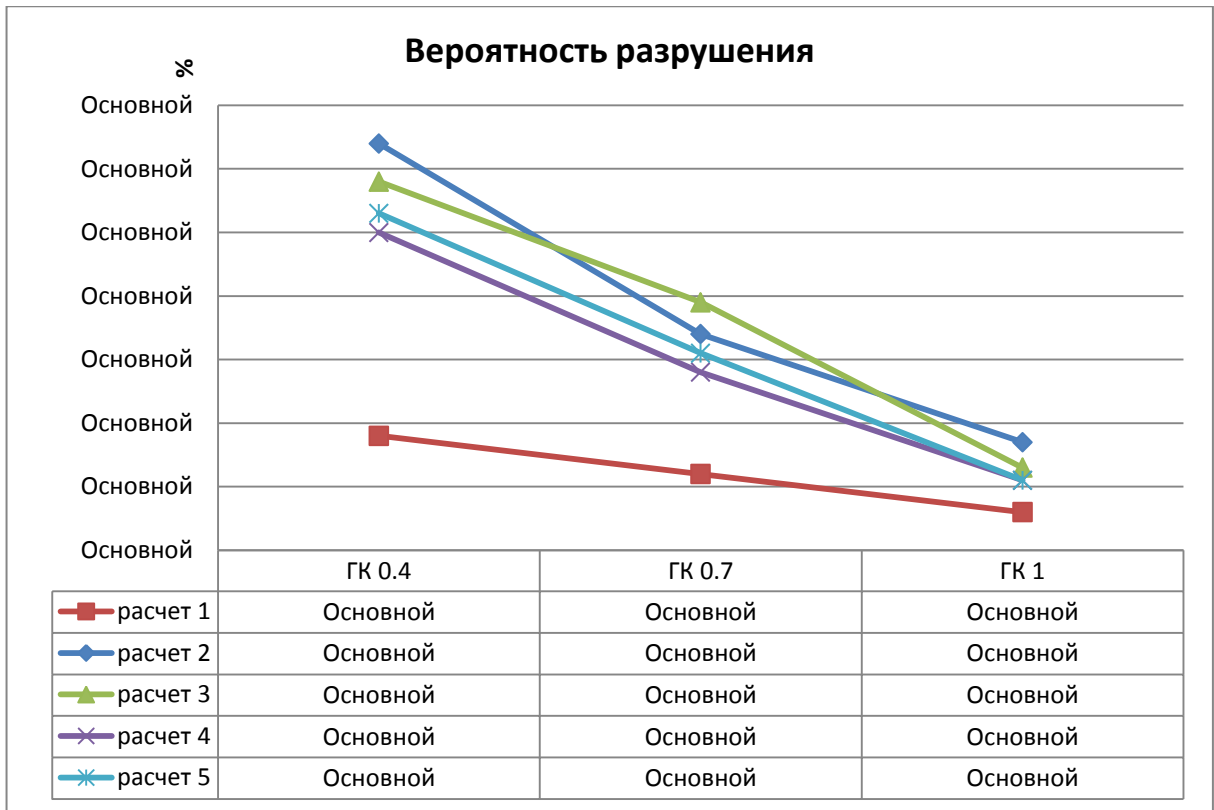


Рис. 34. График для II-го типа резекции.

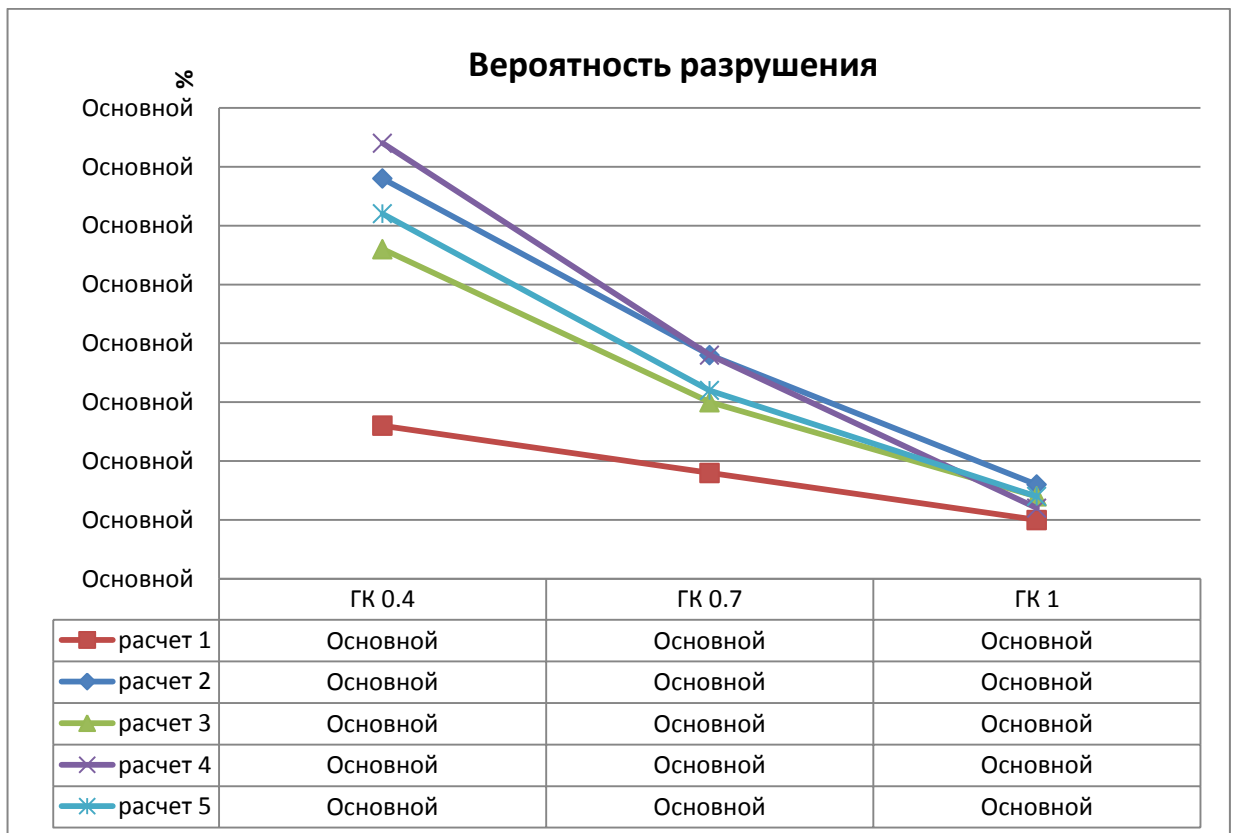


Рис. 35. График для I-го типа резекции.

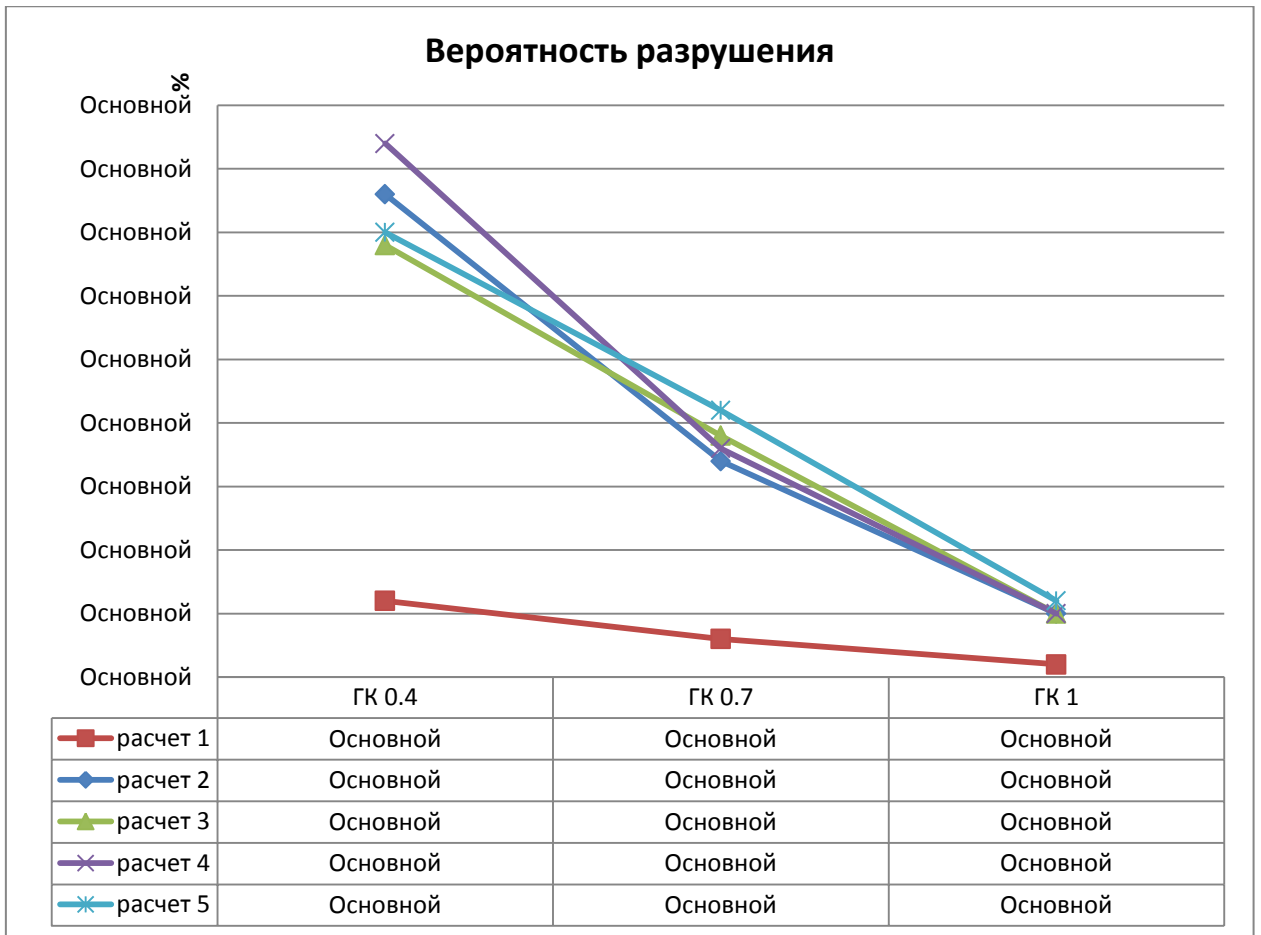


Рис. 36. График для модели без резекции.

## Заключение

В настоящее время, в связи с появлением различных систем моделирования, в стоматологии появляются новые возможности исследования лечения и риска осложнений.

В моем дипломном проекте исследованы процессы пережевывания и перетирания пищи для людей, имеющих разные плотности губчатой кости и различные типы резекций. Эти исследования помогают оценить риск потери зуба. Основываясь на этом, стоматолог может оценить целесообразность резекции корня первого нижнего премоляра.

Проанализировав рисунки 27-36 и таблицы 2-4 можно сказать, что вероятность разрушения при вертикальной нагрузке наименьшая. К тому же, из рисунка 33 видно, что для резекции III-го типа вероятность разрушения максимальна для нагрузки, заданной вдоль первой вспомогательной плоскости (Рис. 20).

Из Рис. 32 видно, что вероятность разрушения губчатой кости возрастает вместе с объемом резекции практически линейно. Также можно заметить, что для ГК 0.4 вероятность разрушения при I-м типе резекции на 5% меньше, чем для модели без резекции. В остальных случаях вероятности разрушения отличаются менее чем на 5%, что находится в пределах погрешности определения свойств материала.

Рисунки 33-36 показывают, что расхождения между результатами при боковых нагрузках составляют не более 15%, что преимущественно обусловлено конфигурацией модели.

Посмотрев на рисунки в приложении 1, можно увидеть, что для резекций I-го, II-го и III-го типов при вертикальных нагрузках

область максимального напряжения сжатия находится в месте контакта зуба и губчатой кости, а область максимального напряжения растяжения оказывается в месте контакта периодонта и губчатой кости. При боковых нагрузках искомые области располагаются примерно “зеркальным” образом, однако, при относительной плотности губчатой кости равной единице, узлы максимальных напряжений могут смещаться в верхние части губчатой кости. Также для моделей без резекции узлы максимальных напряжений находятся на границе губчатой и кортикальной кости. Это обусловлено тем, что в данных моделях большая часть нагрузки приходится на кортикальную кость.

Таким образом, представленный дипломный проект будет полезен при прогнозировании рисков, связанных с операцией по резекции первого премоляра, так как в нем показаны вероятности разрушений губчатой кости, а также места, где эти разрушения наиболее вероятны.

## Список литературы

- 1) <http://ru.wikipedia.org/wiki/Премоляр>
- 2) <http://rep.bntu.by/bitstream/data/1106/7/Основной%20текст.pdf>
- 3) <http://www.tavi-dent.ru/services/operative-dentistry/dental-extraction/root-resection/>
- 4) <http://www.dentaltechnic.info/index.php/obshie-voprosy/fundamentalnye-voprosy/99-anatomiya-zubovcheloveka/>
- 5) Арутюнов С.Д., Григорьянц Л.А., Мовсесян Г.В., Мохов А.В., Журули Г.Н. Эндодонто – эндооссальный имплантат. Патент на изобретение № 2209049. Опубл. в БИ №21. 2003.
- 6) Сухарев М.Ф., Бобров А.В. Изучение биомеханического взаимодействия имплантантов и кости методом математического моделирования. - Клиническая имплантология и стоматология. –1997.
- 7) Чумаченко Е.Н., Воложин А.И., Портной В.К., Маркин В.А. Гипотетическая модель биомеханического взаимодействия зубов и опорных тканей челюсти при различных значениях жевательной нагрузки // Стоматология. 1999.
- 8) Чумаченко Е.Н., Воложин А.И., Арутюнов С.Д., Лебедеко И.Ю., Логашина И.В., Маркин В.А., Полякова Т.В. Автоматизация принятия проектных решений при установке металлокерамических зубных протезов // Российская стоматология. 2006.
- 9) Чумаченко Е.Н., Арутюнов С.Д., Лебедеко И.Ю. Математическое моделирование напряженно - деформированного состояния зубных протезов. – М.: Молодая Гвардия, 2003
- 10) Качанов Л.М. Основы механики разрушения. – М.: Наука, 1974.
- 11) Олесова. В.Н., Осипов А.В. Изучение процессов напряженно-деформированного состояния в системе протез – имплантат - кость при ортопедическом лечении беззубой нижней челюсти. Проблемы стоматологии и нейростоматологии. 1998.
- 12) Чумаченко Е.Н., Печенкин Д.В. Моделирование и расчет термоупругопластических деформаций при анализе локально изотропных конструкций. М.: 2000.
- 13) Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. – М.: Мир, 1979.

- 14) Сухарев М.Ф., Бобров А.В. Изучение биомеханического взаимодействия имплантантов и кости методом математического моделирования. - Клиническая имплантология и стоматология. –1997.
- 15) Чумаченко Е.Н., Печенкин Д.В. Моделирования и расчет термоупругих пластических деформаций при анализе локально изотропных конструкций. – М.: МГИЭМ. – 2000.

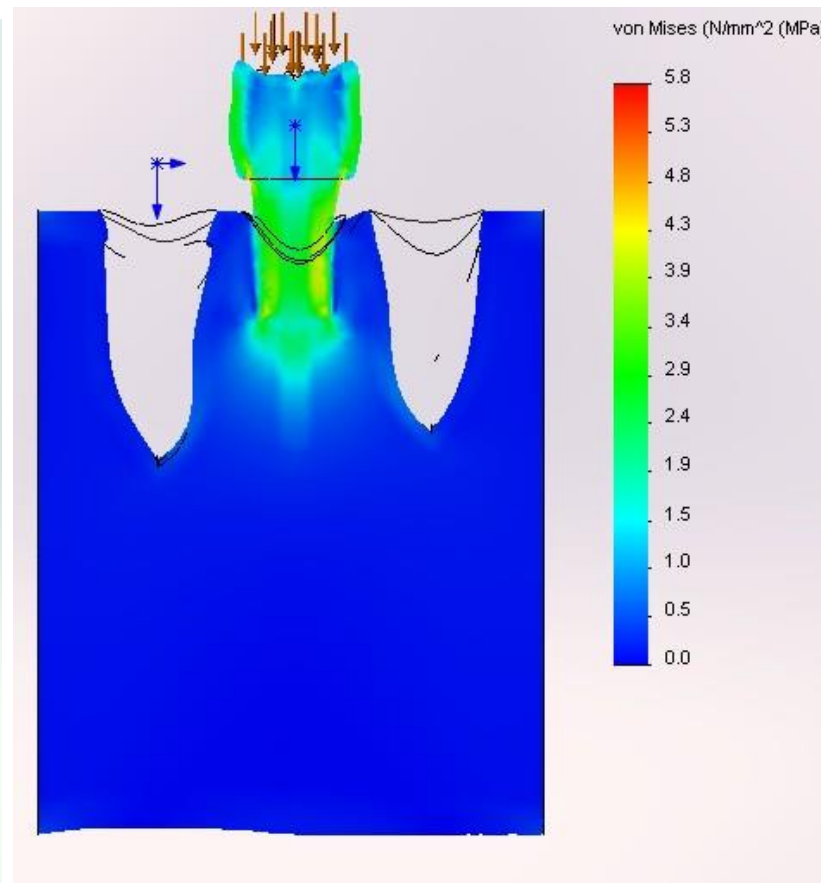
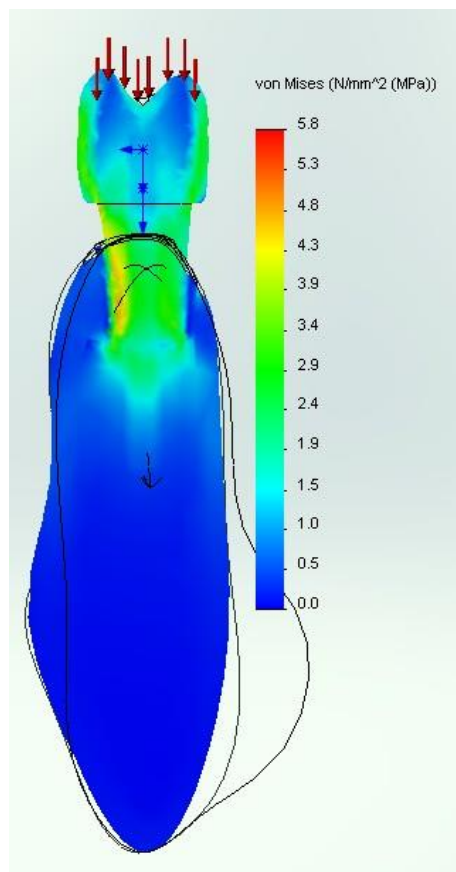


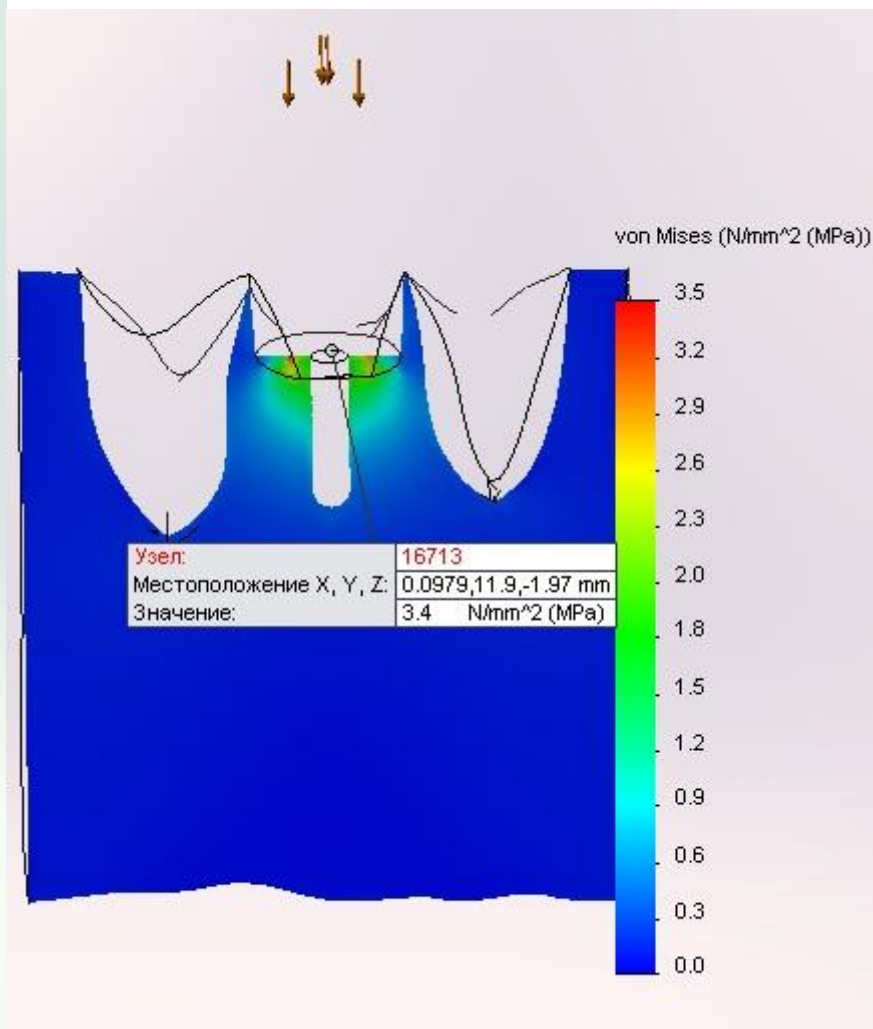
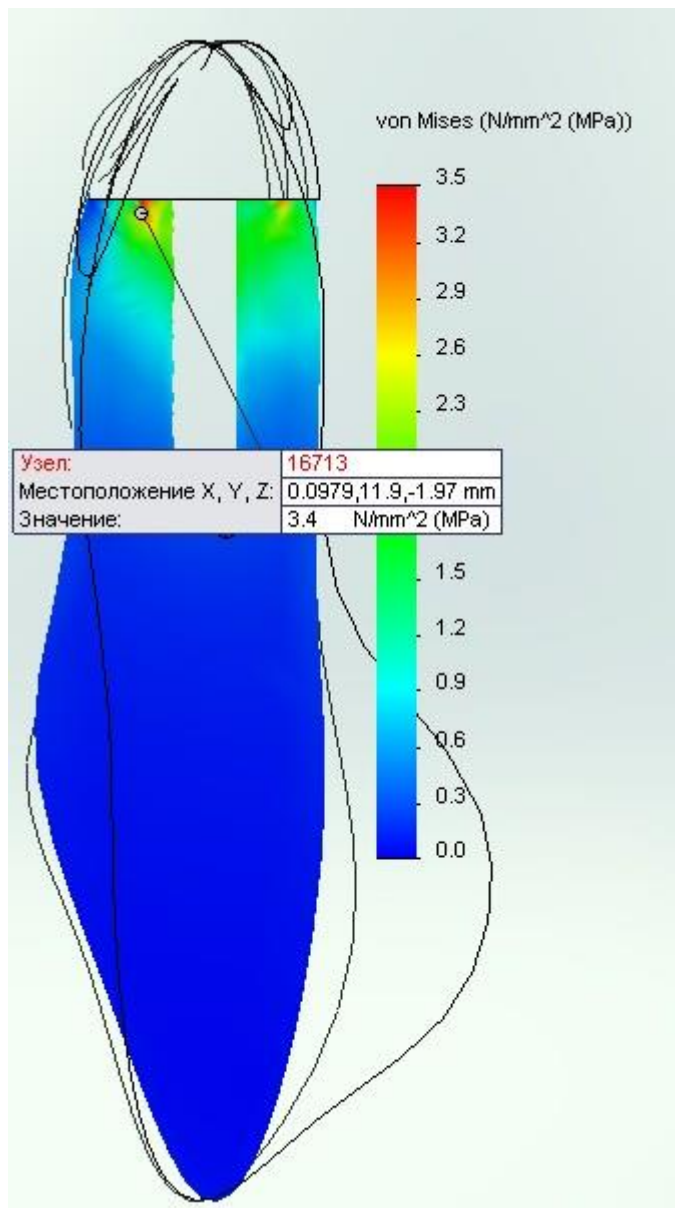


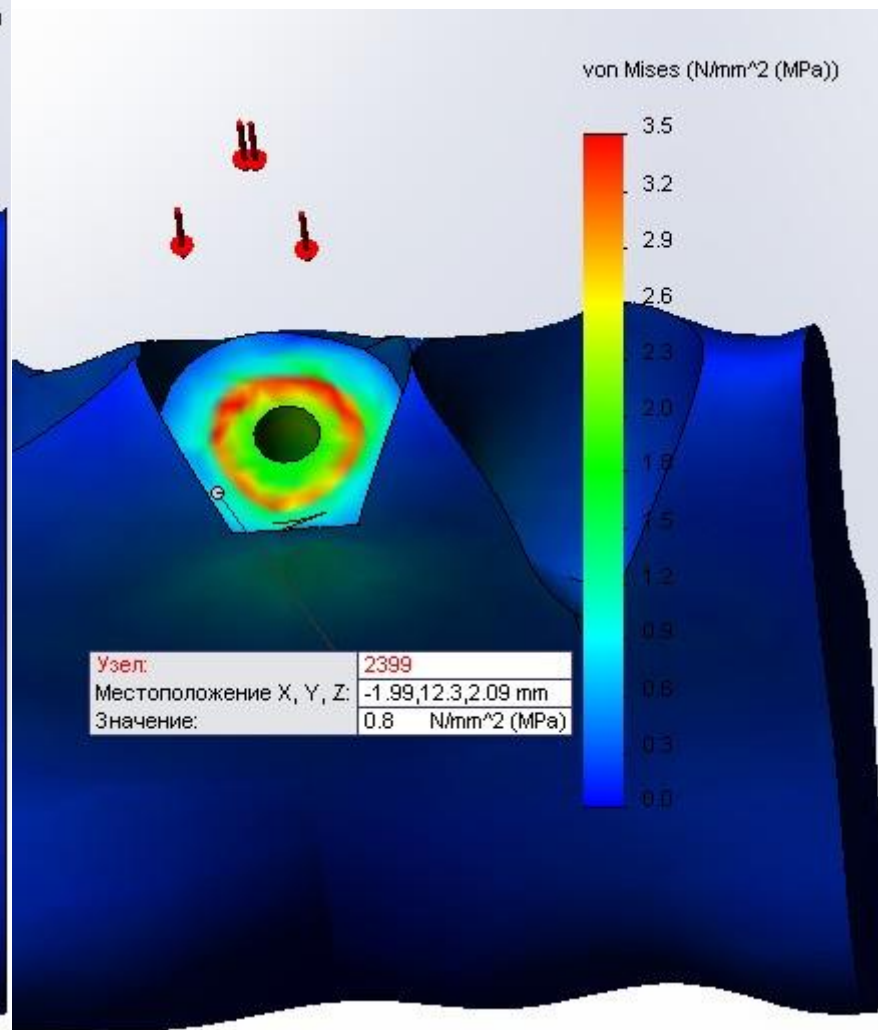
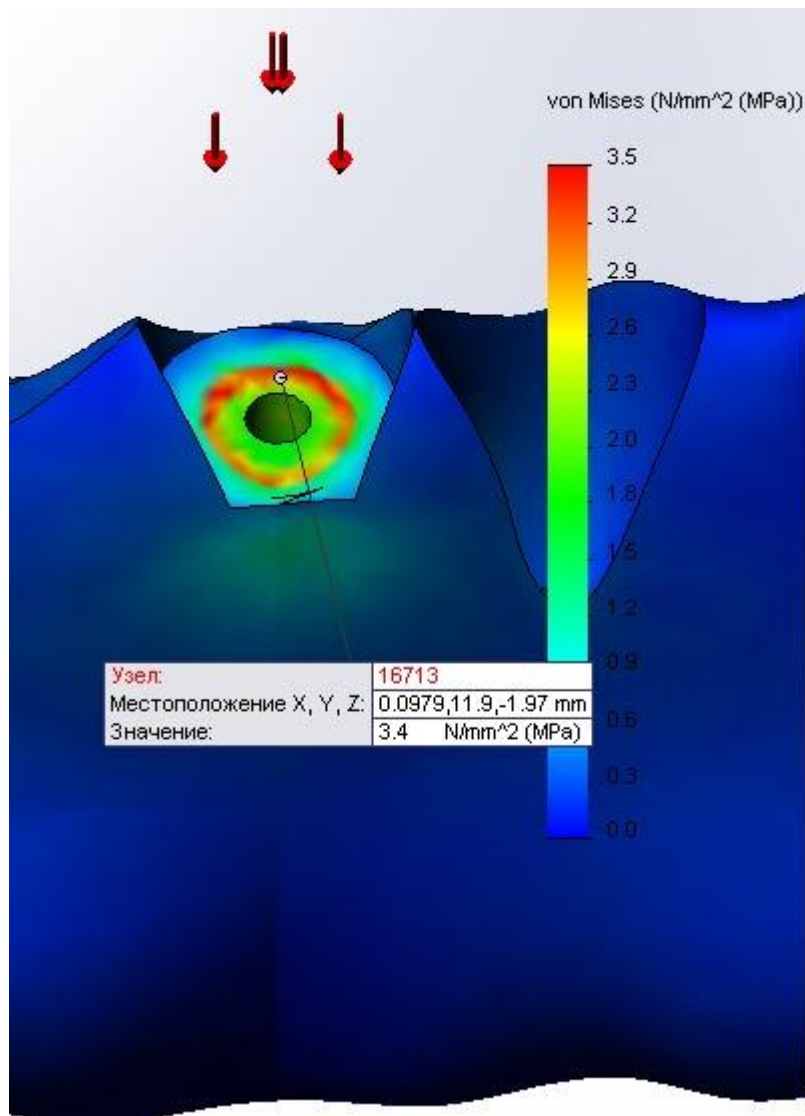
Приложение 1. Иллюстрации.

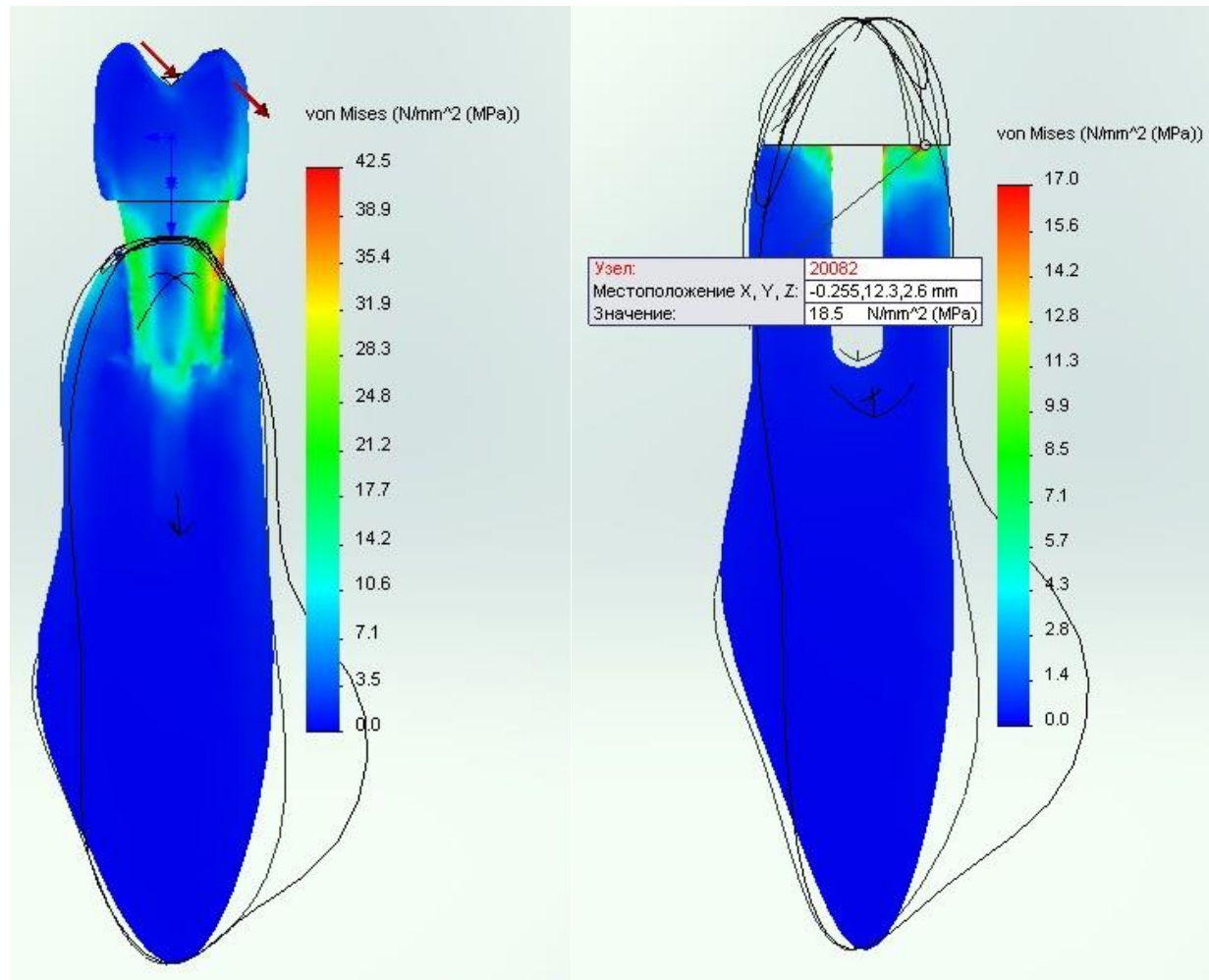
ГК 0.4 III-я степень резекции.

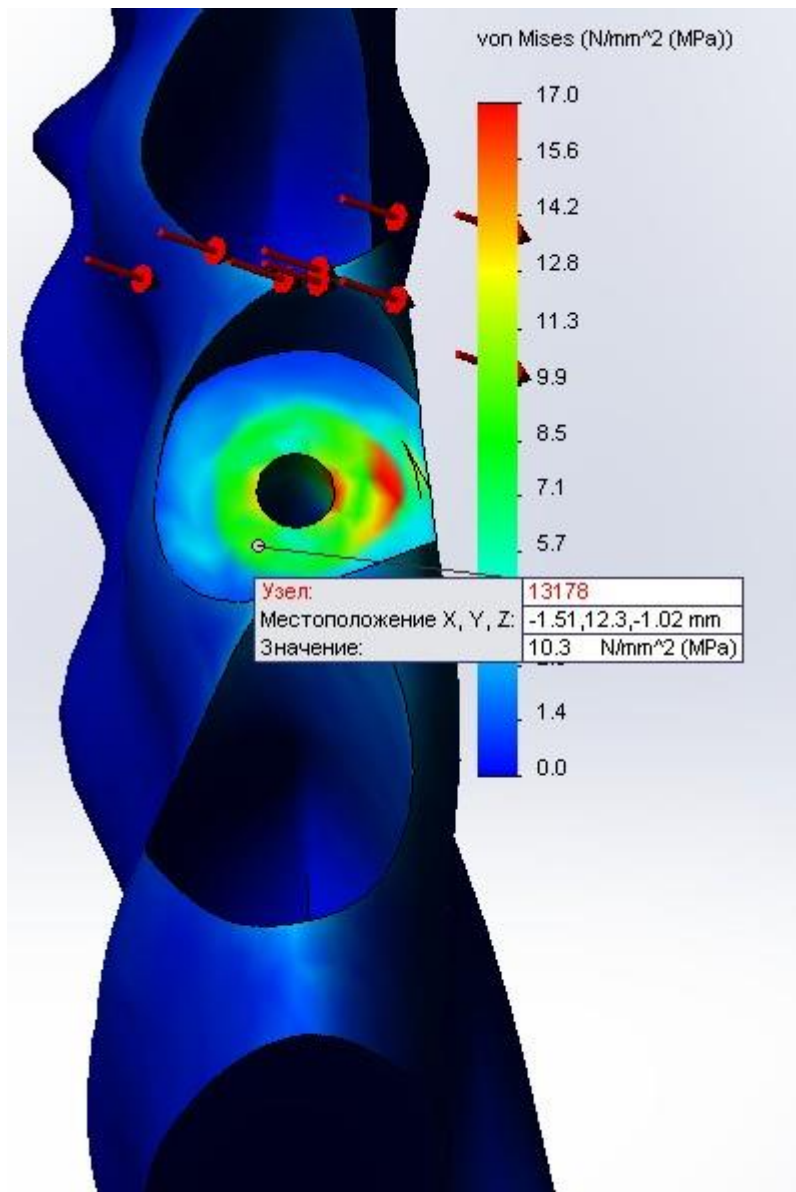
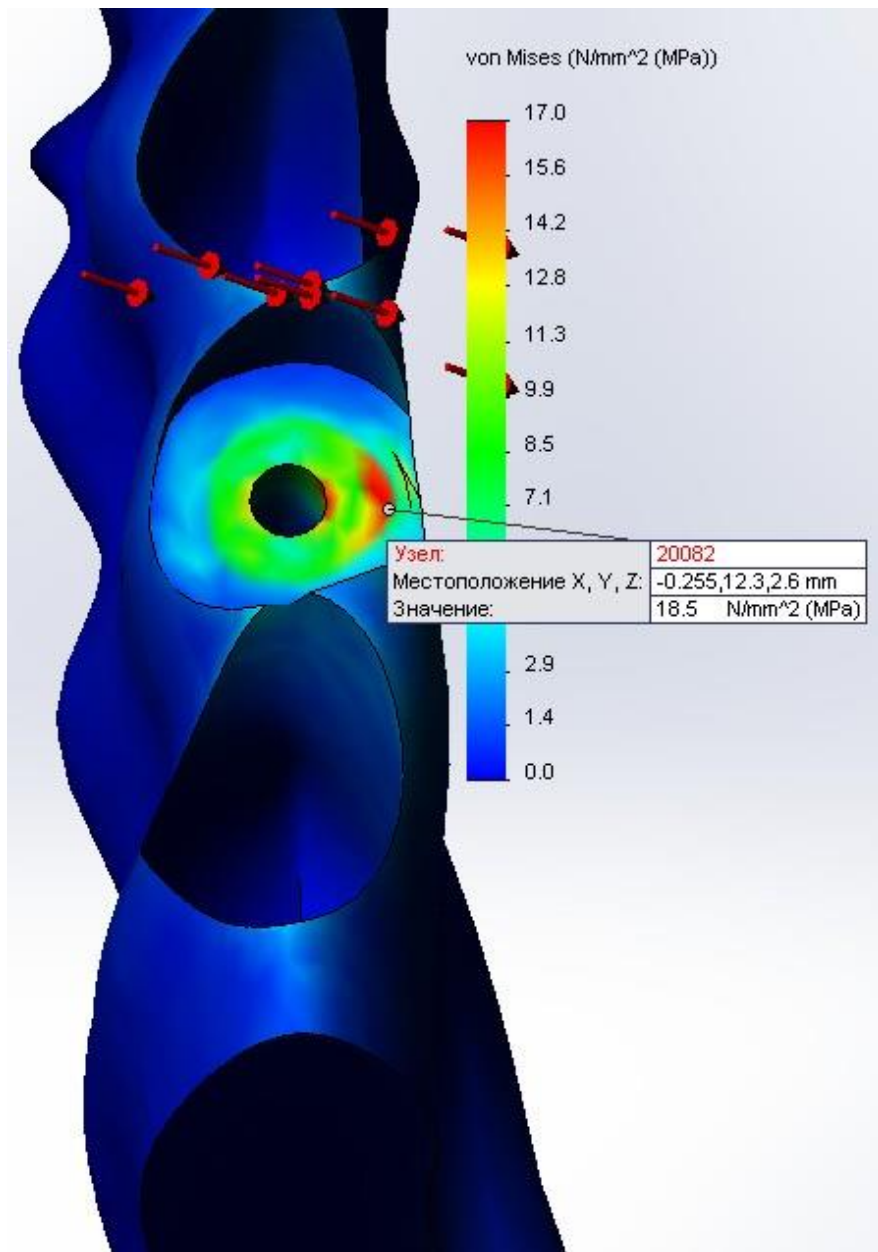
1



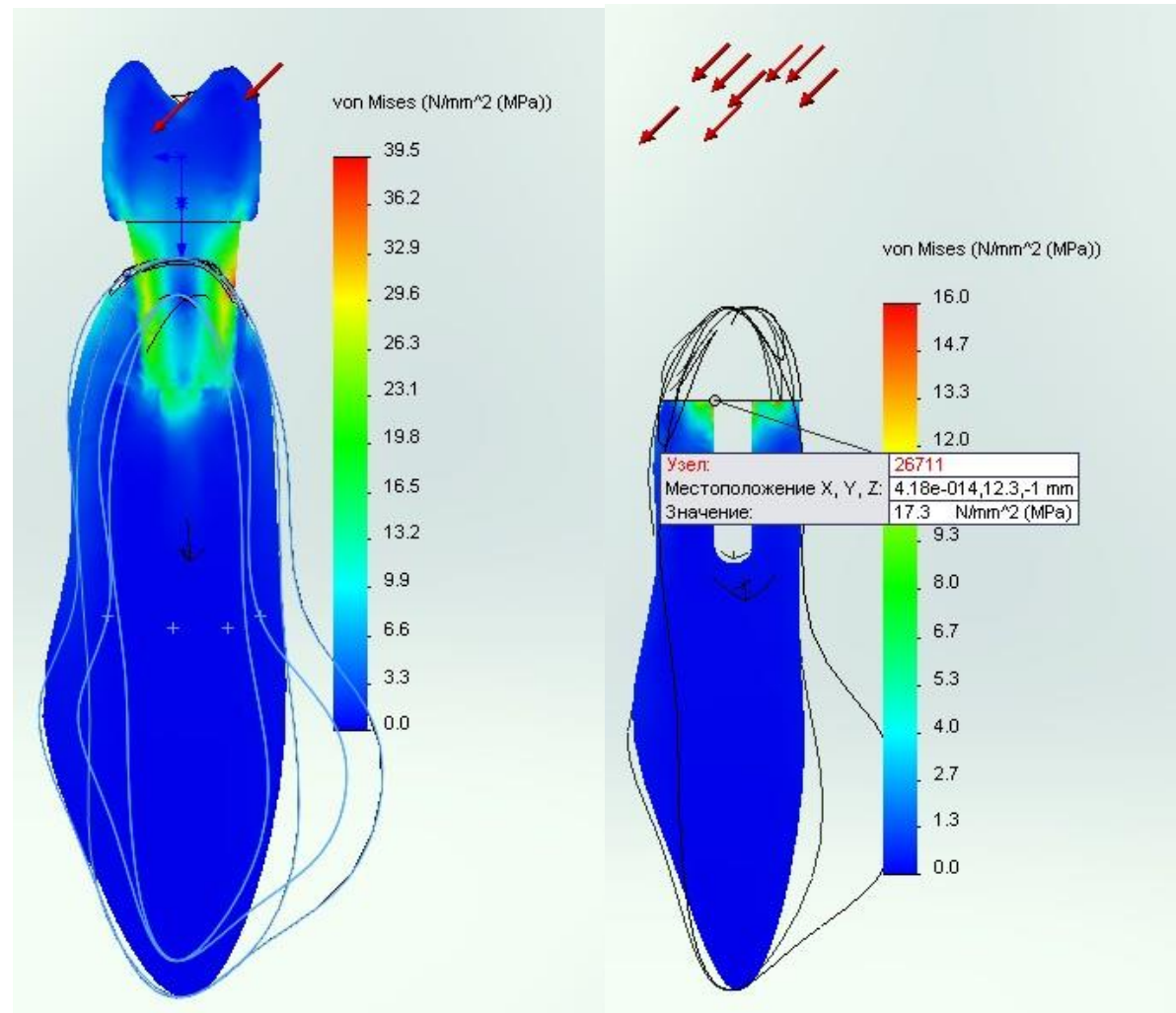


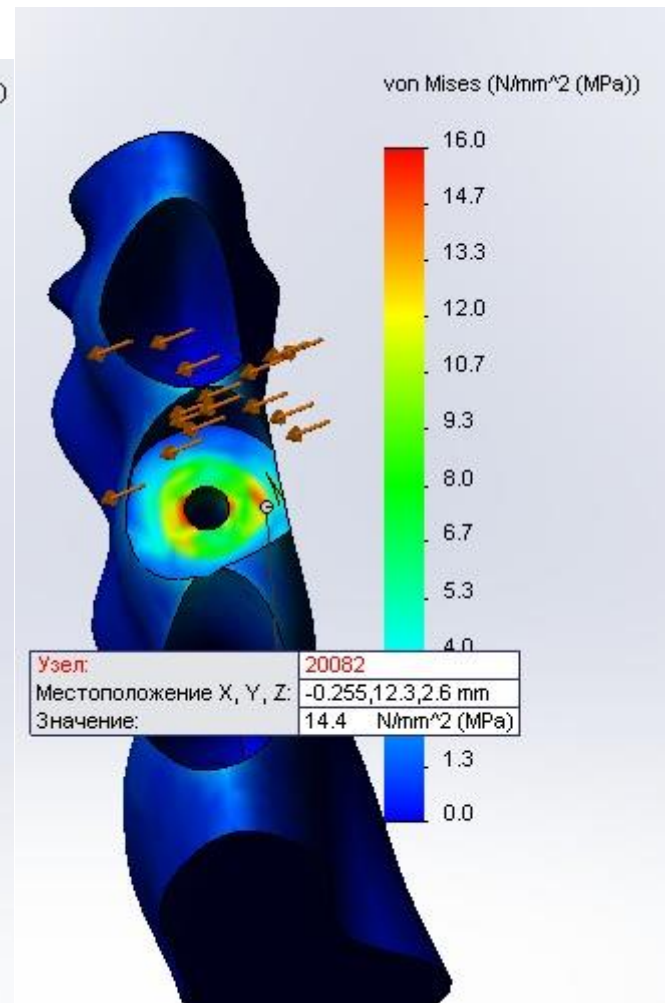
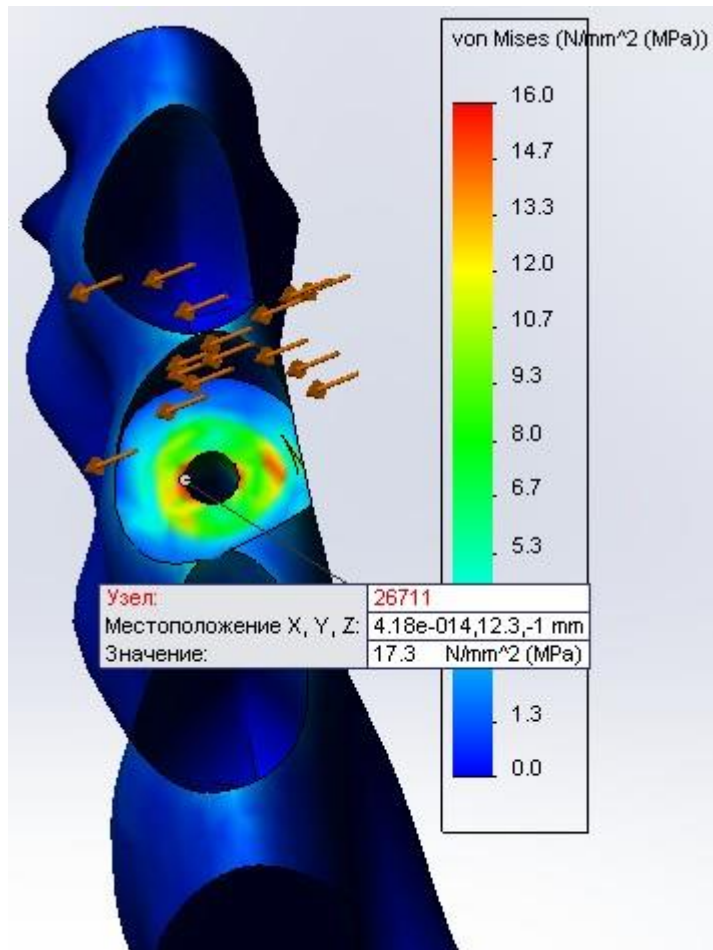




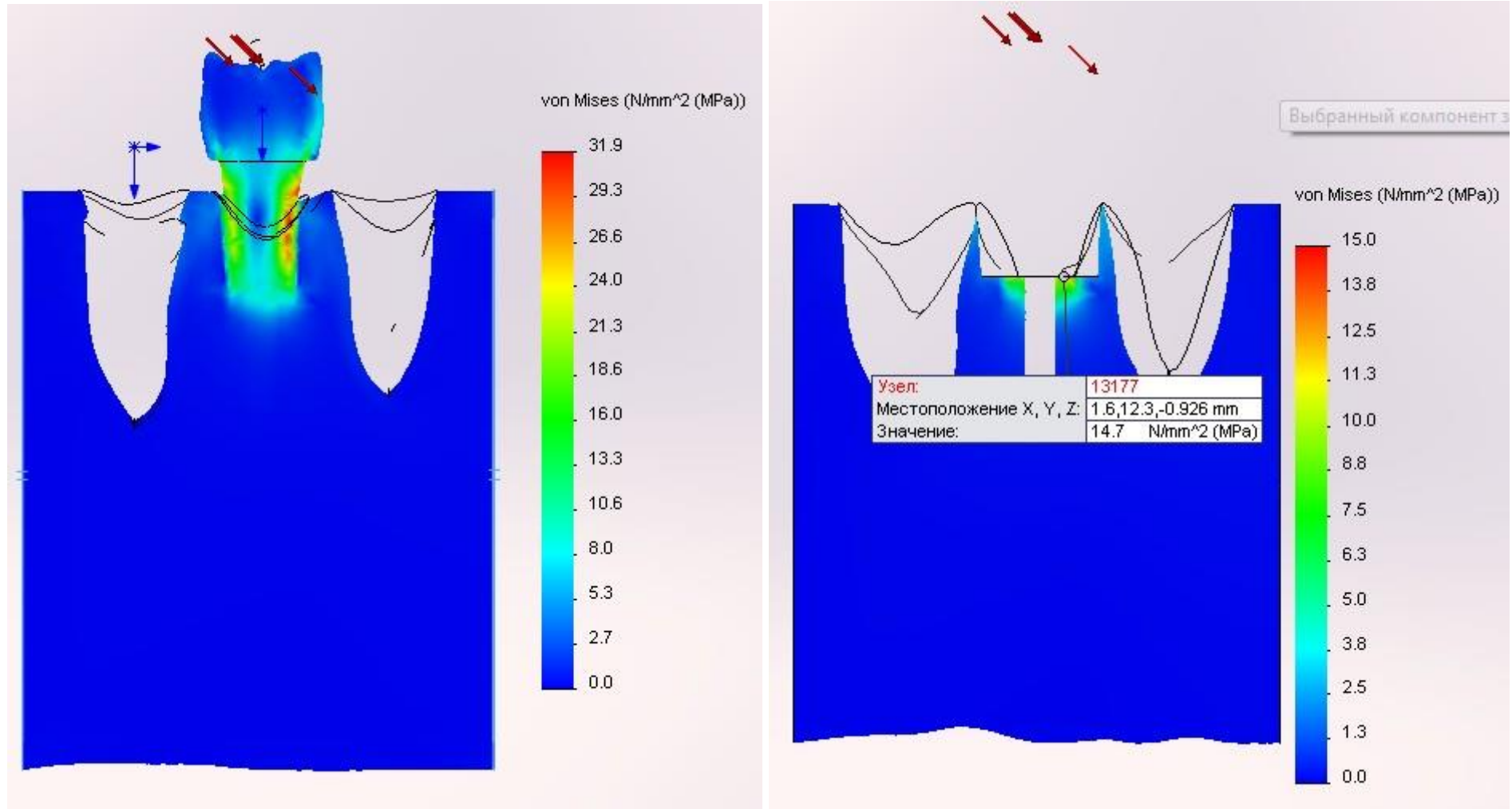


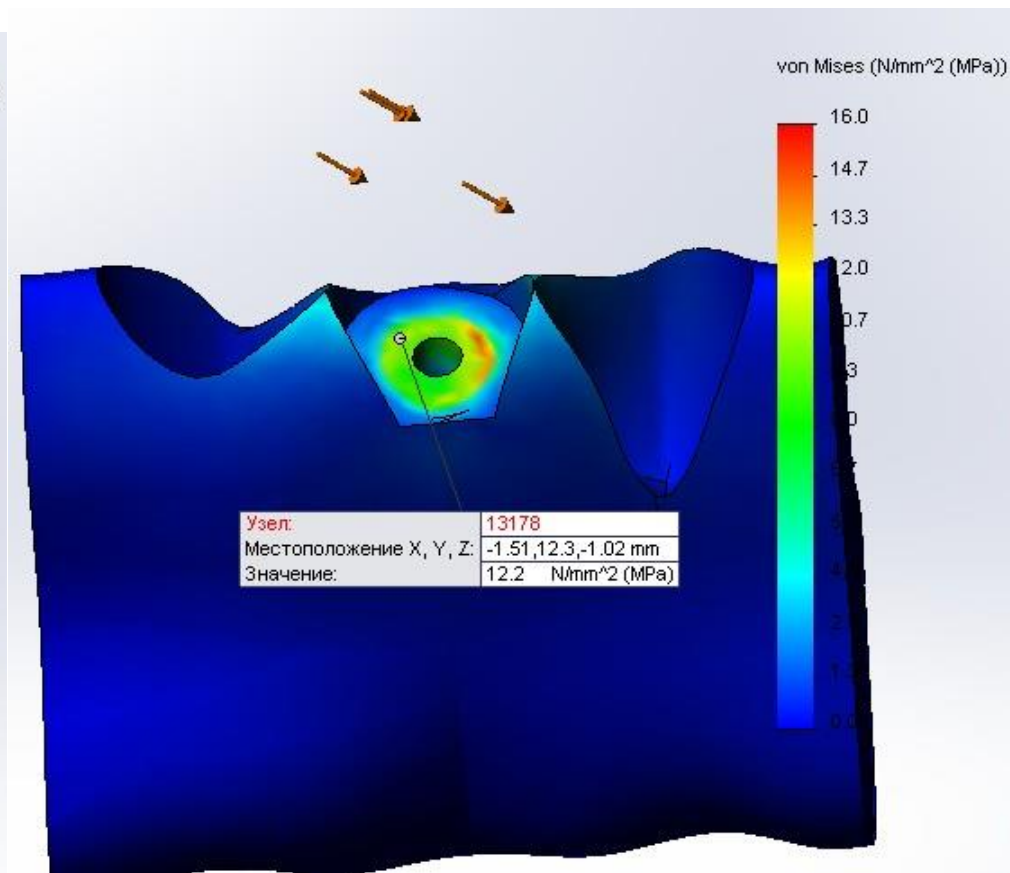
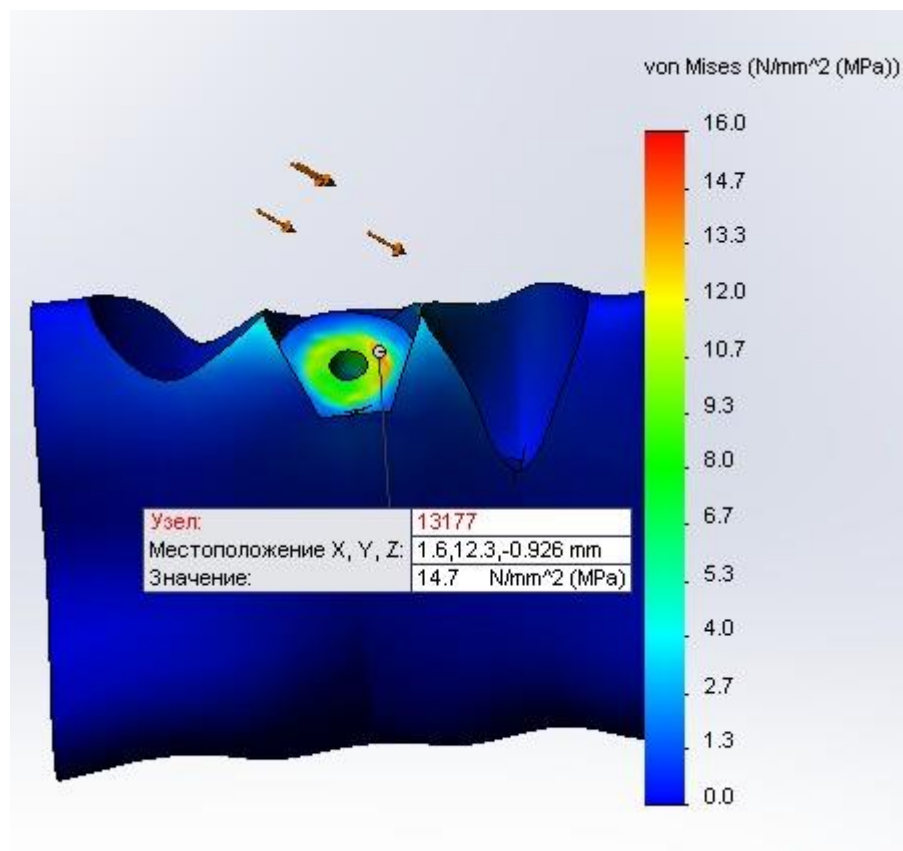


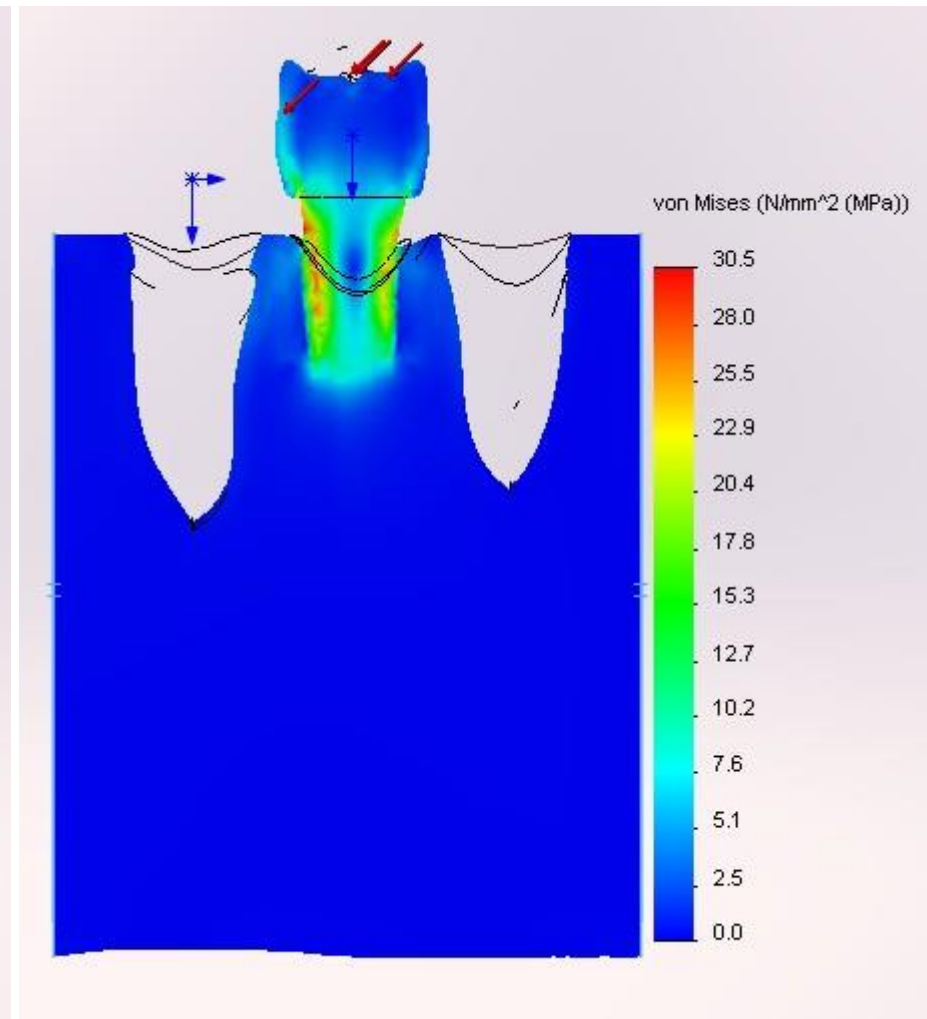
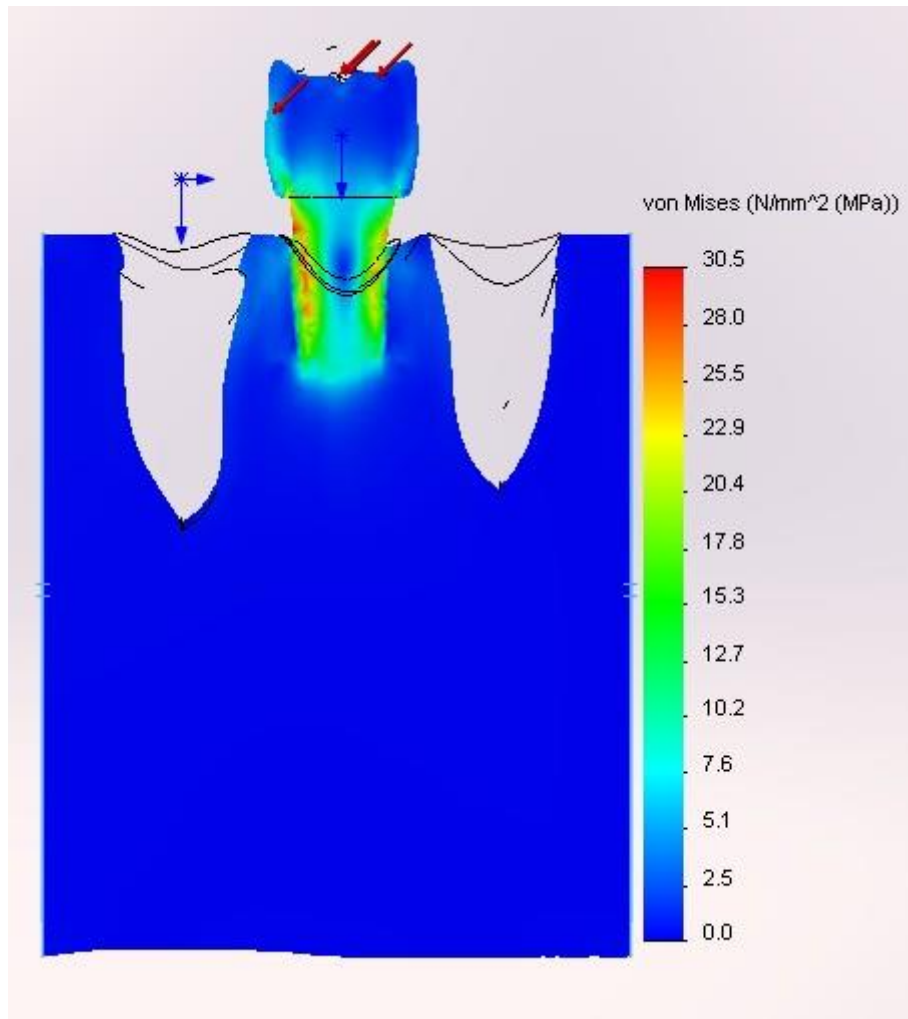


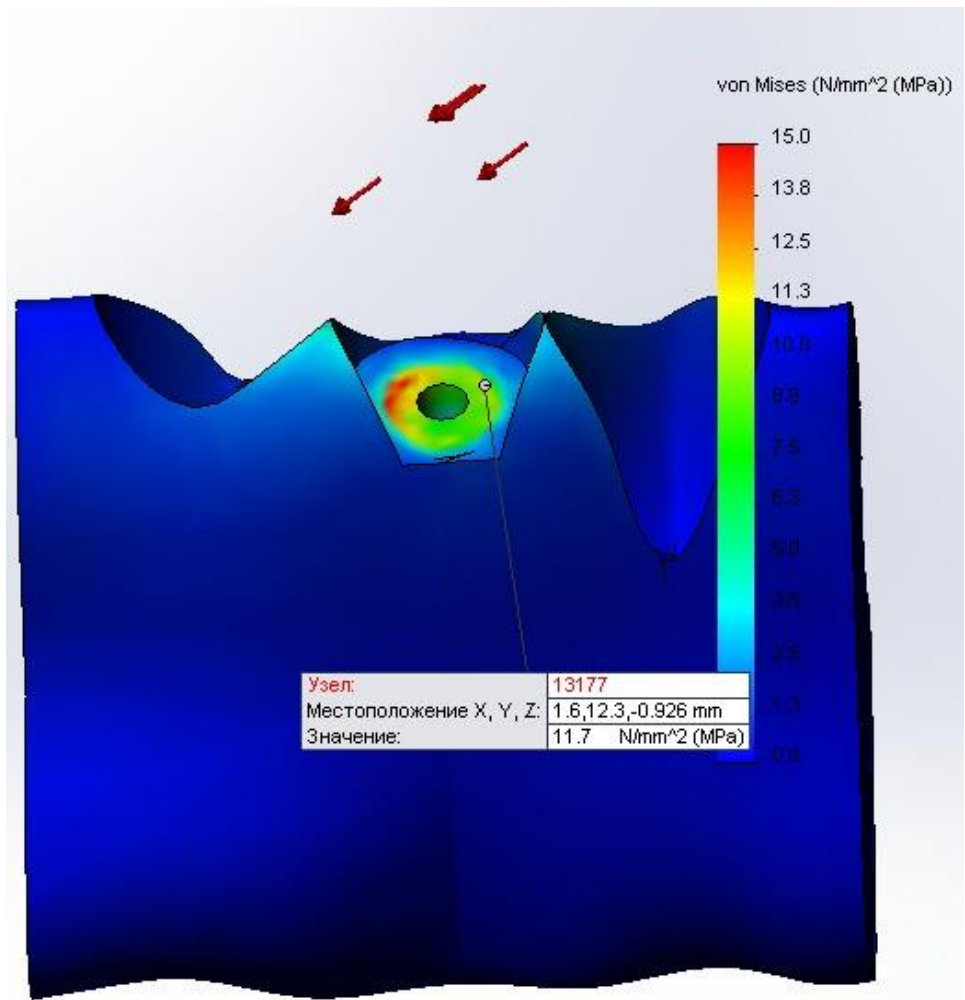
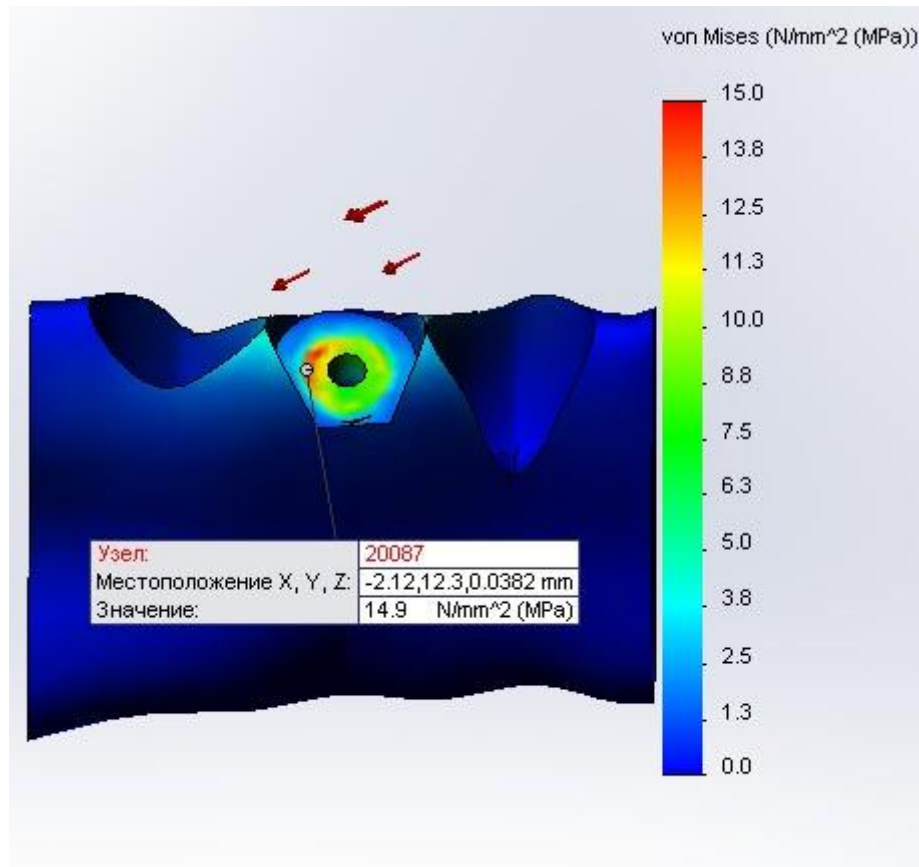






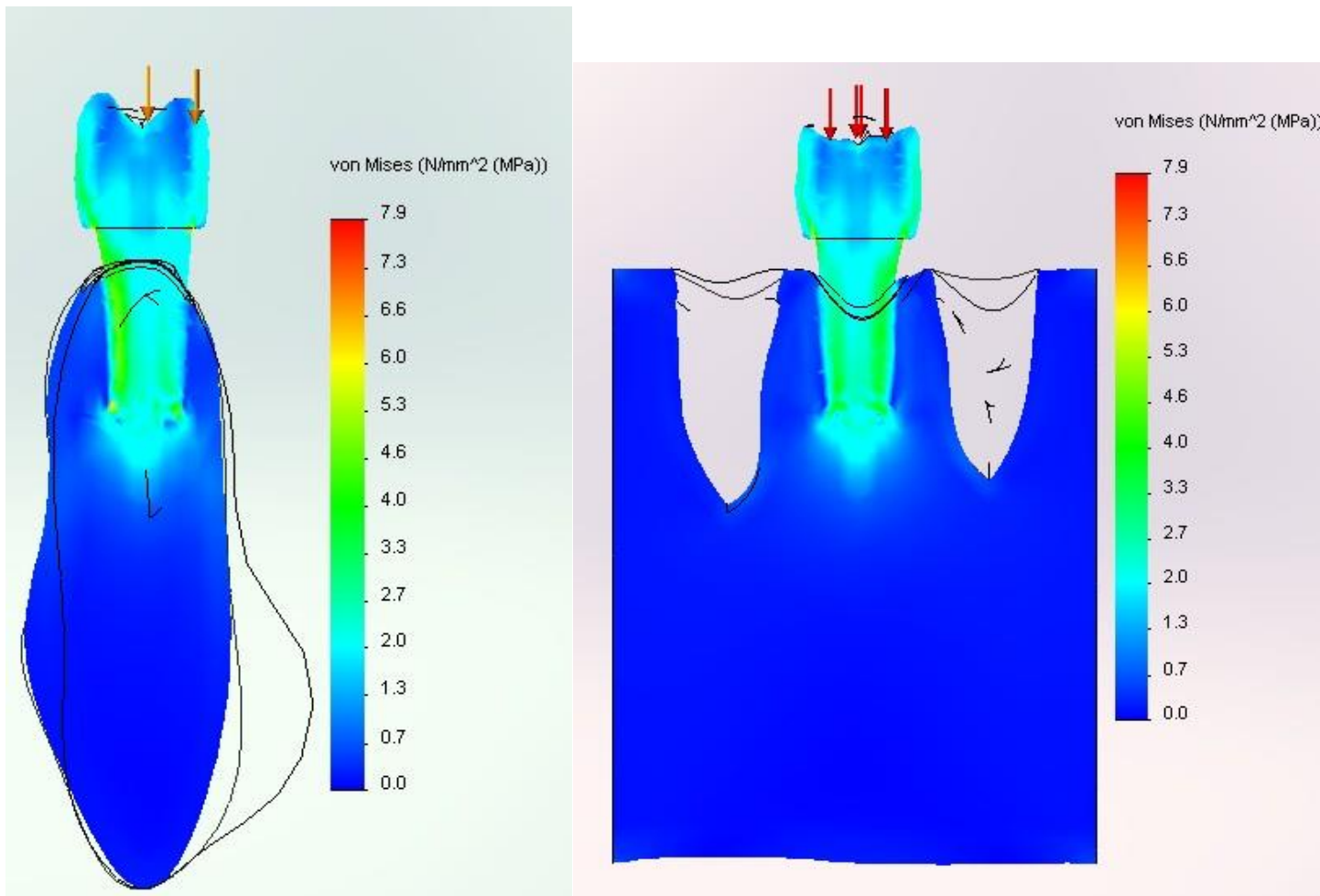


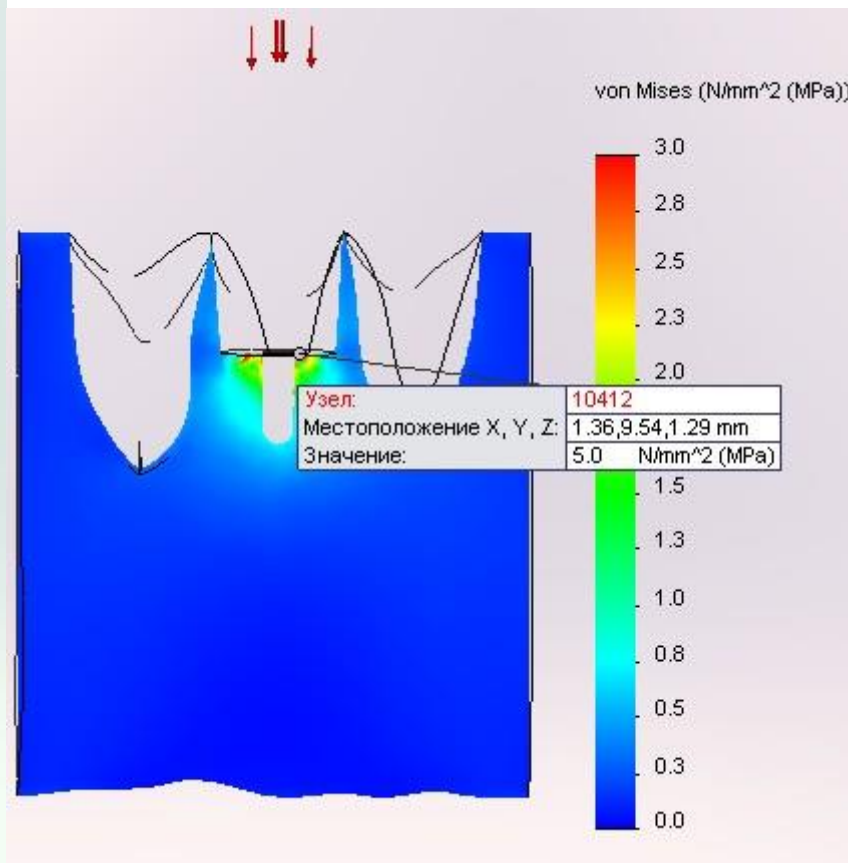
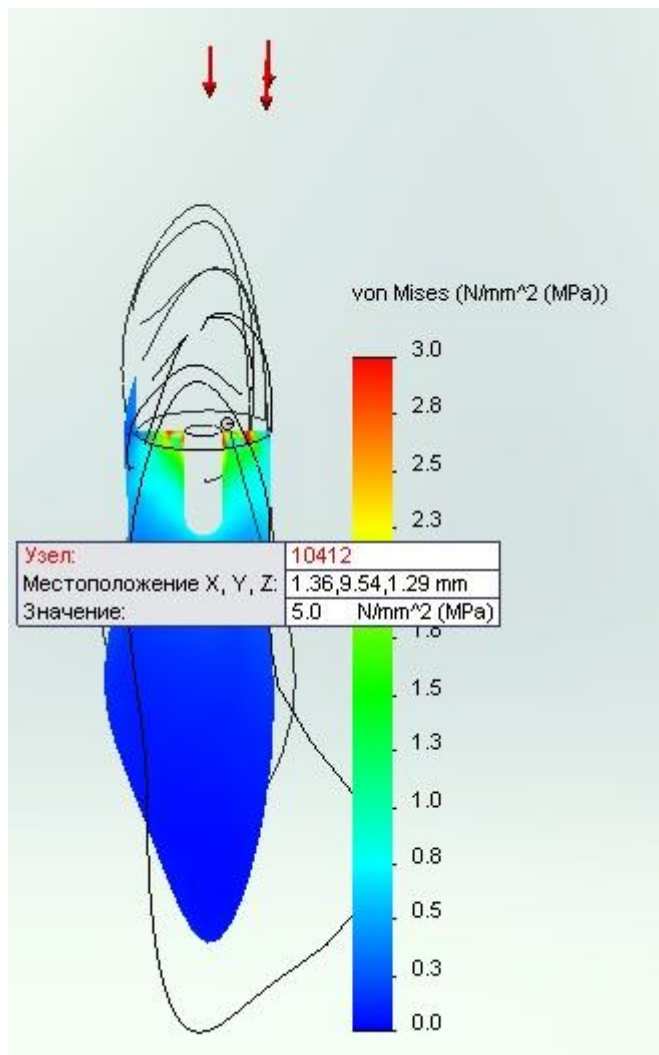




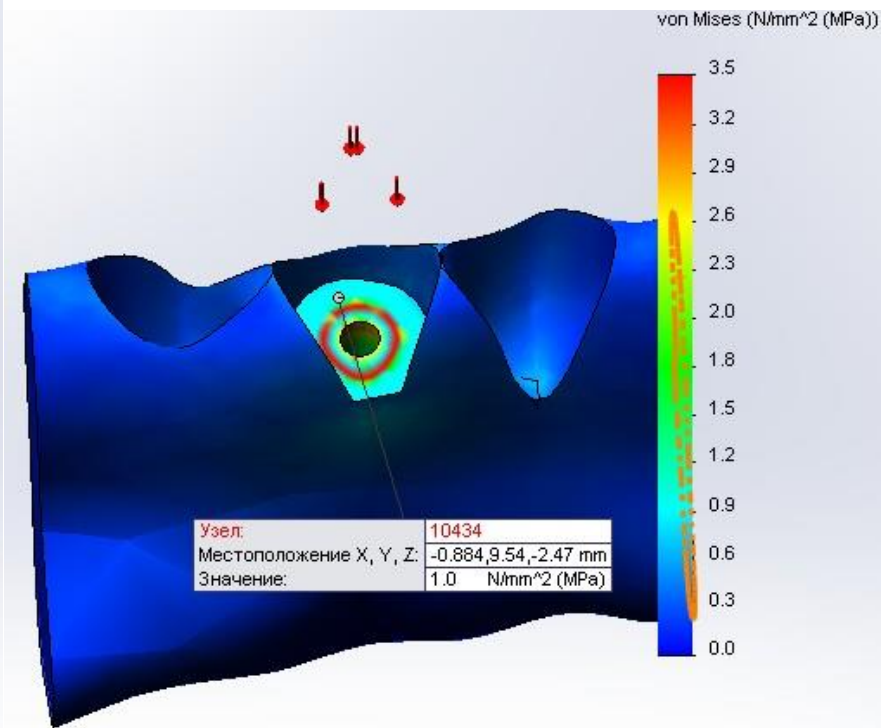
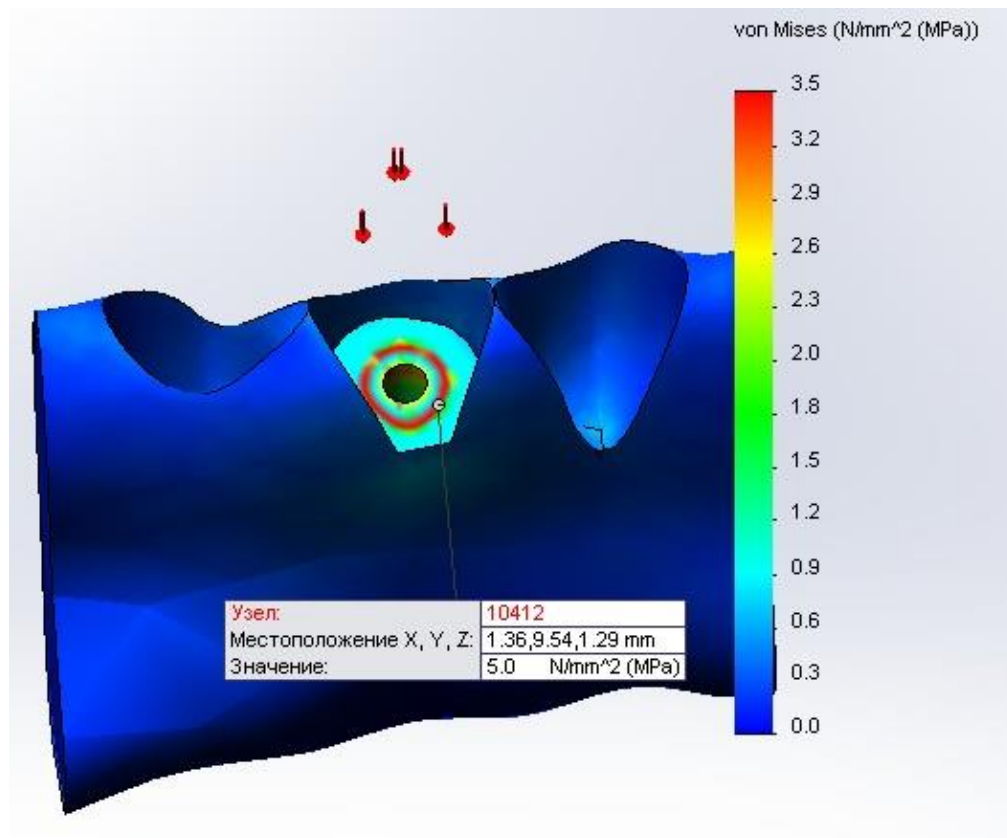
ГК 0.4 II-я степень резекции.

1

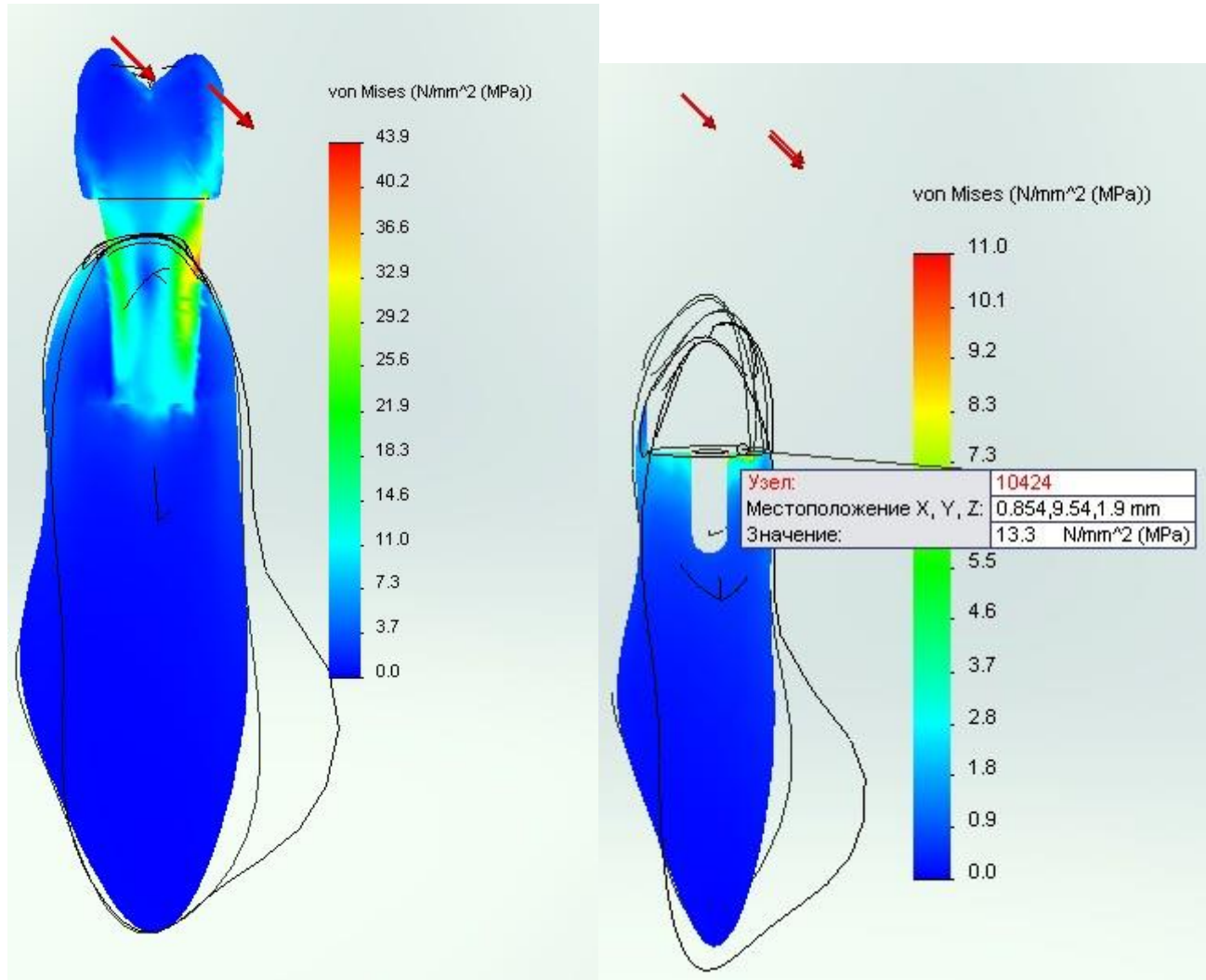




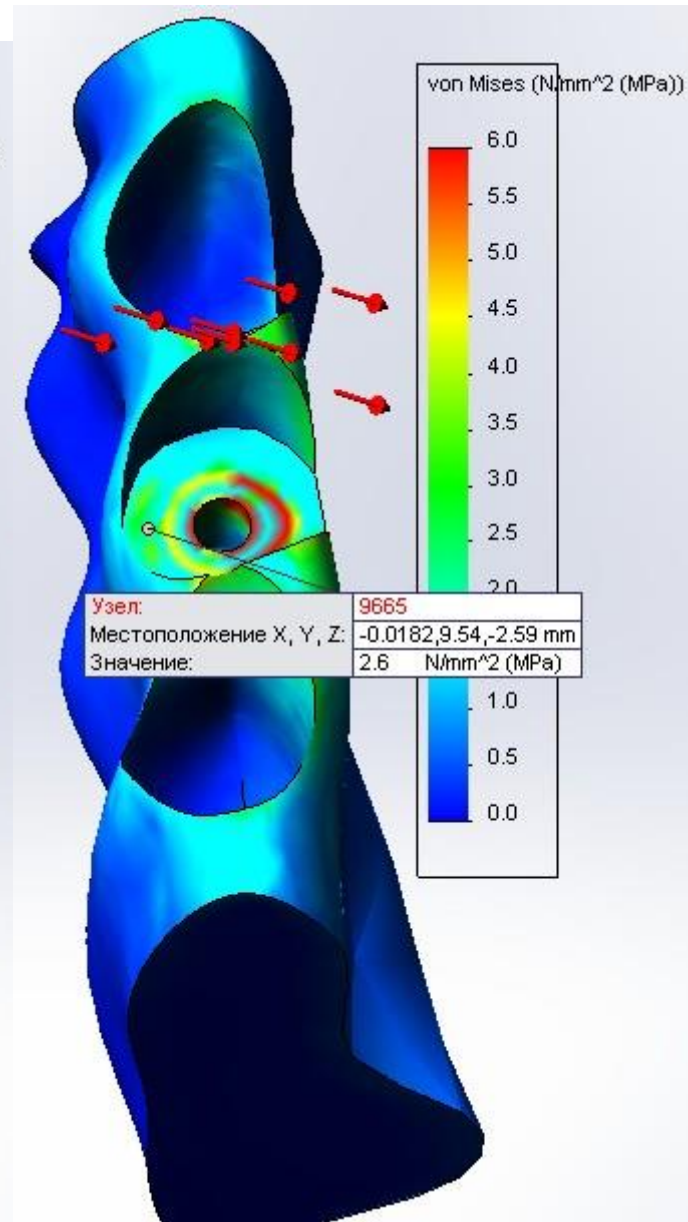
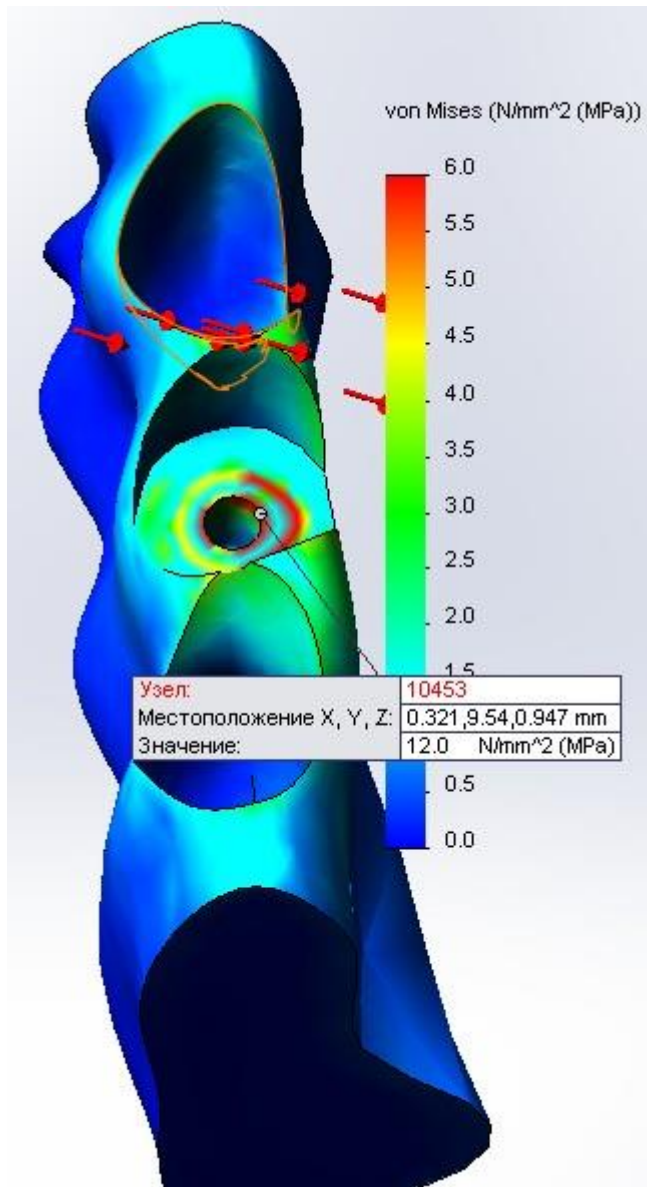


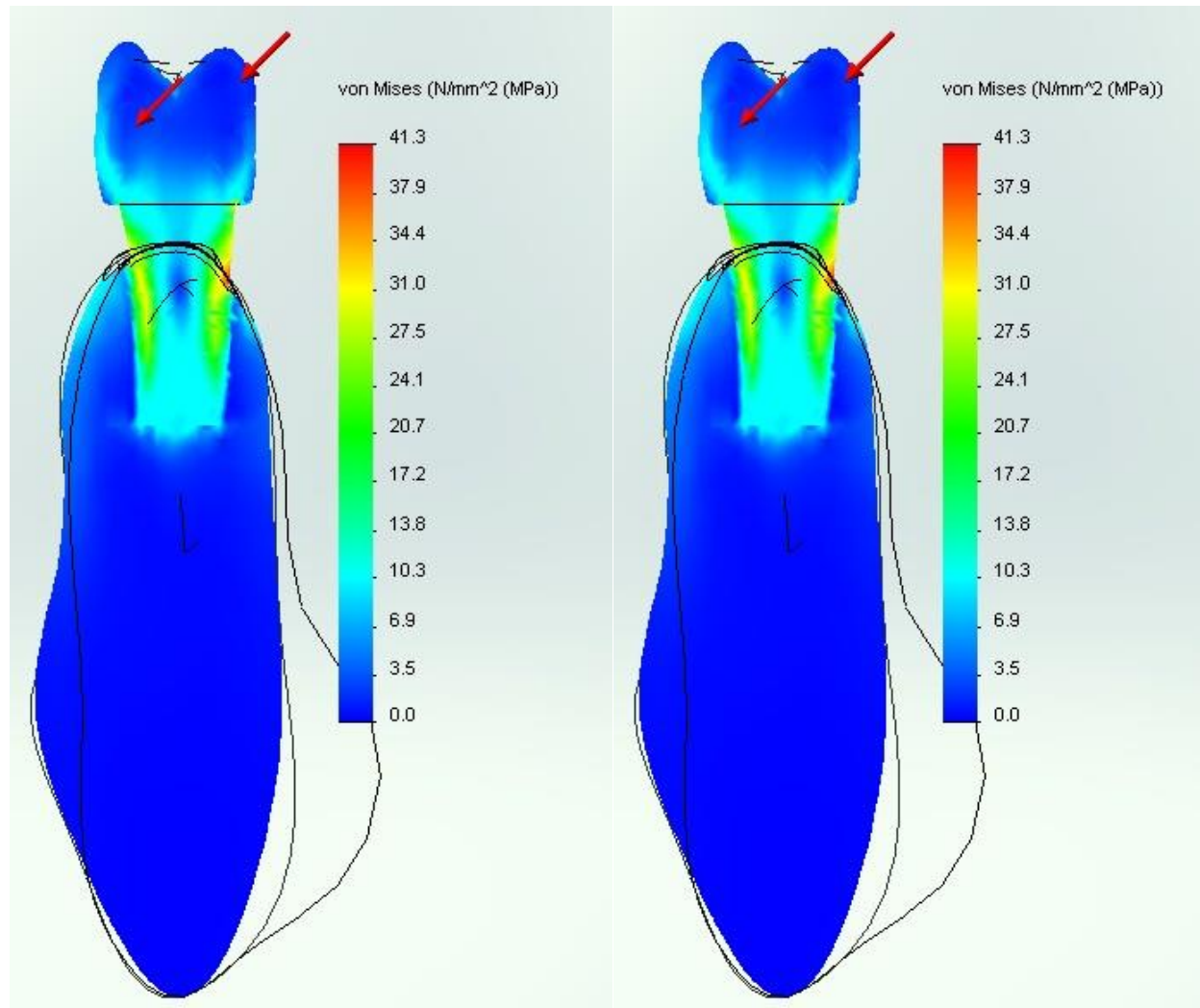


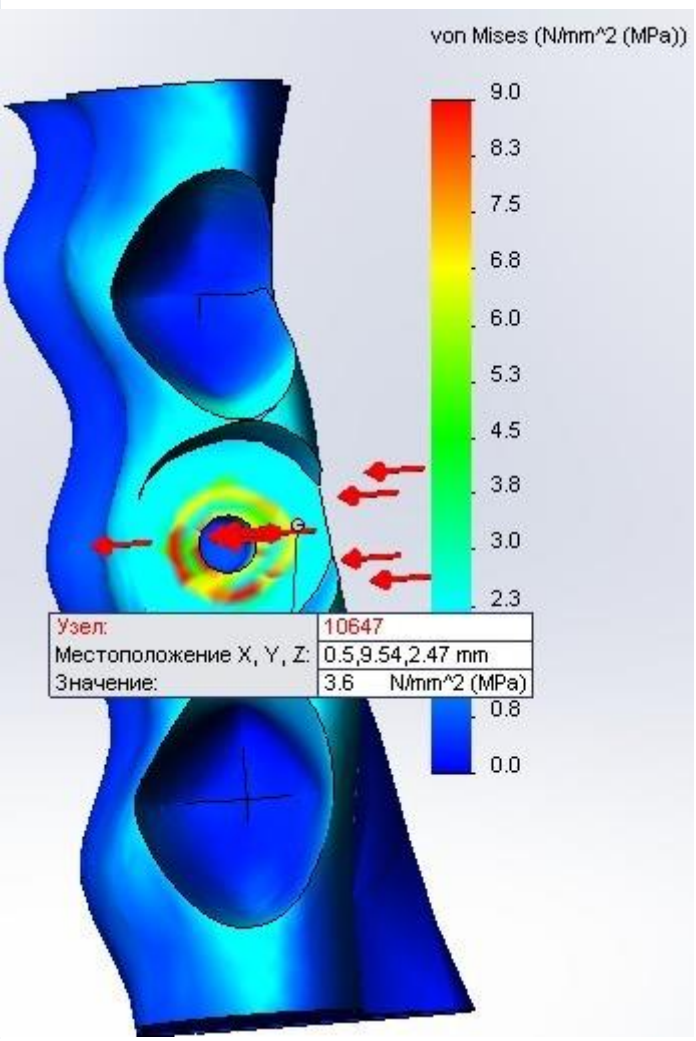
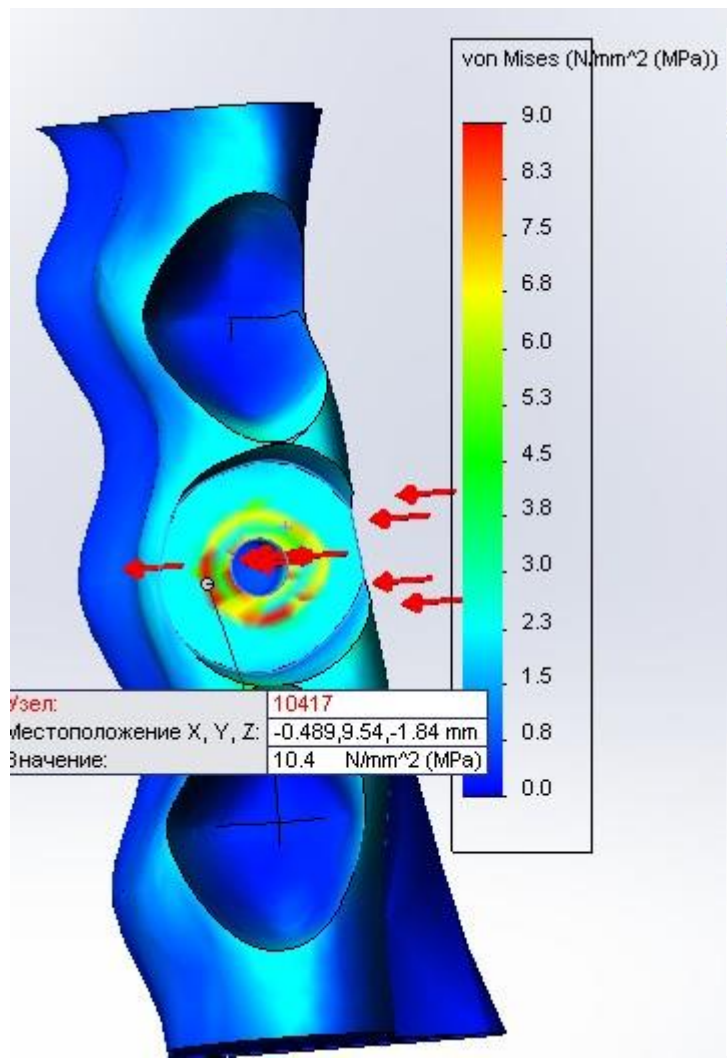
2

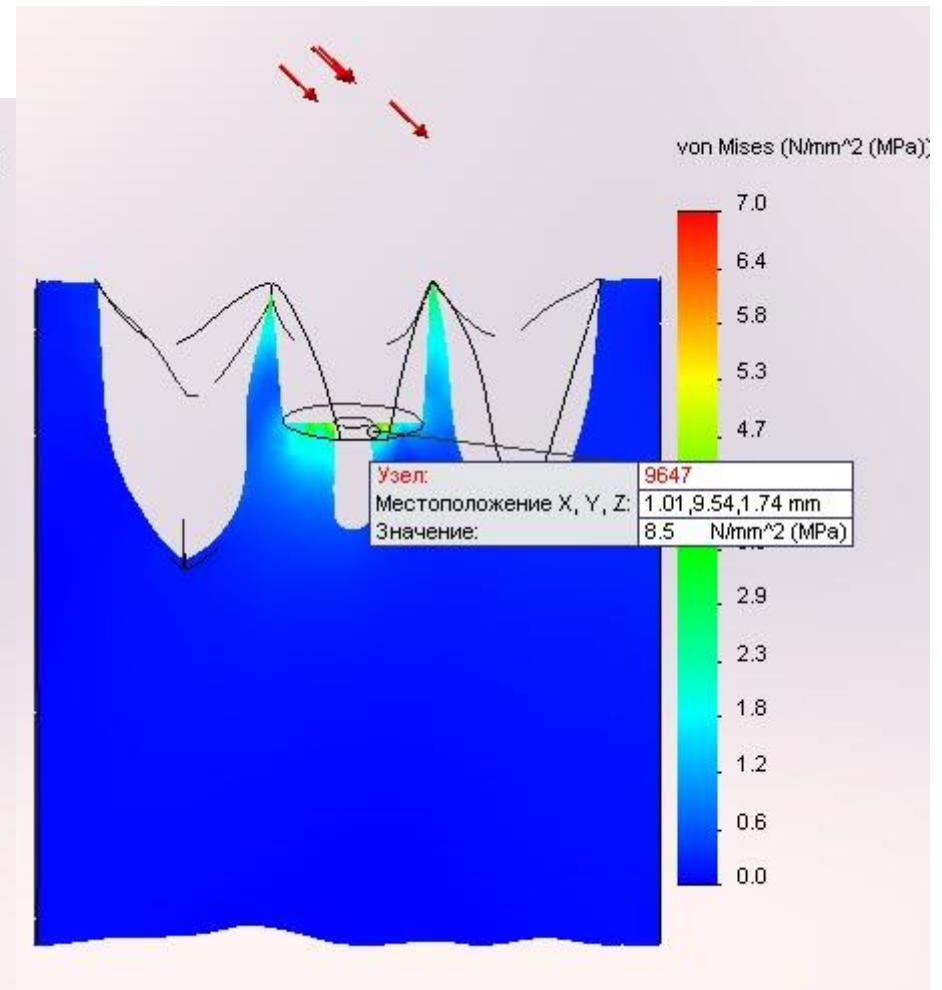
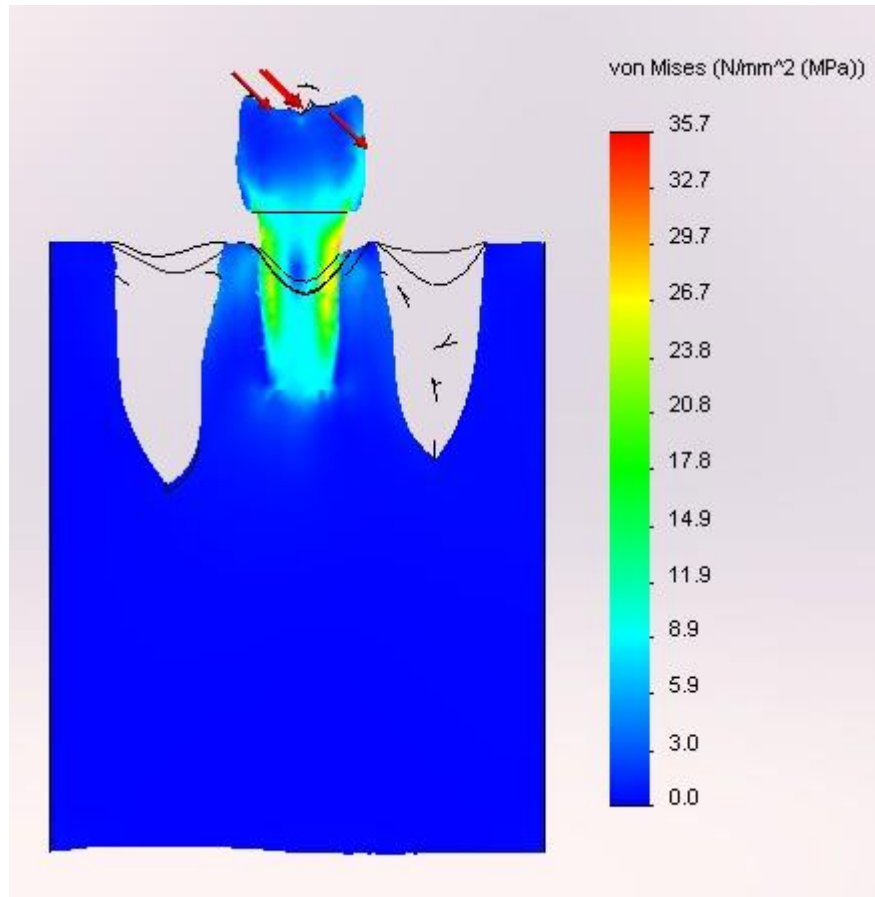


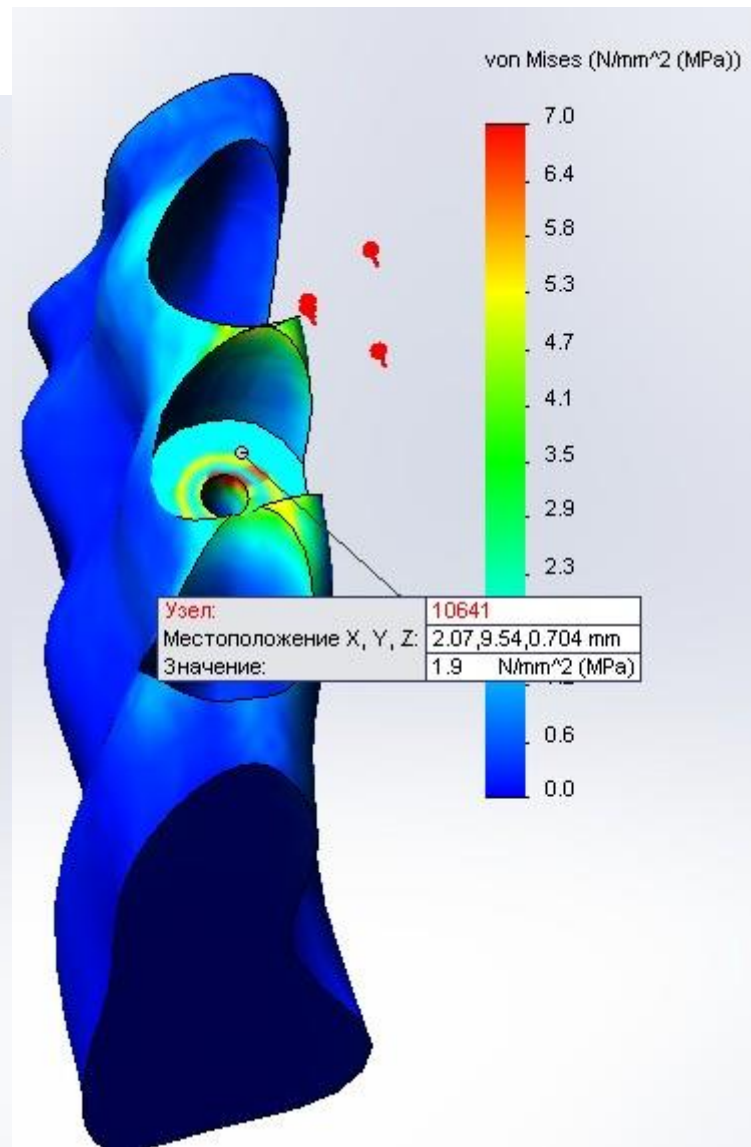
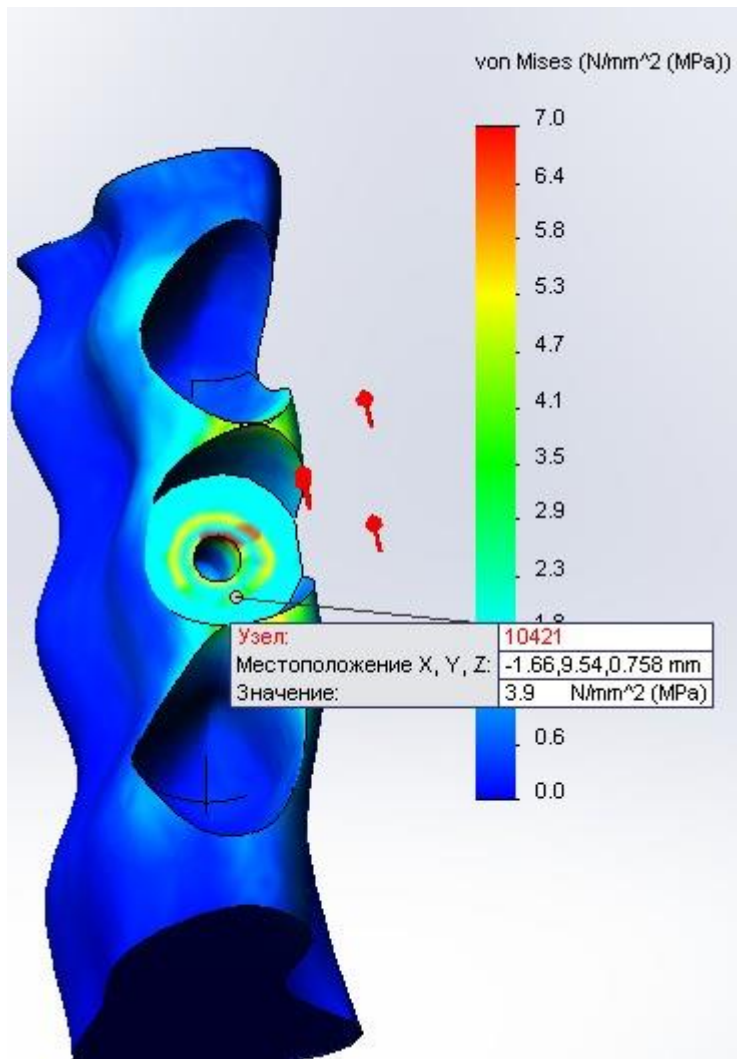




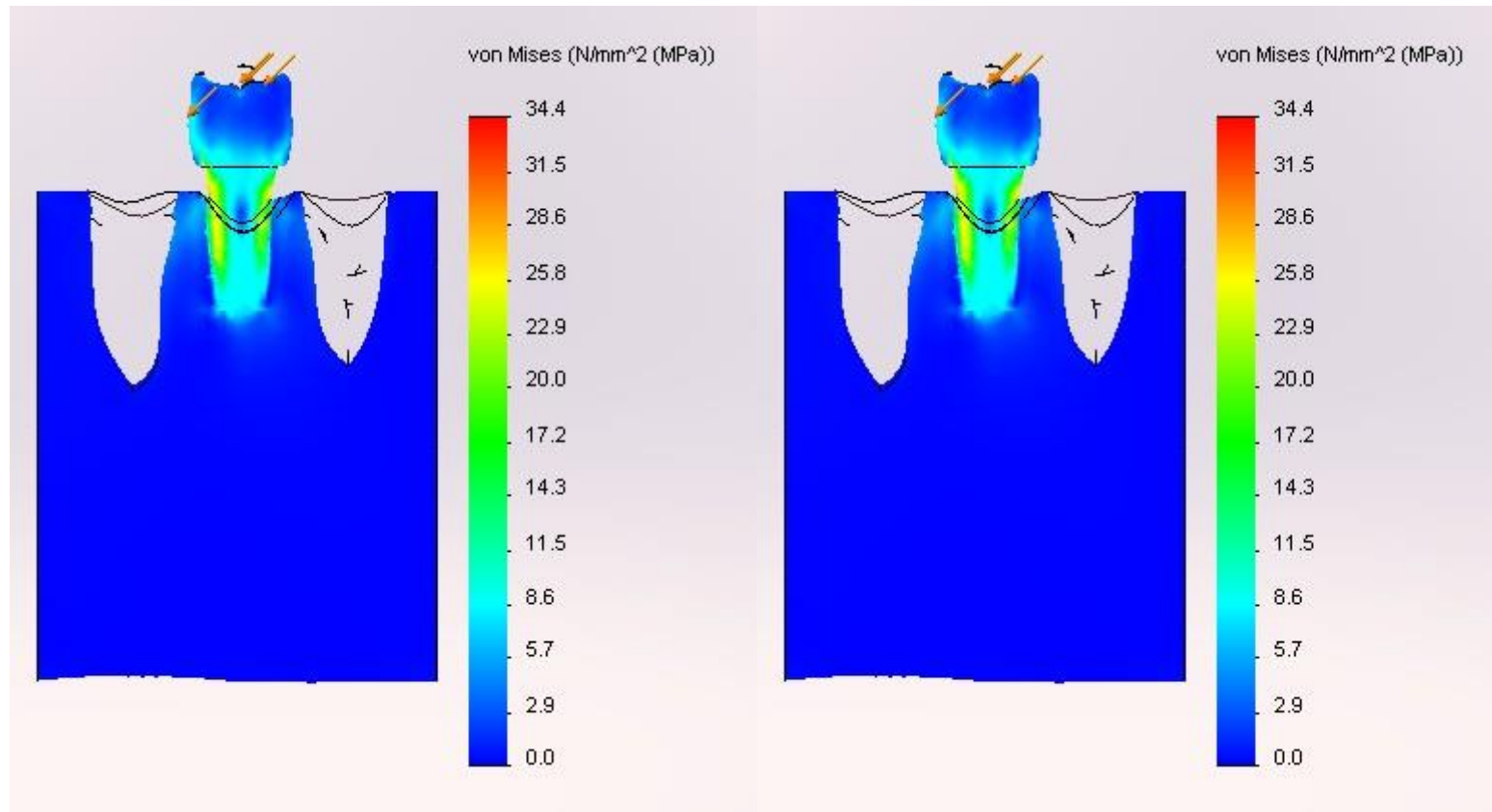


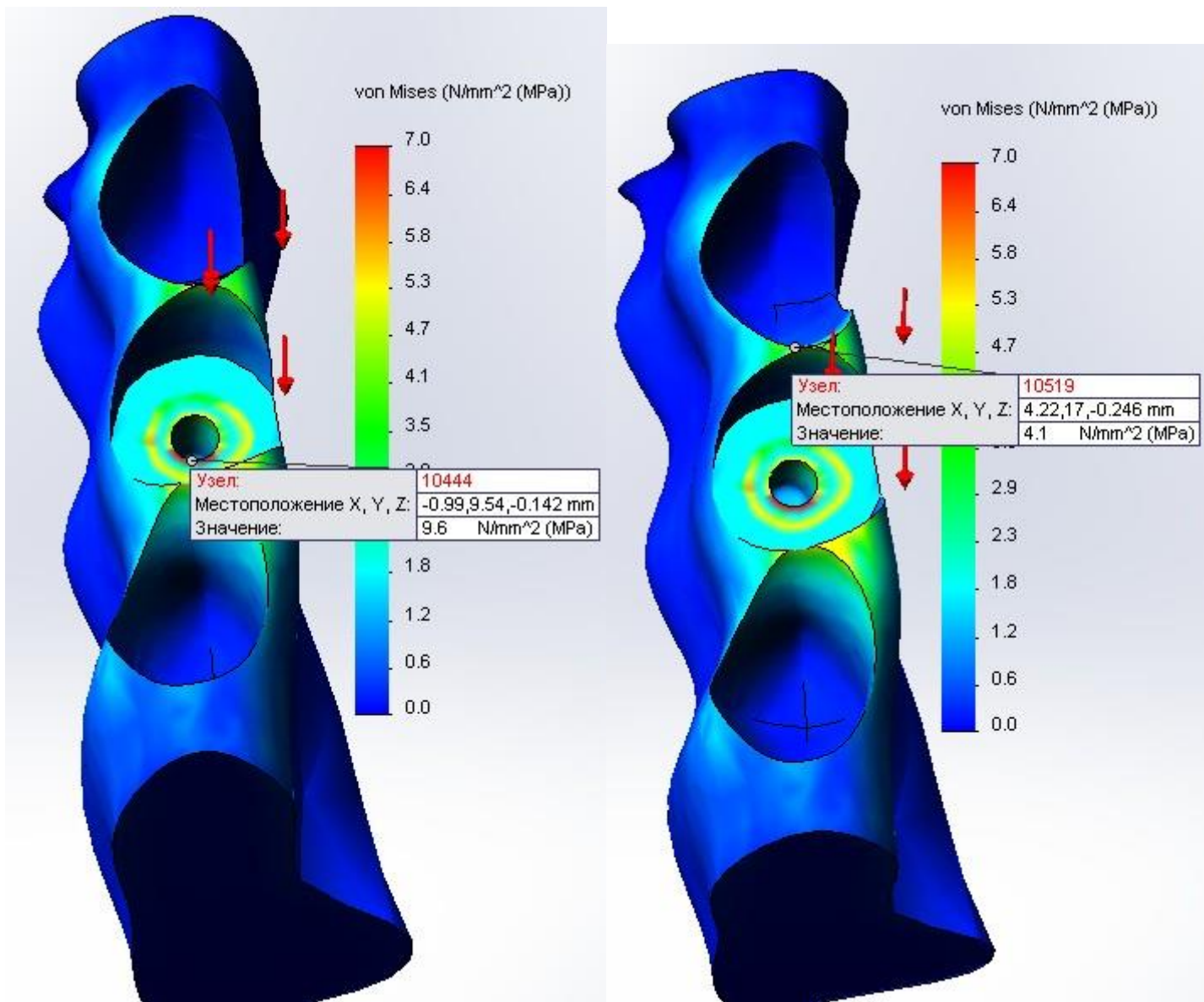






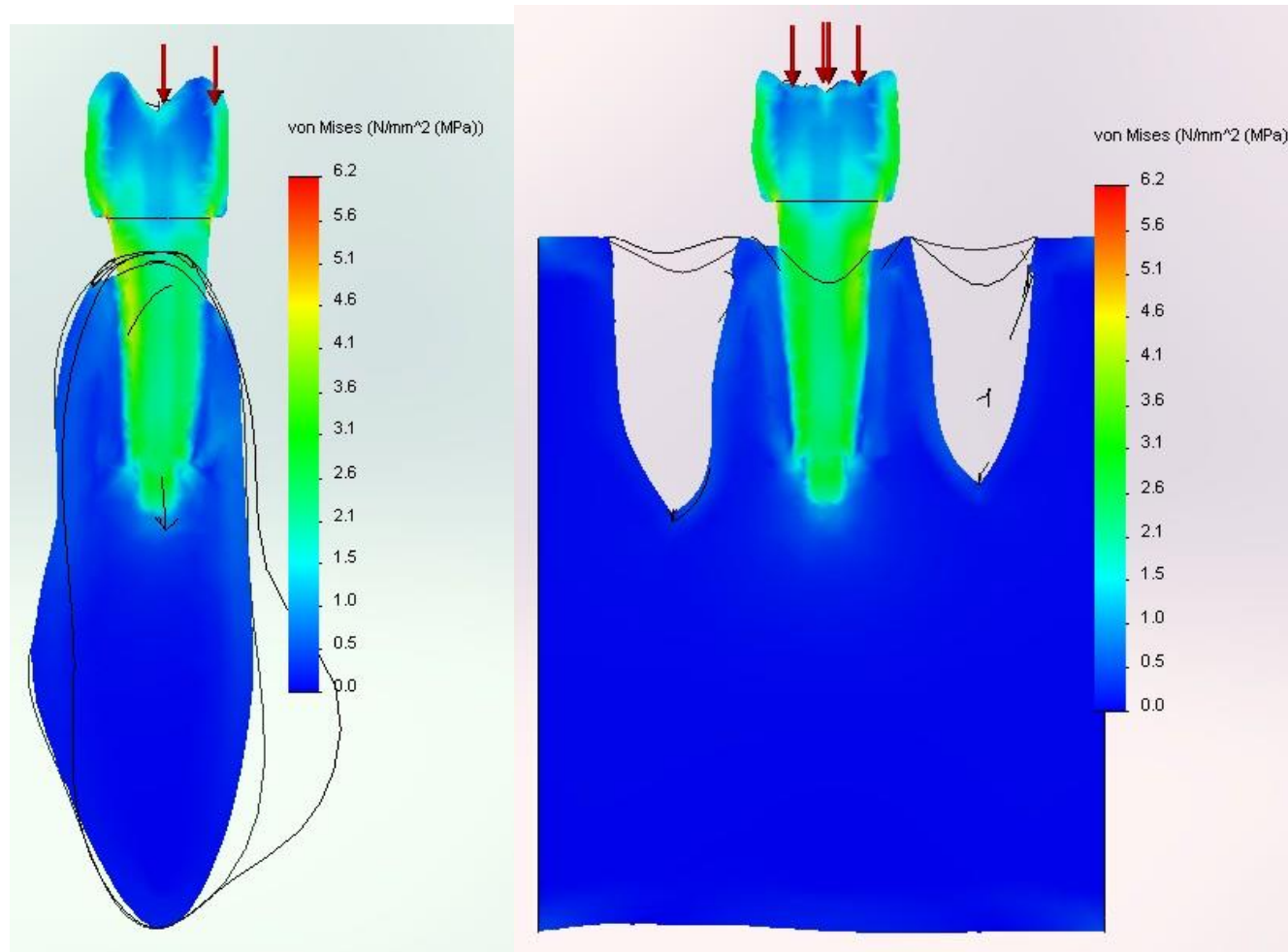




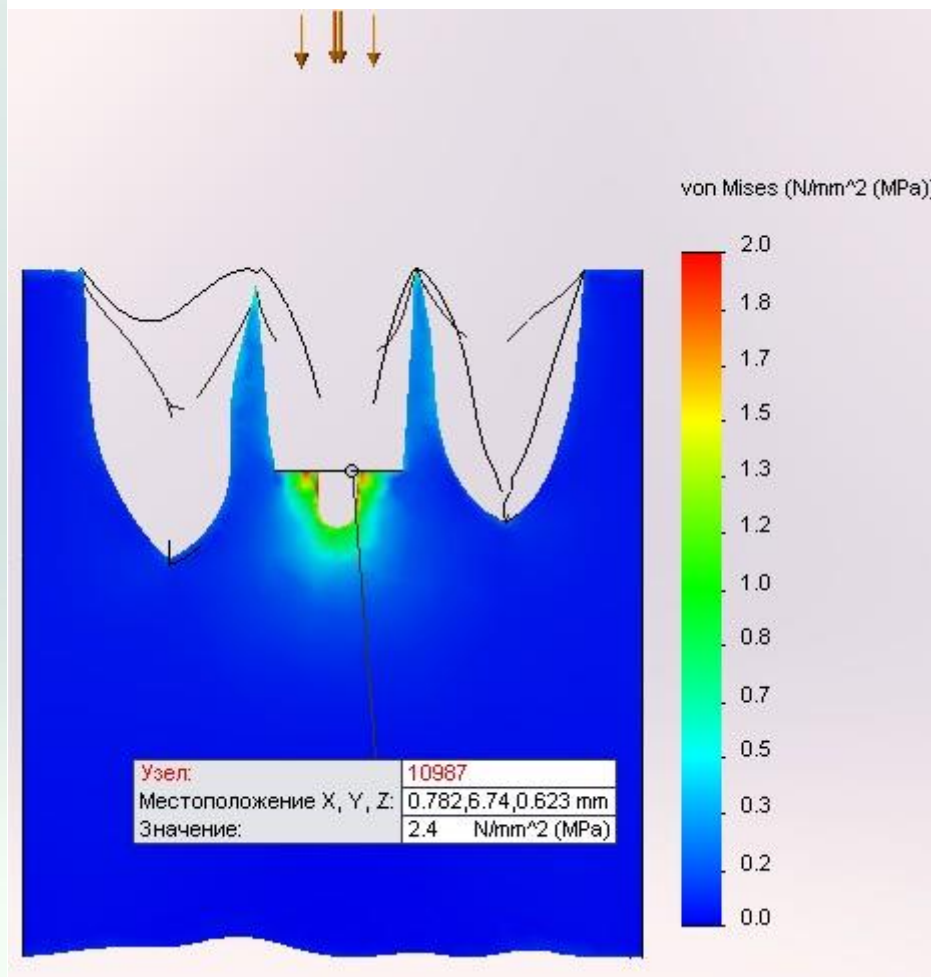
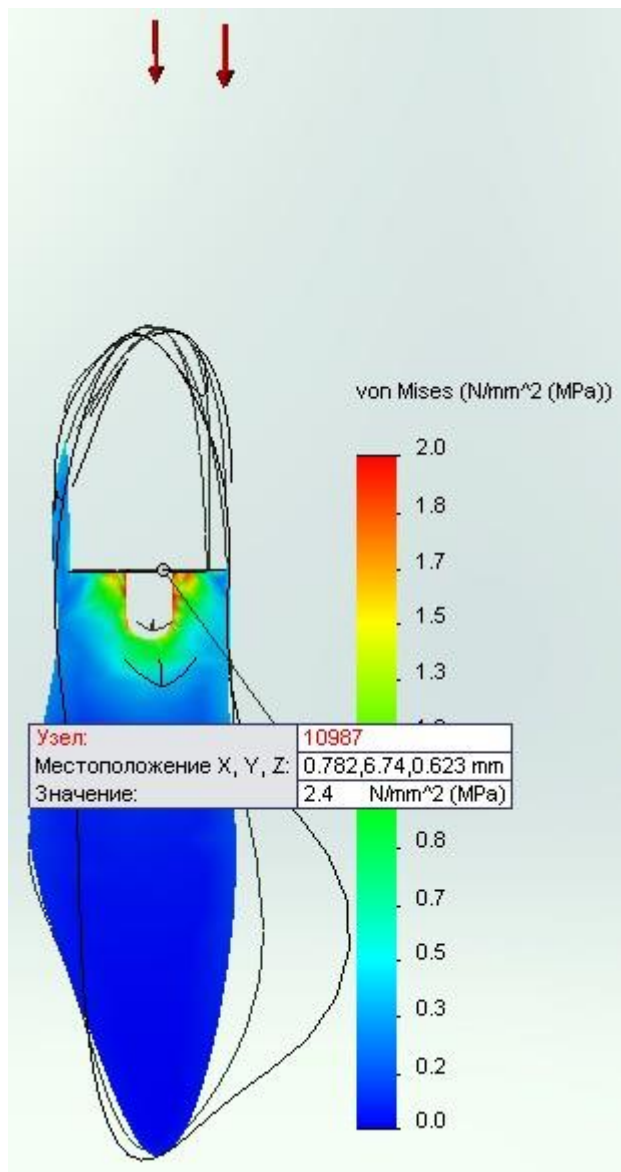


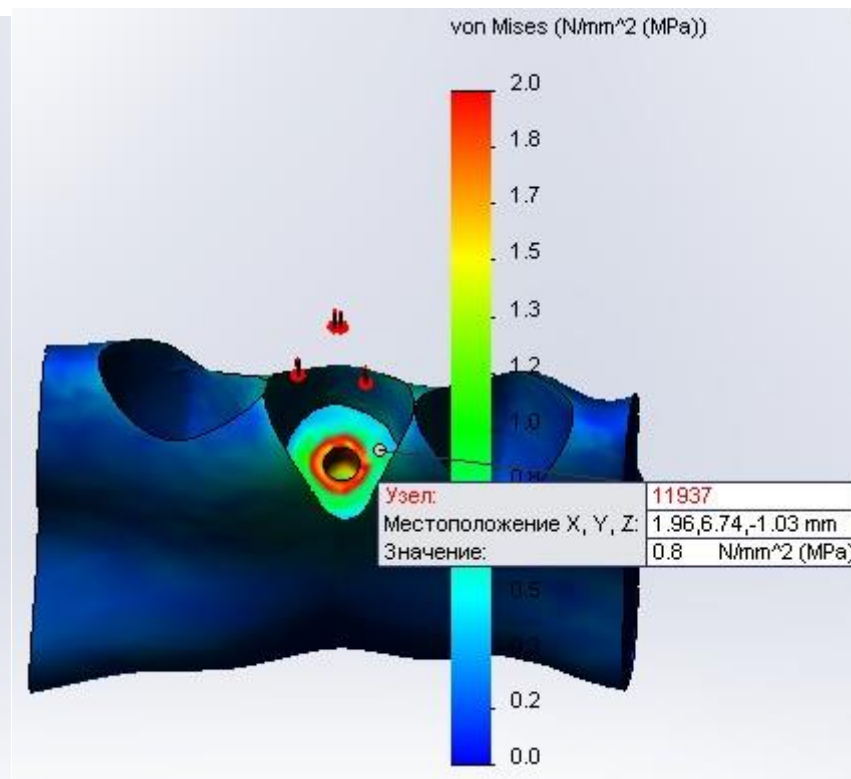
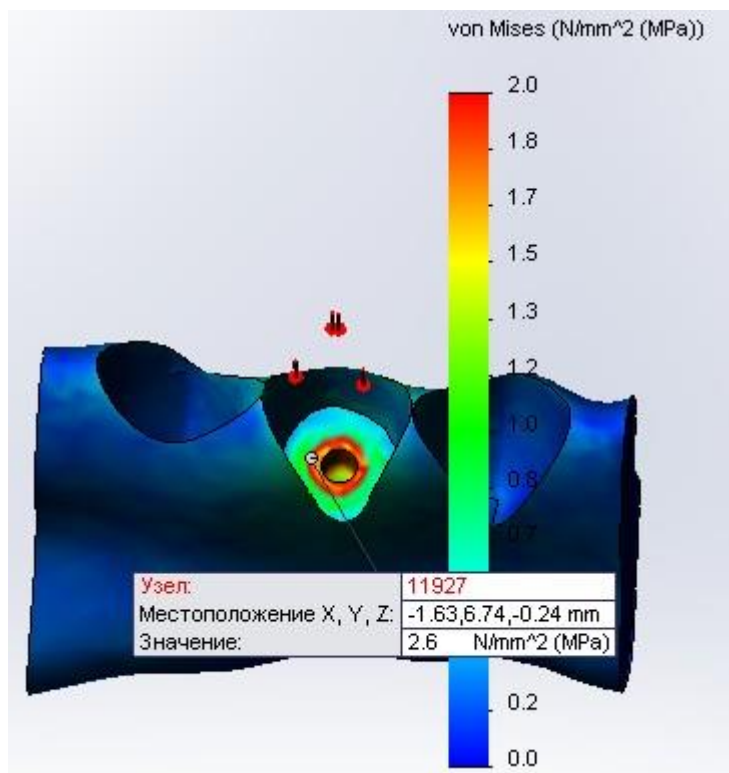
ГК 0.4 I-я степень резекции.

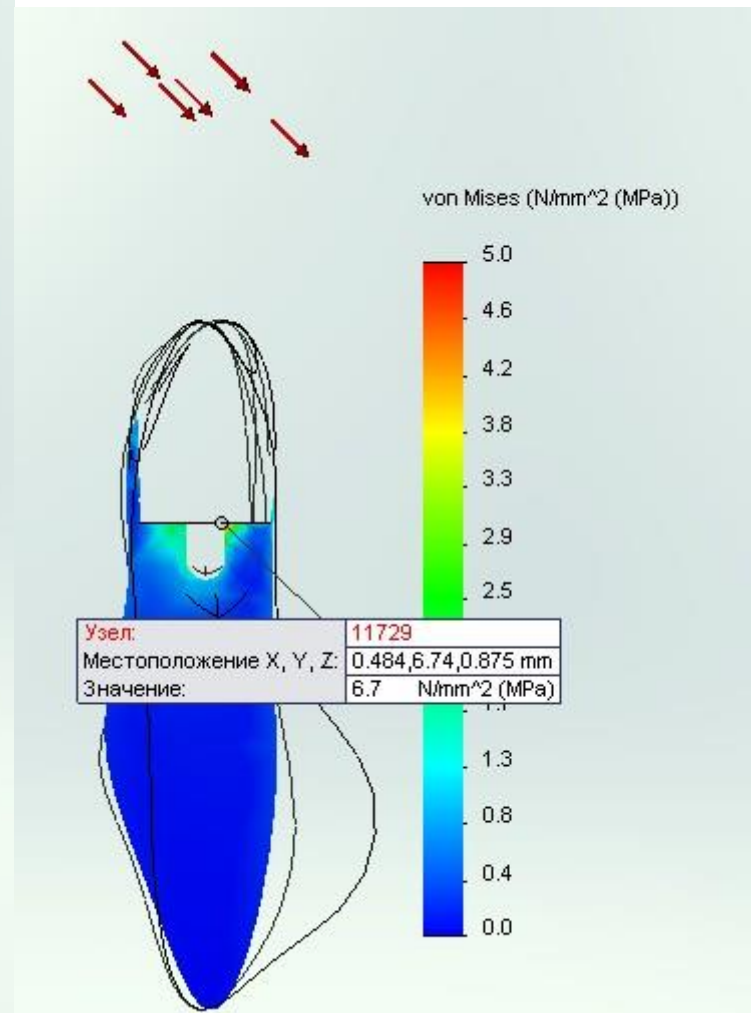
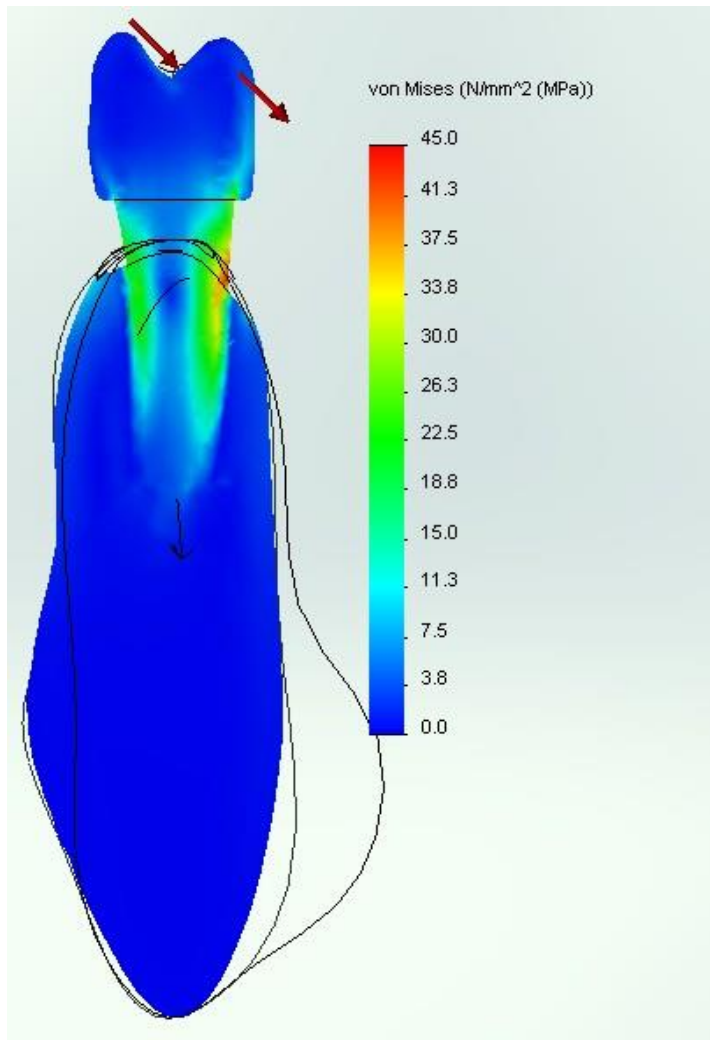
1

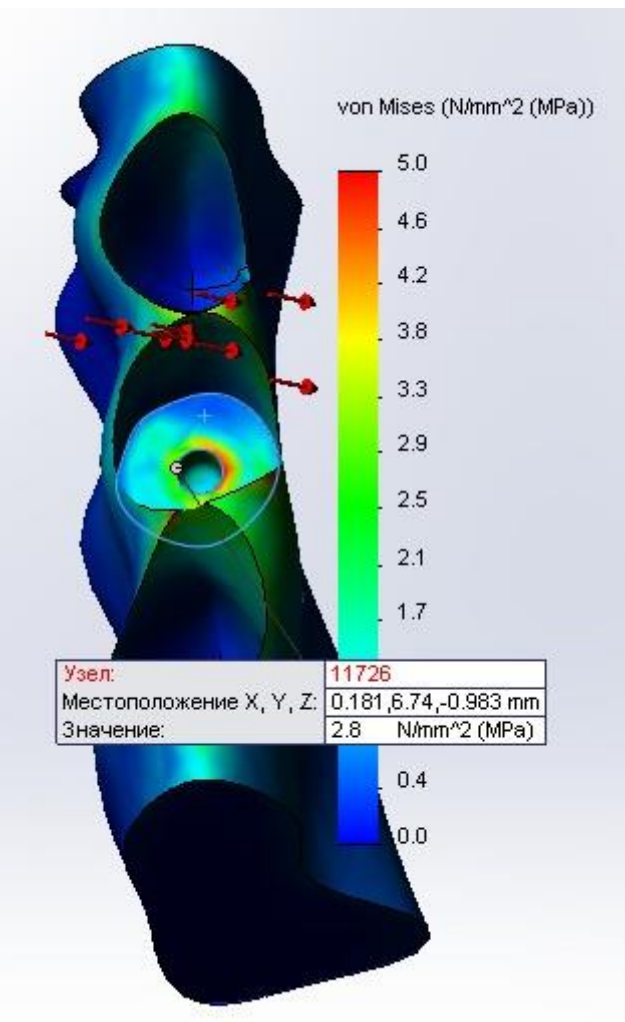
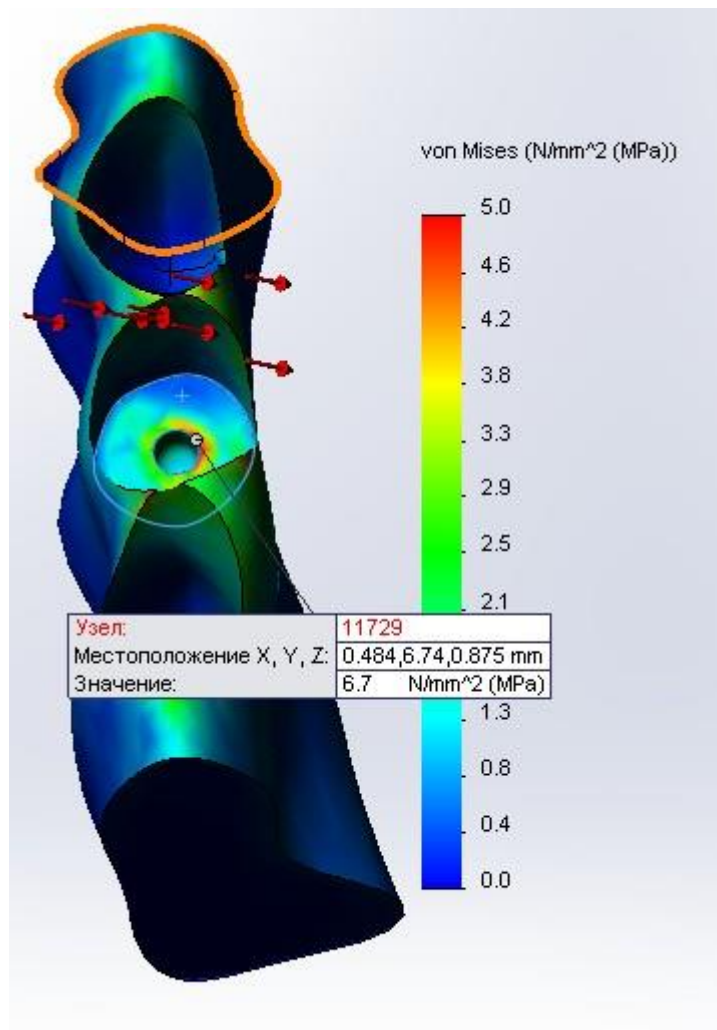


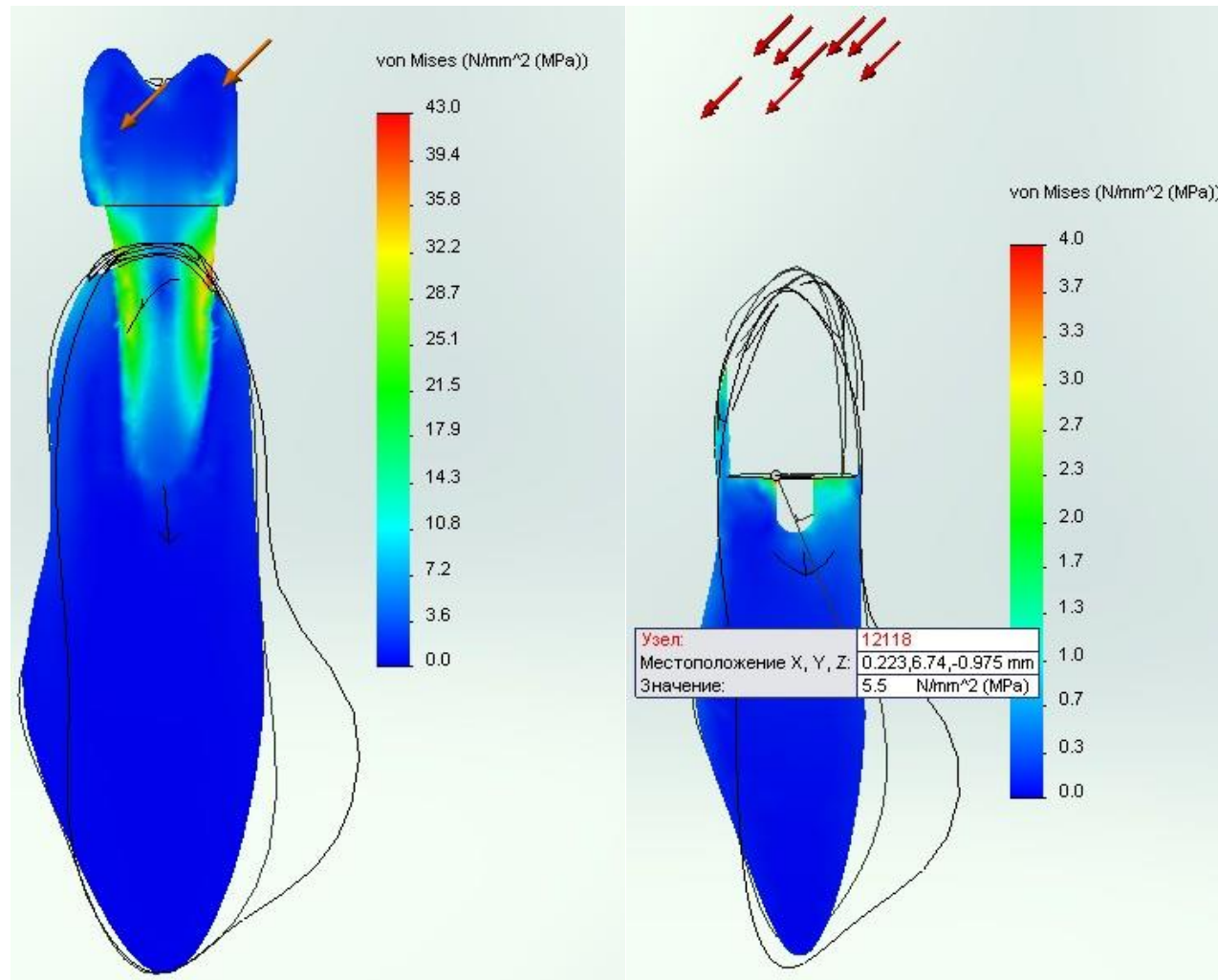


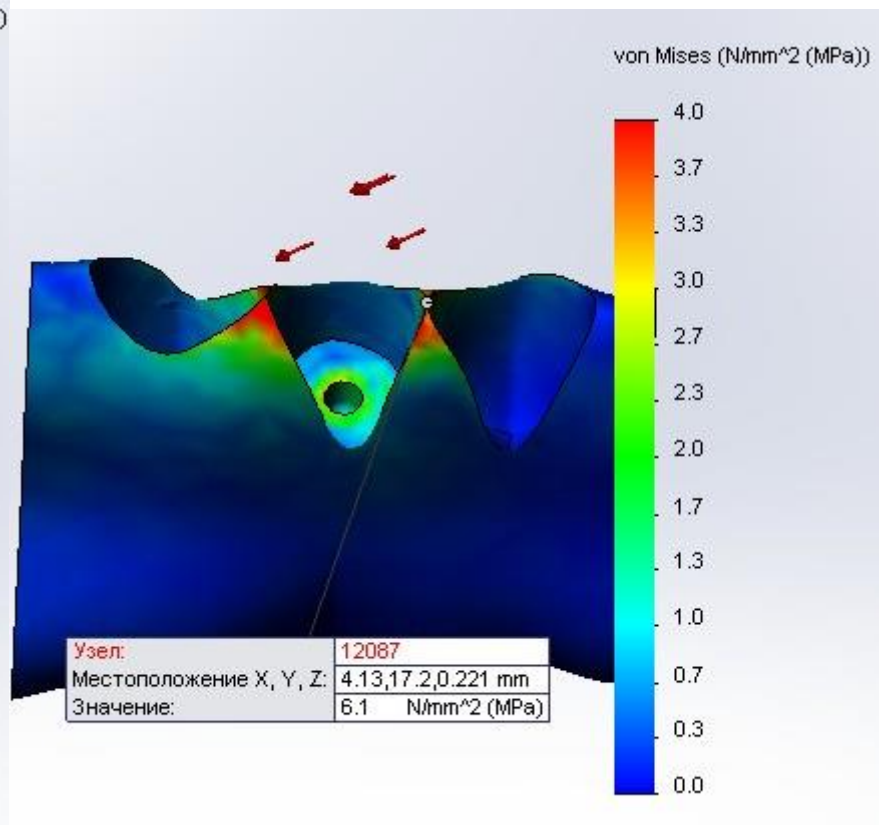
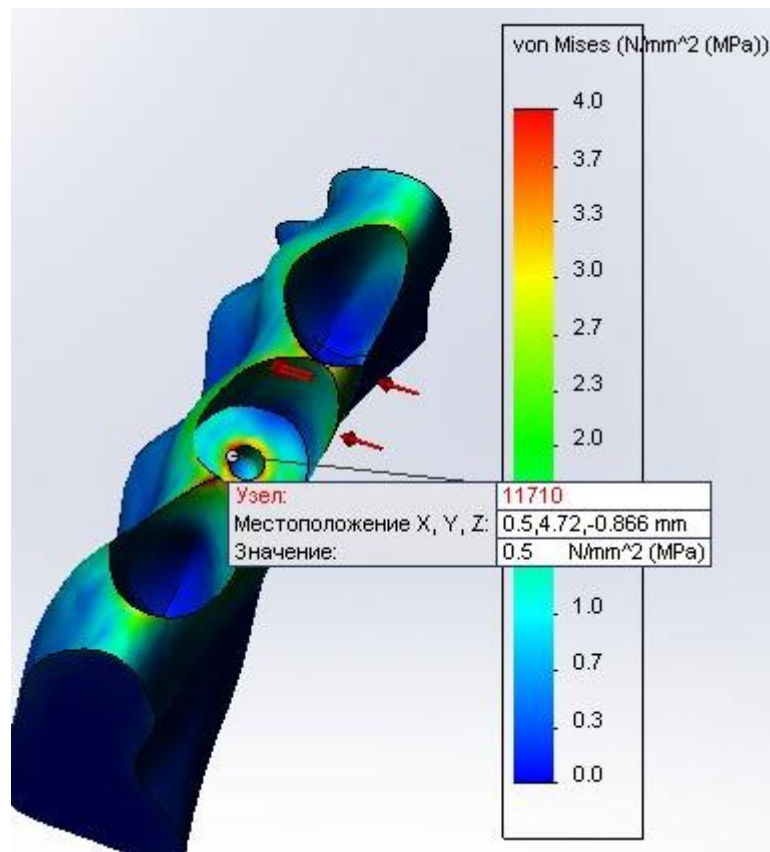




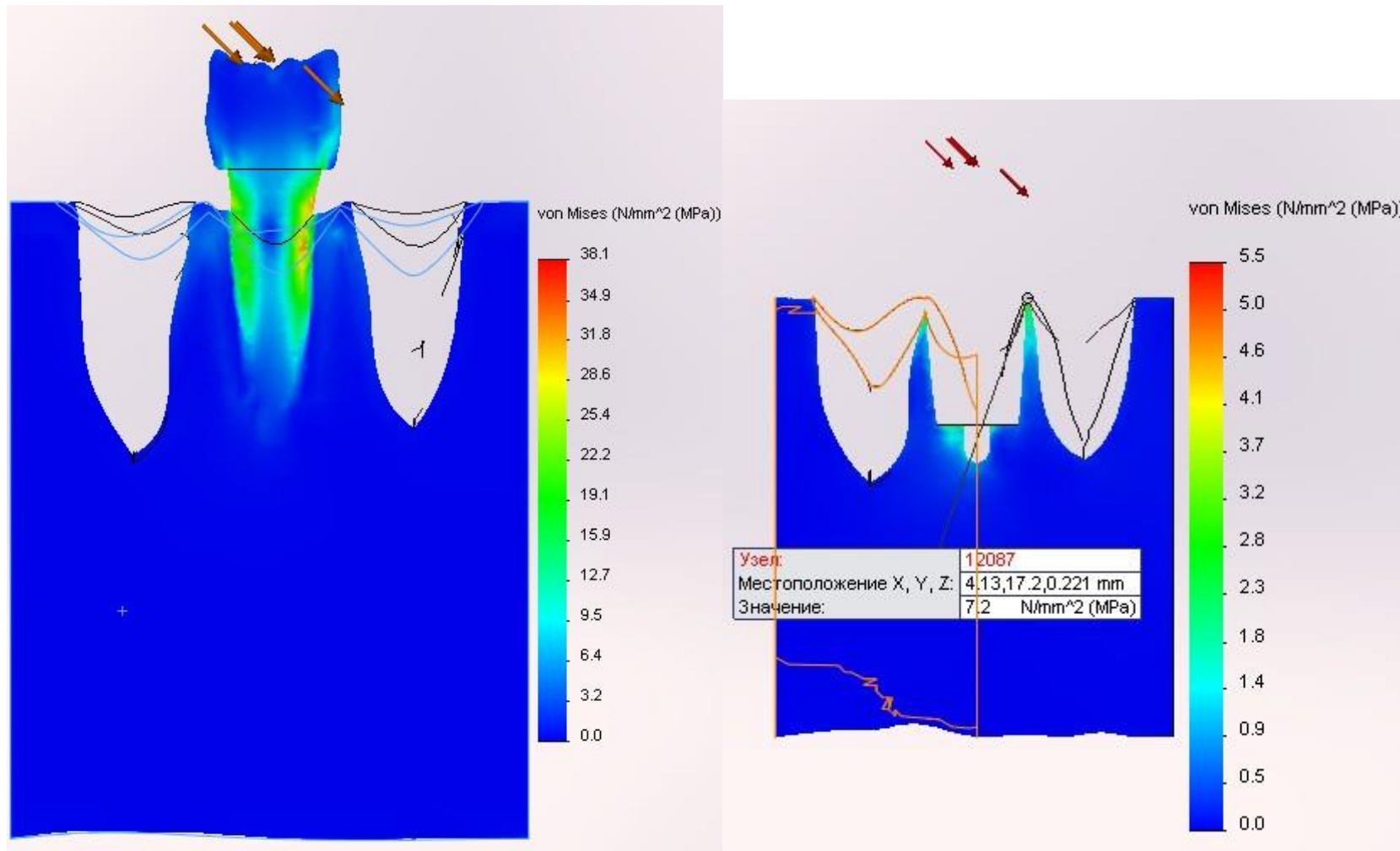


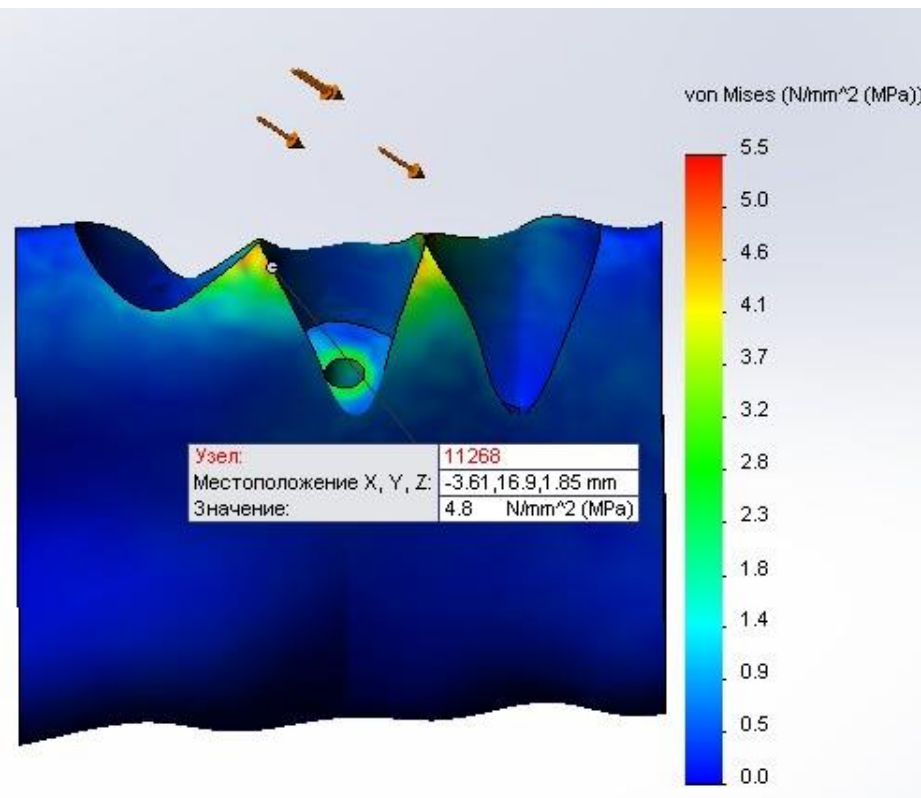
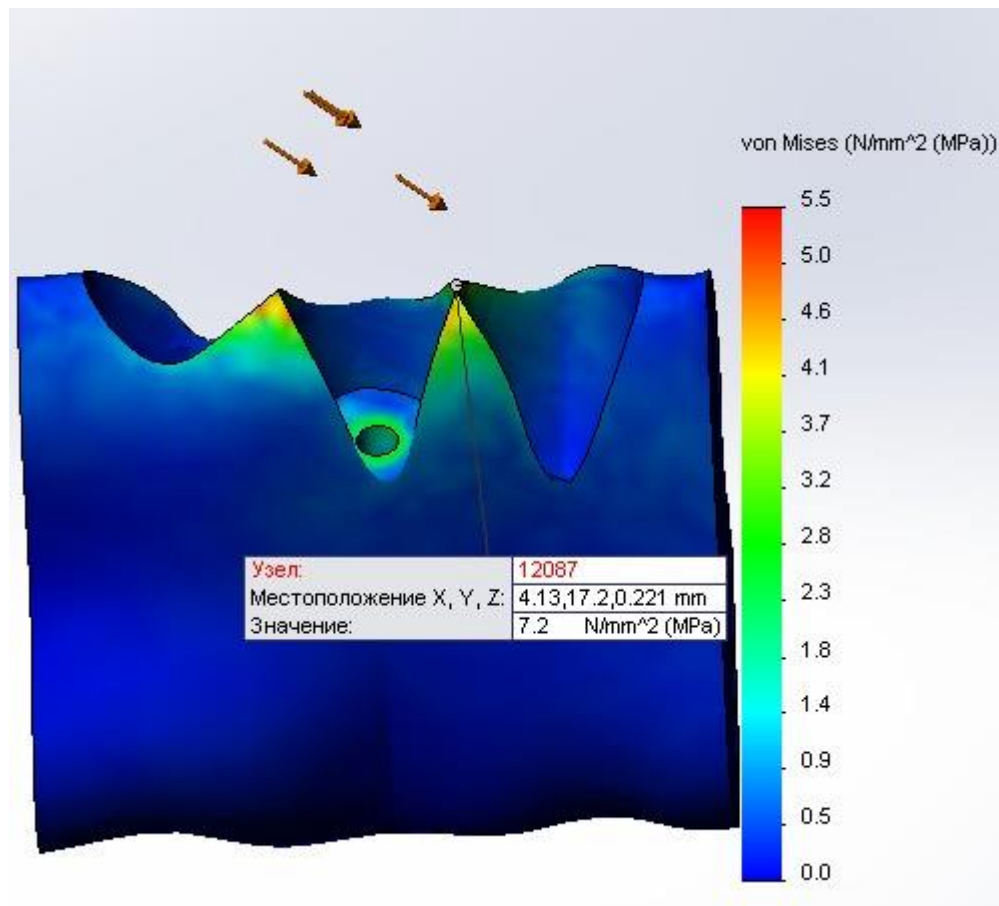




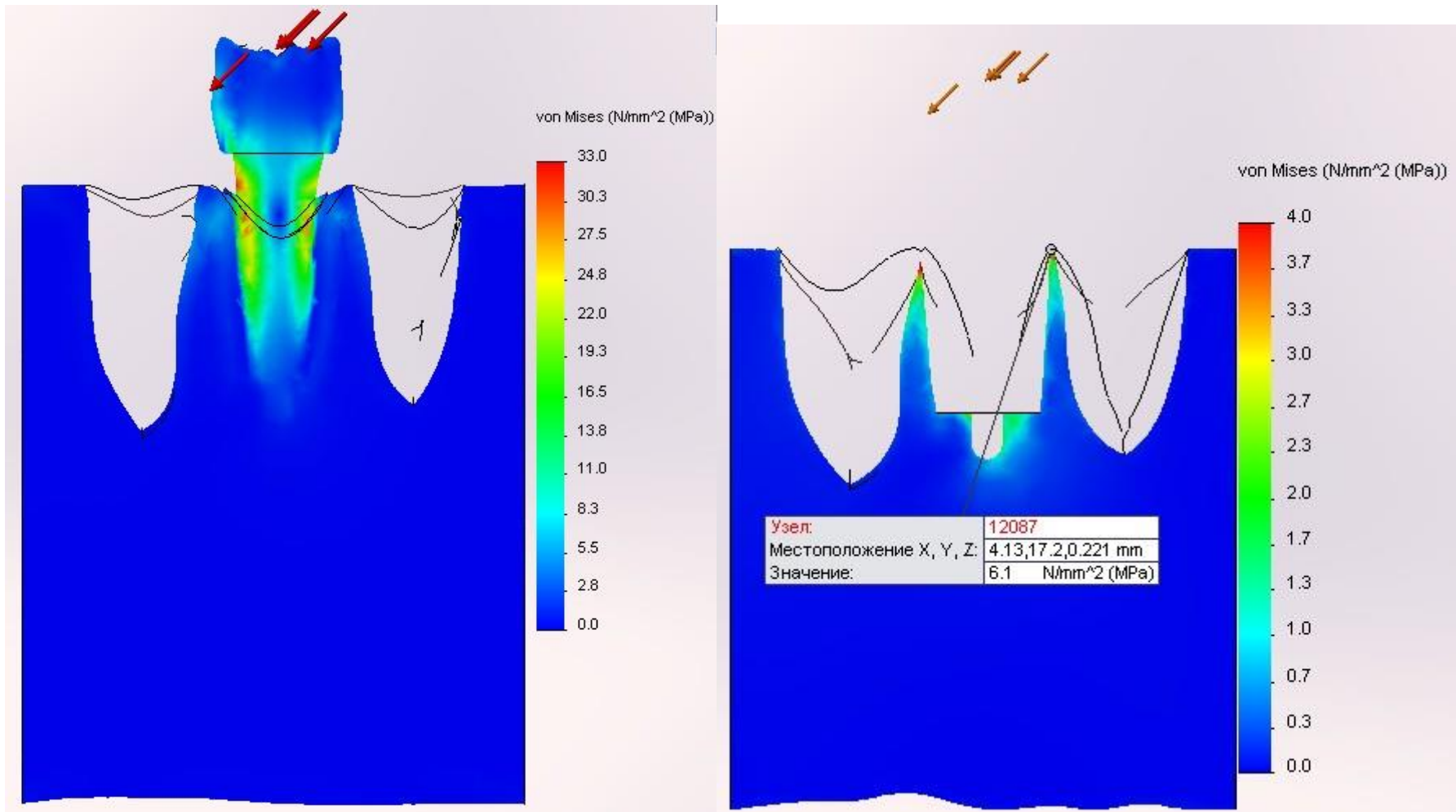


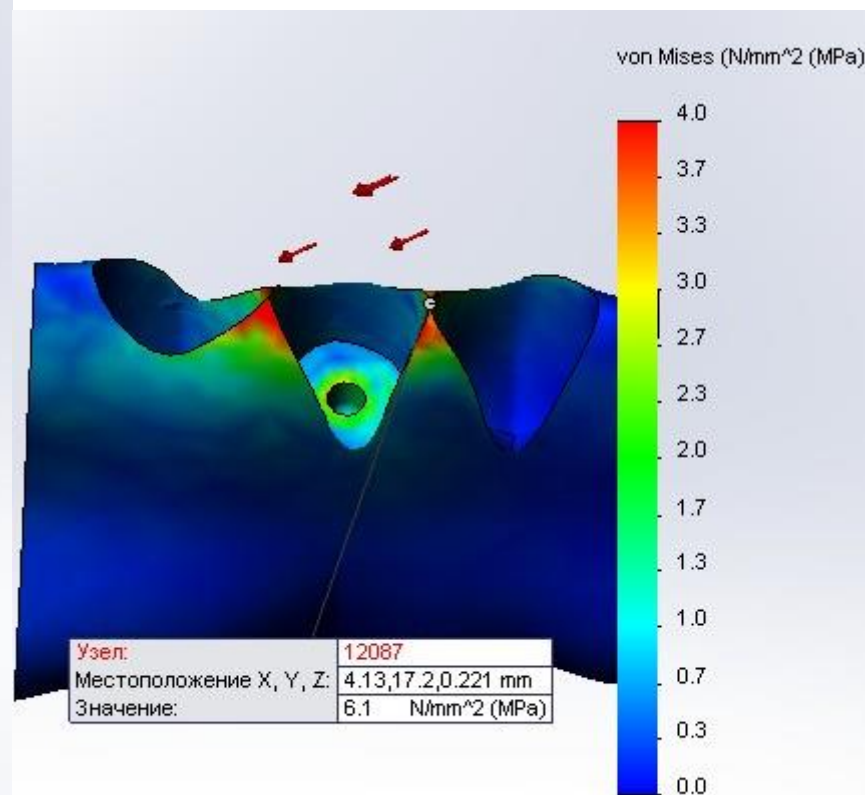
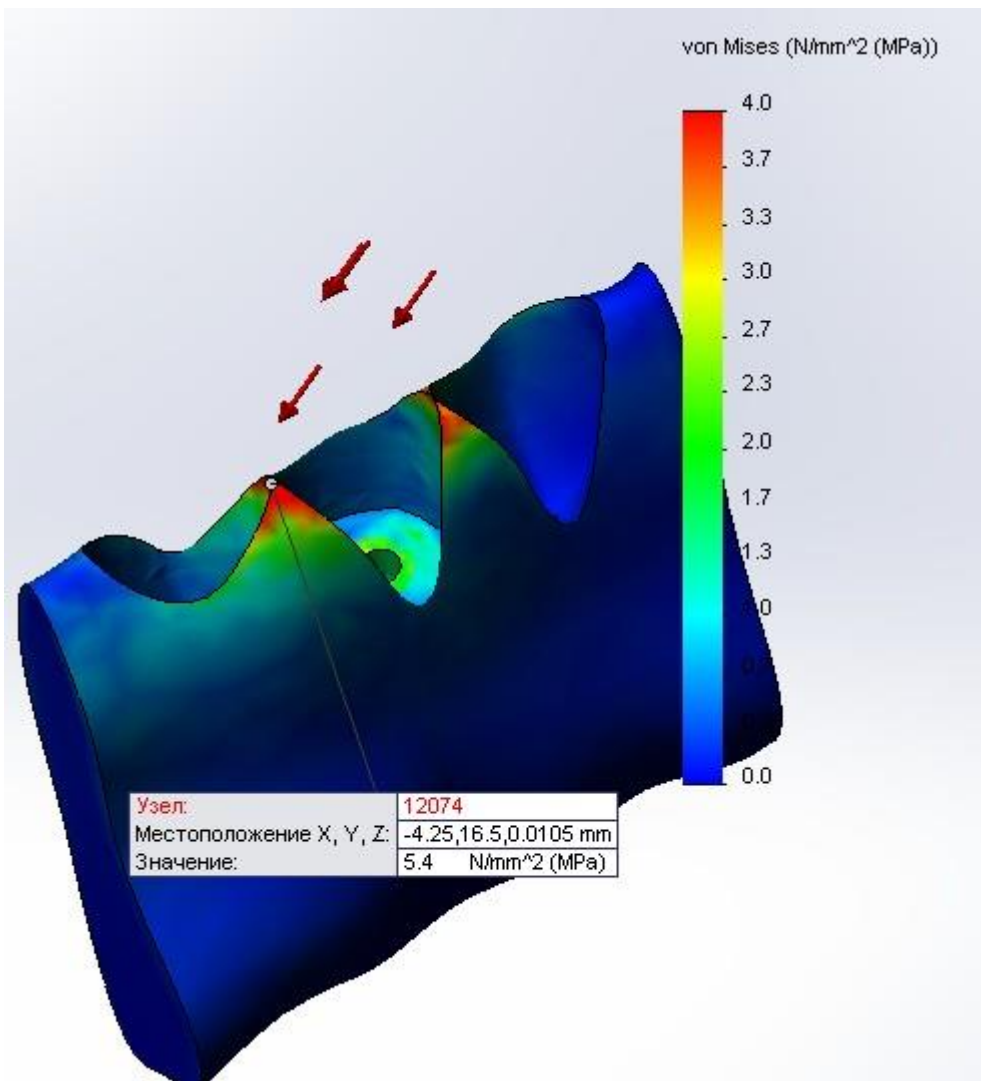






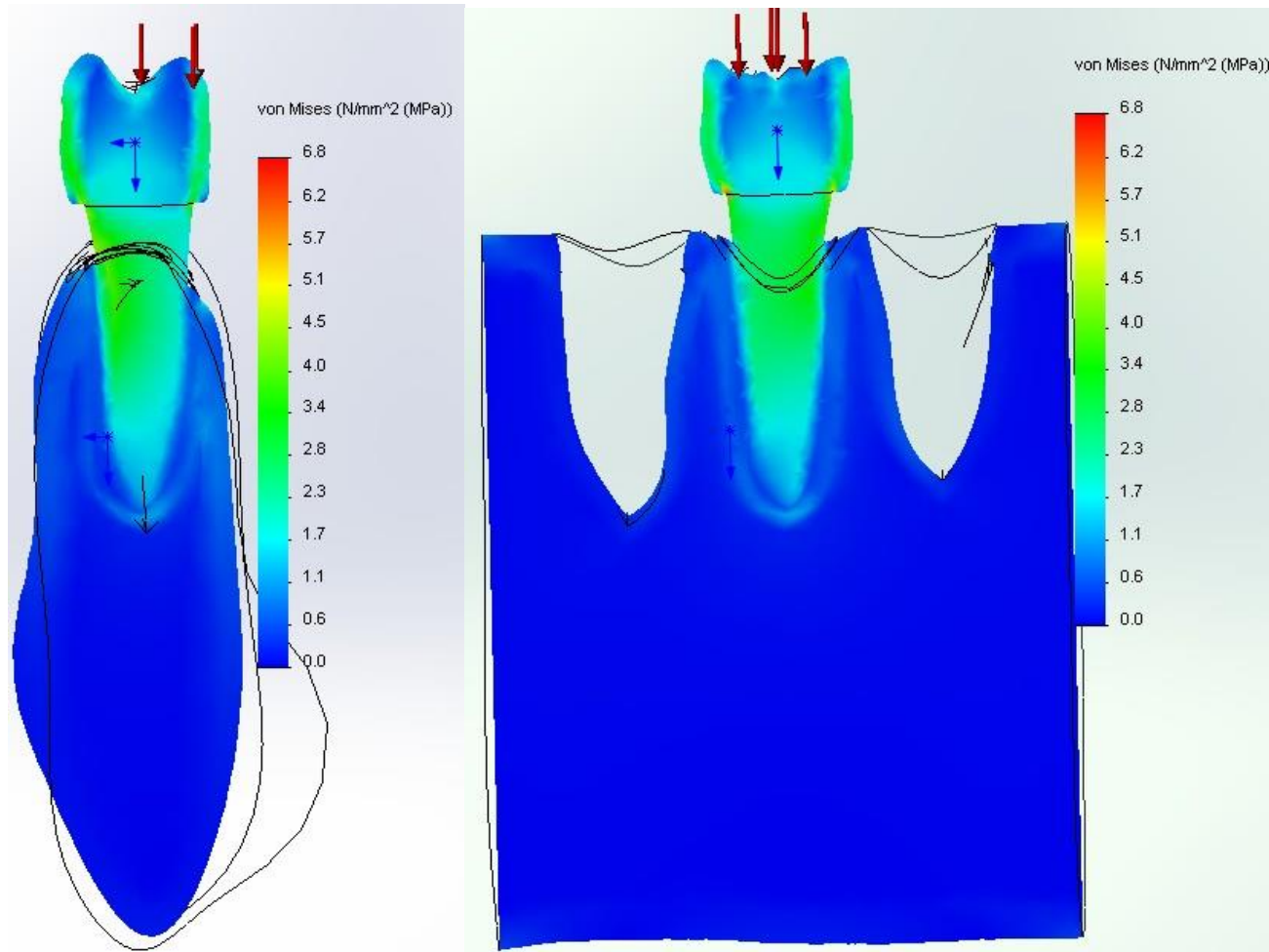


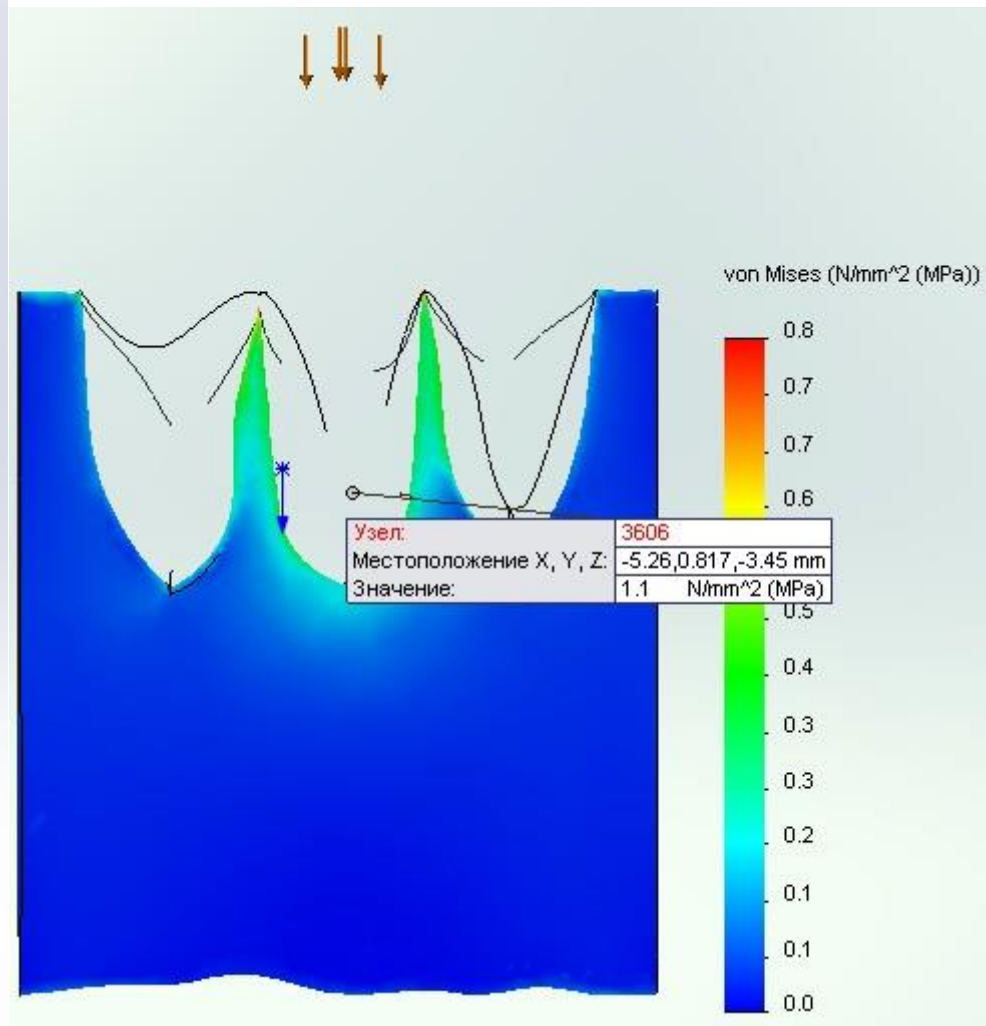
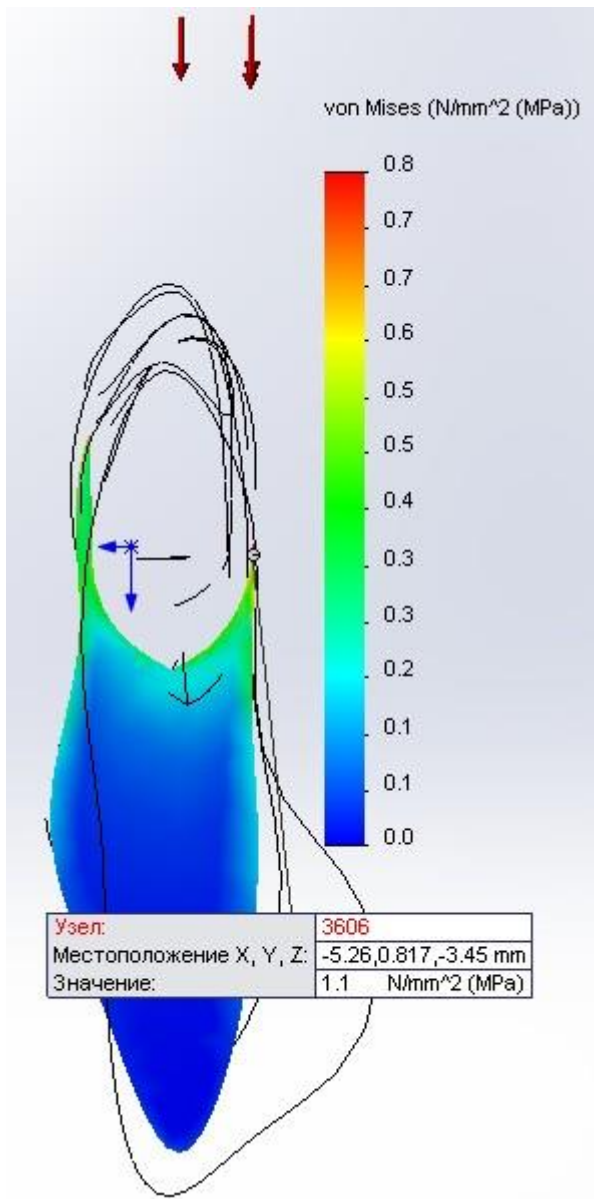


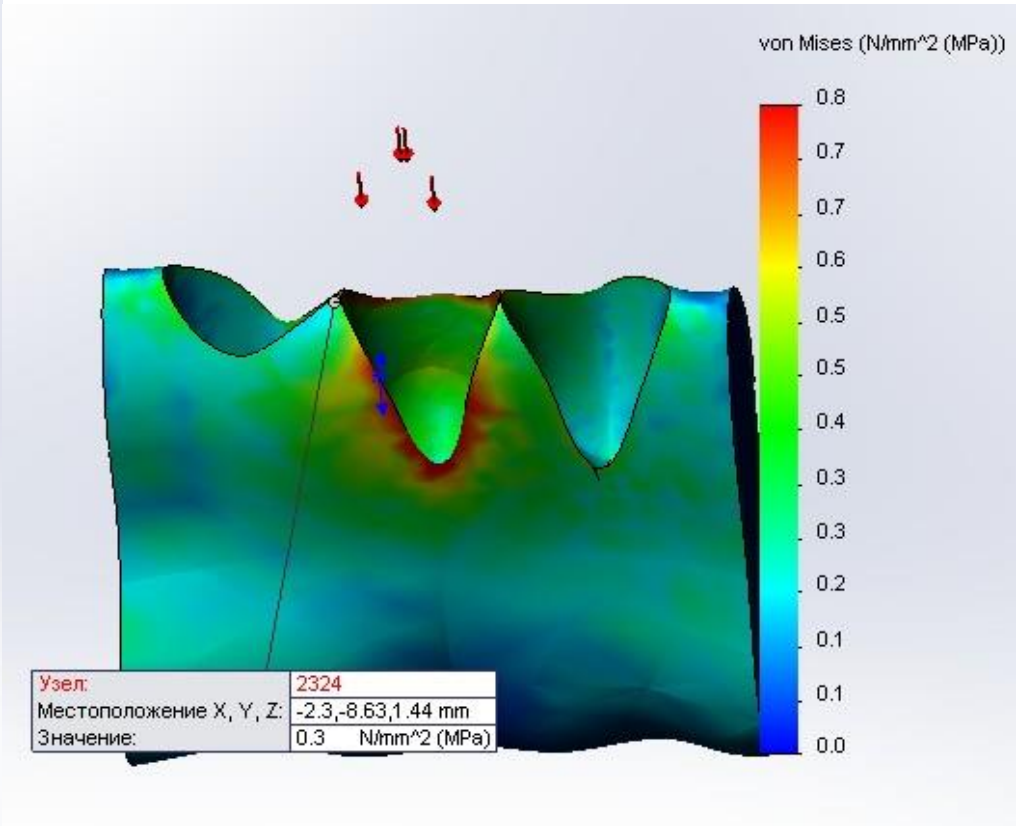
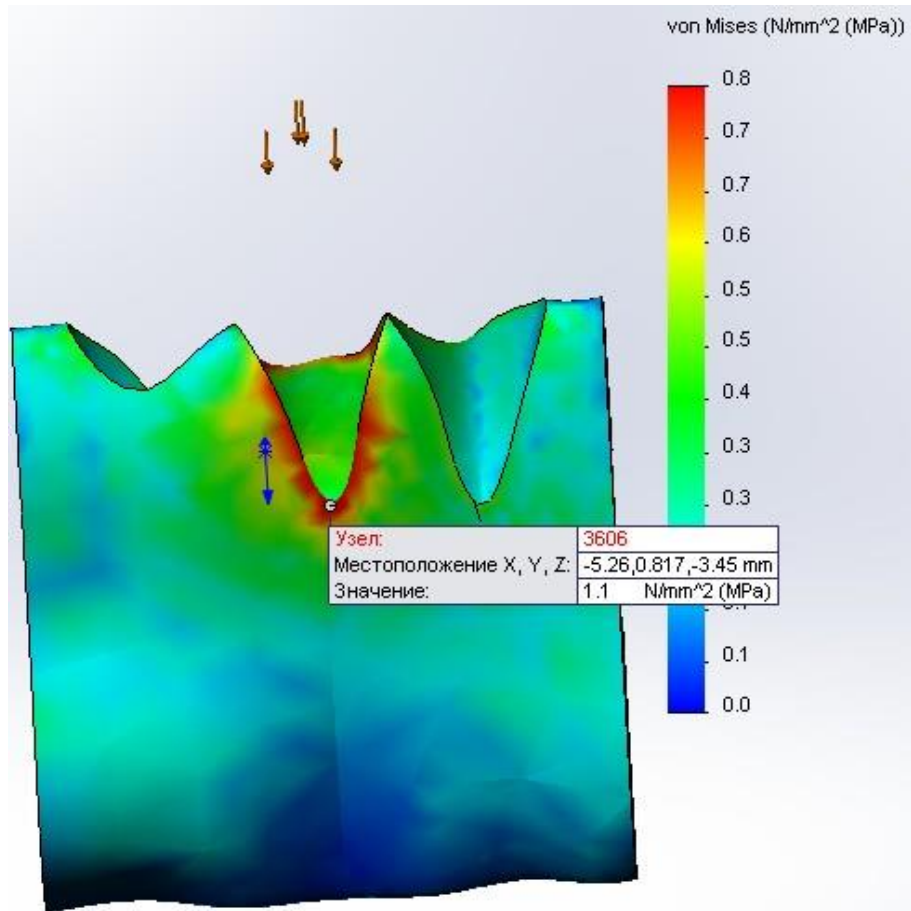


ГК 0.4 без резекции

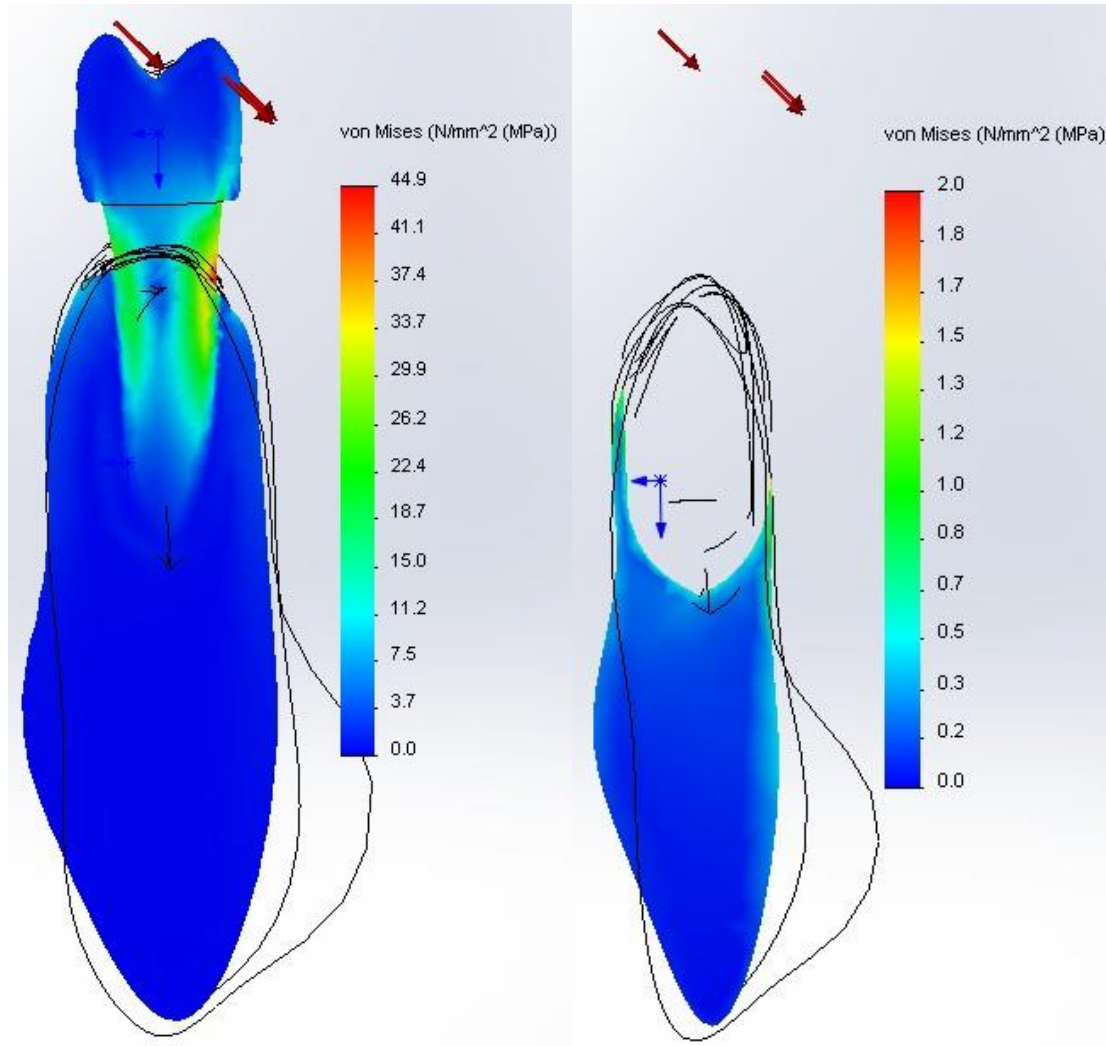
1



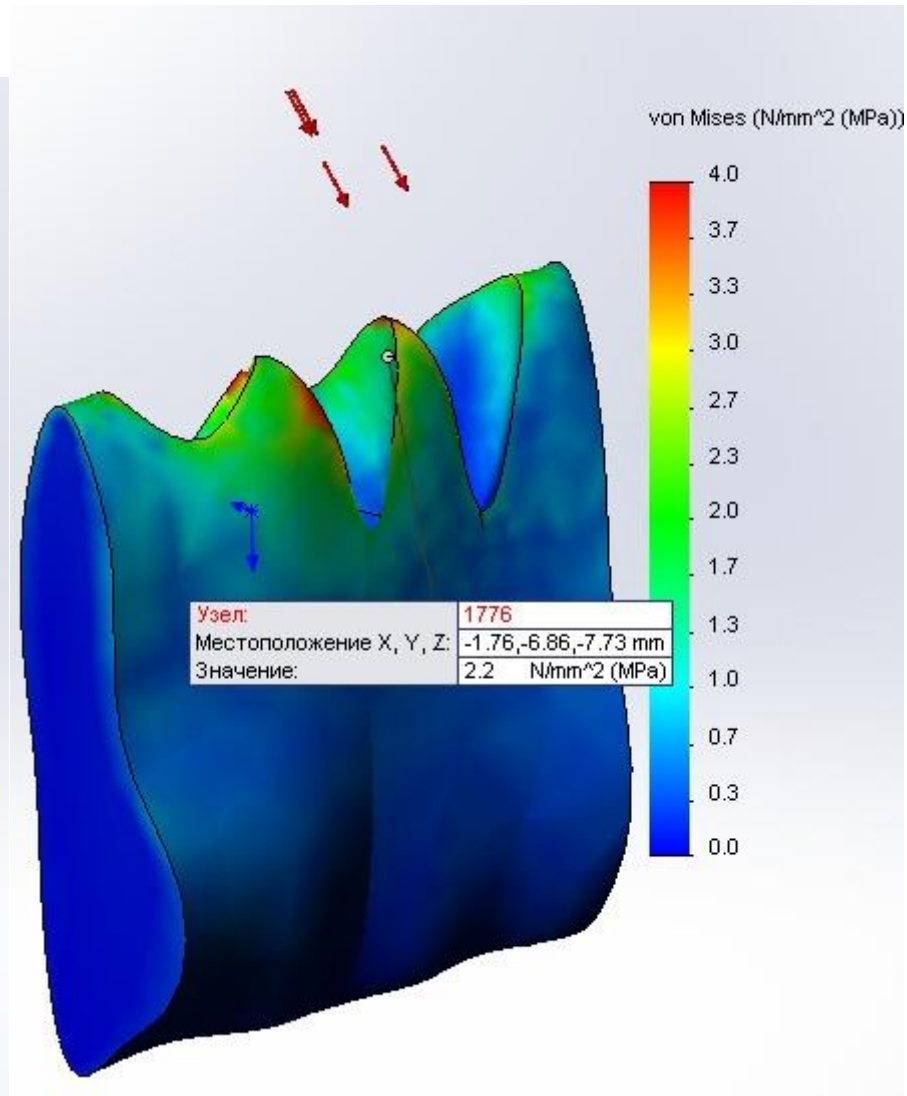
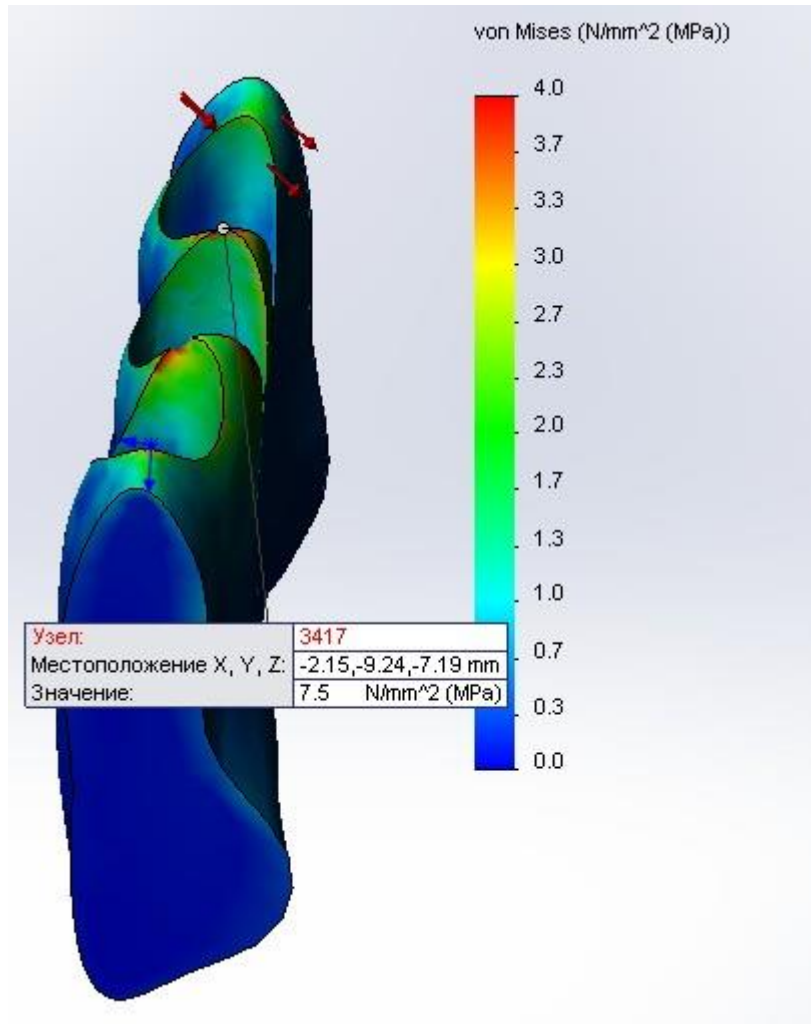




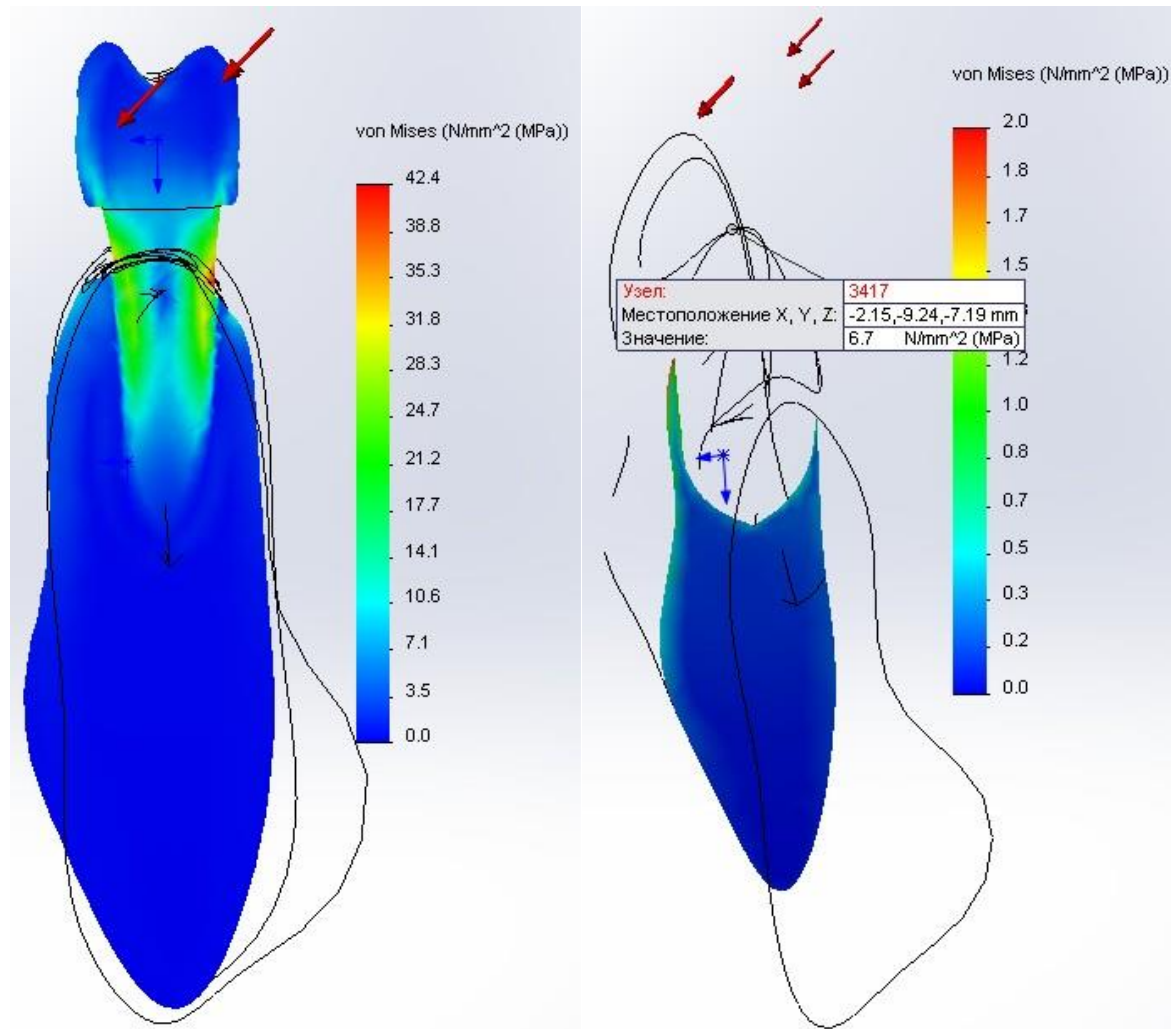
2



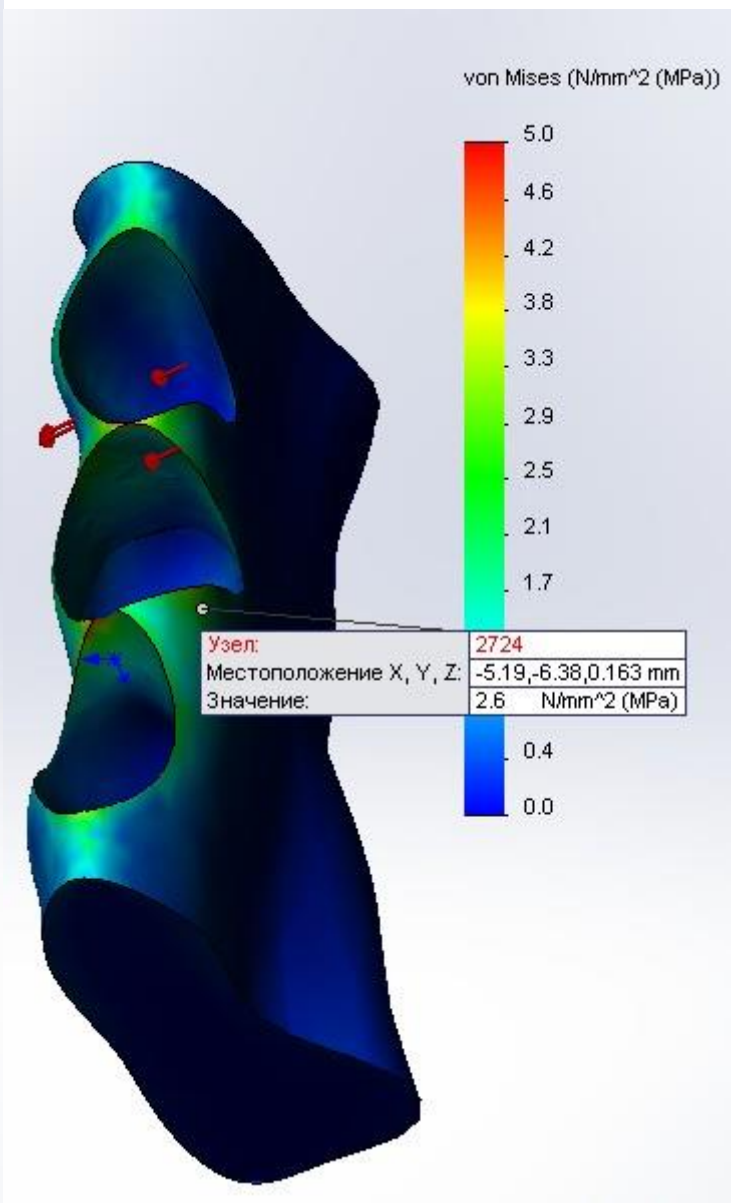
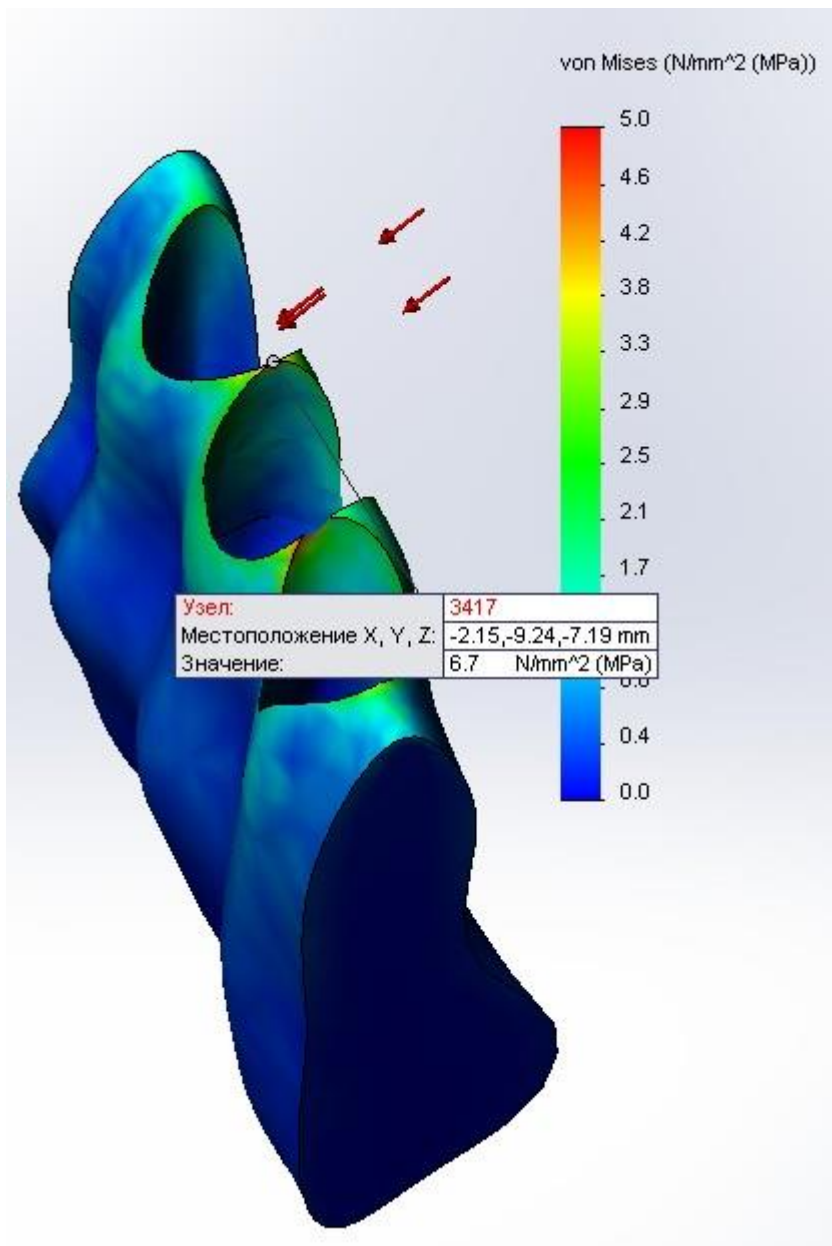




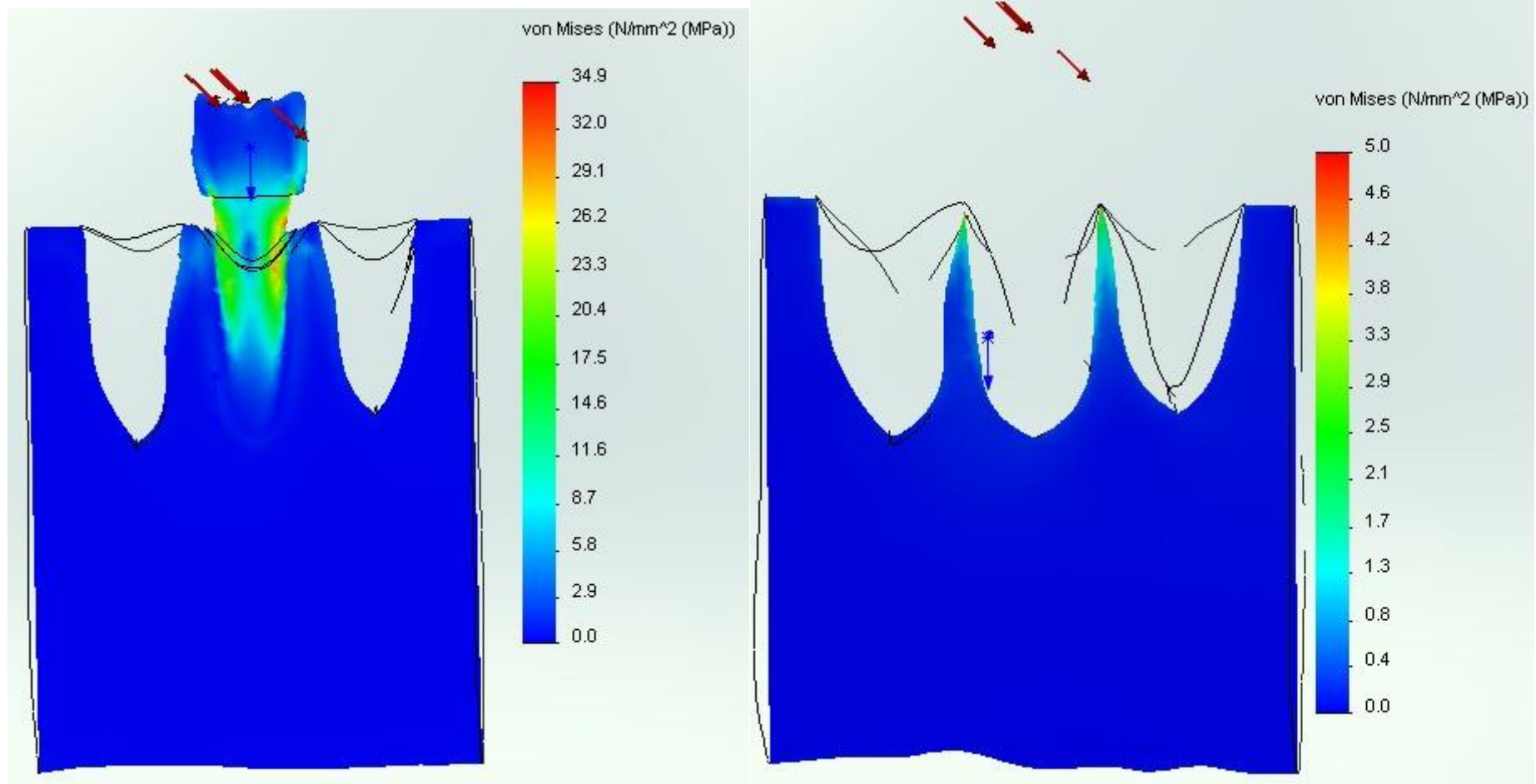
3

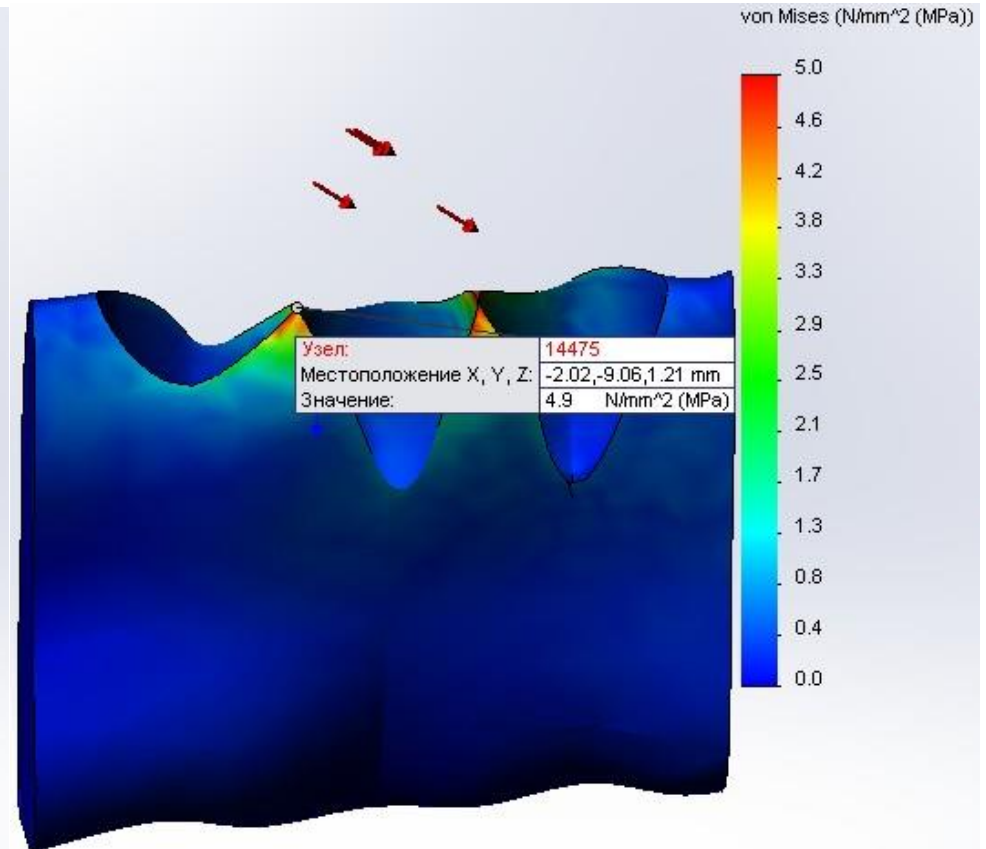
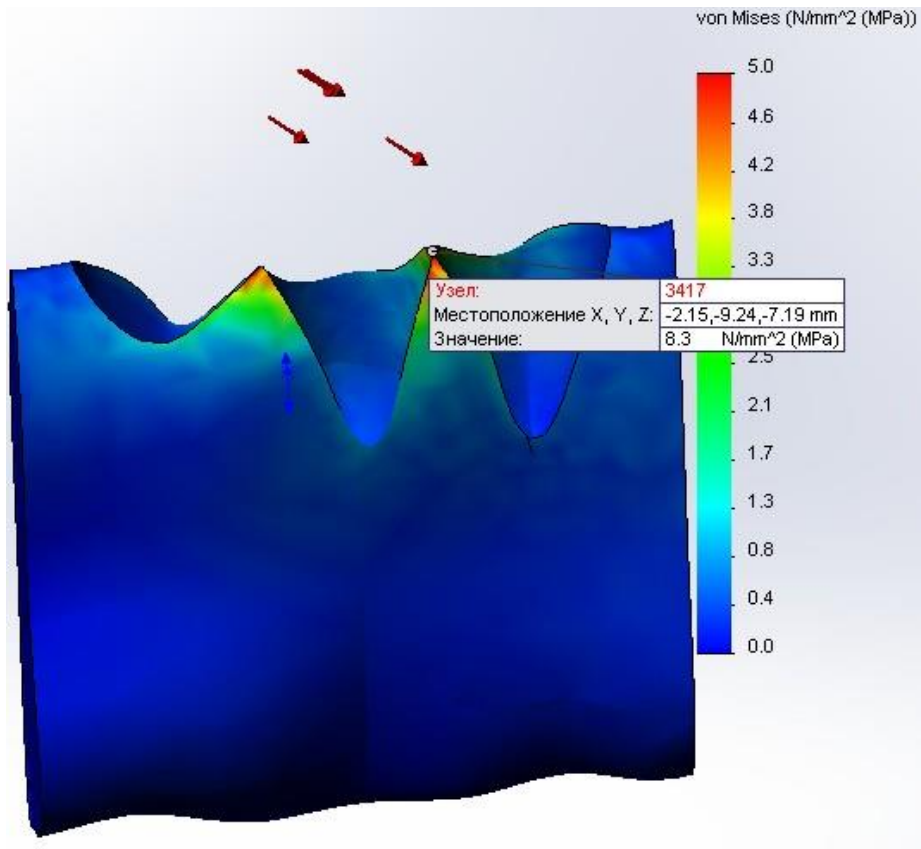




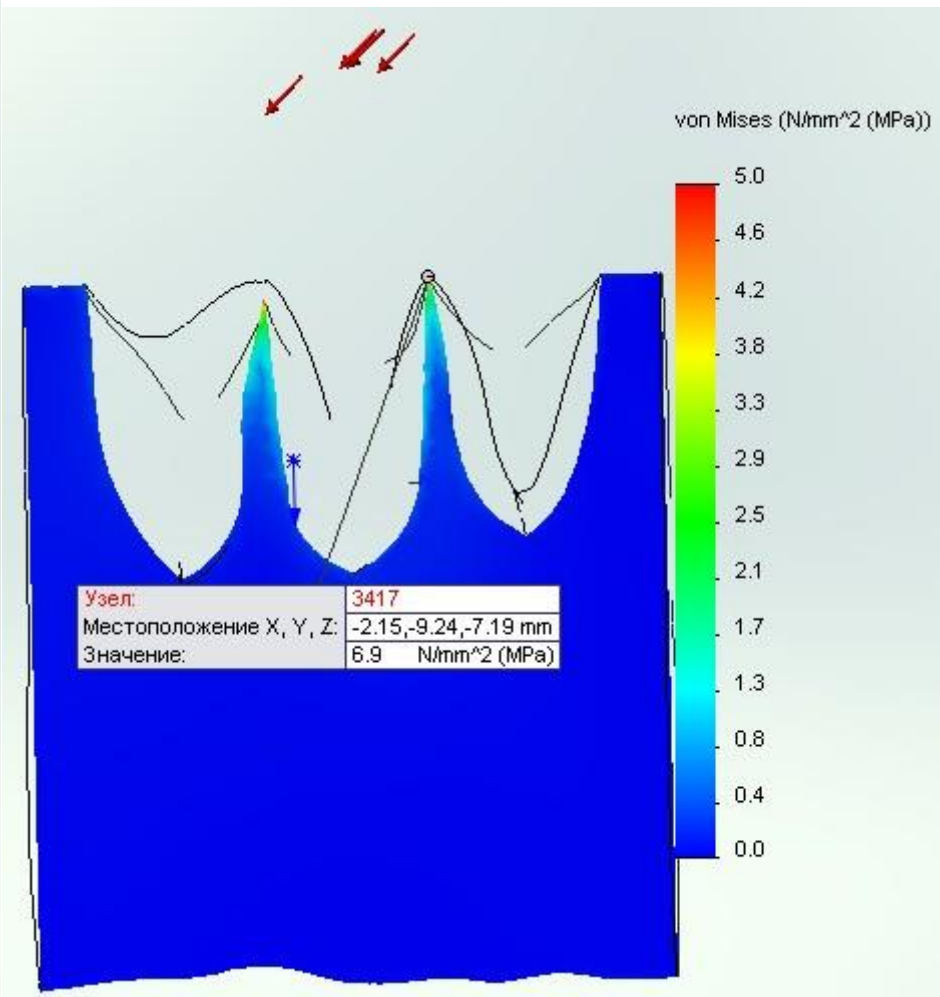
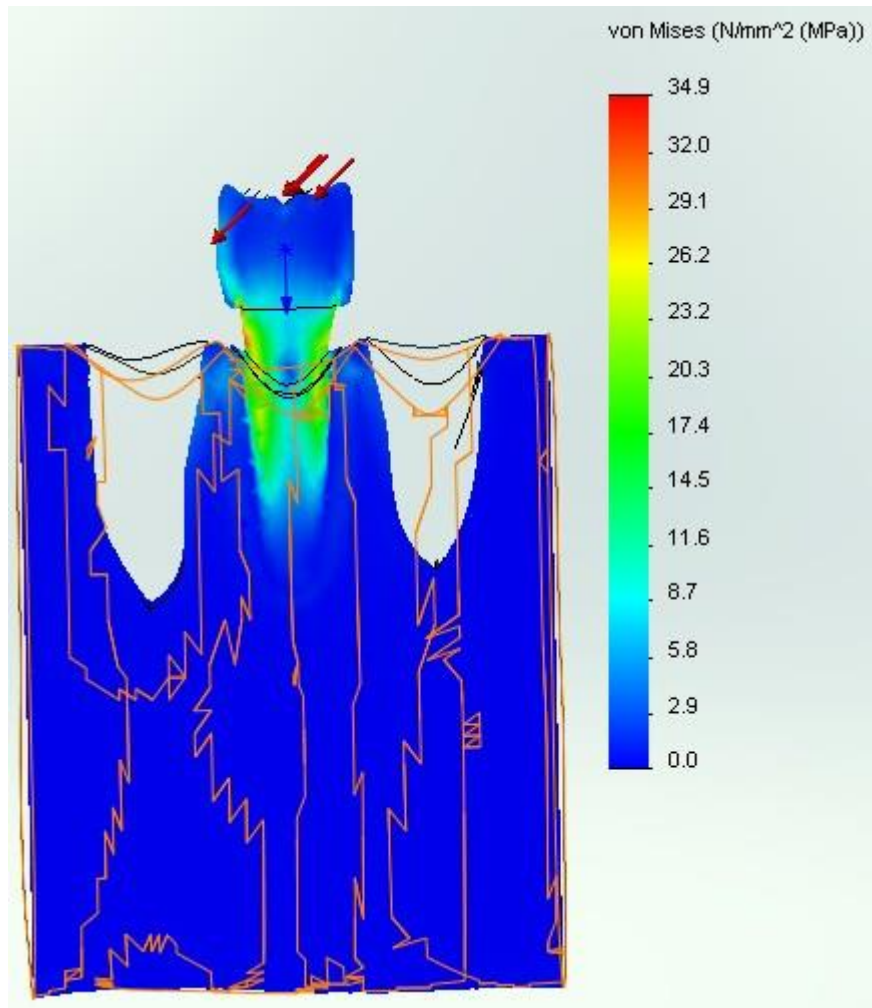


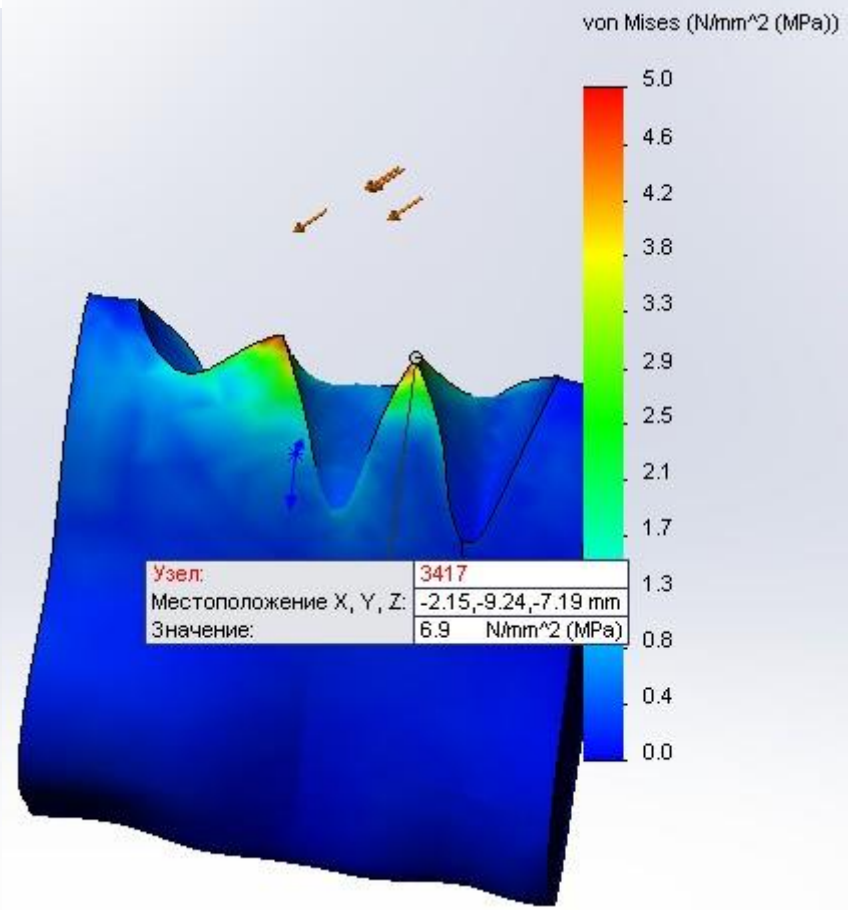
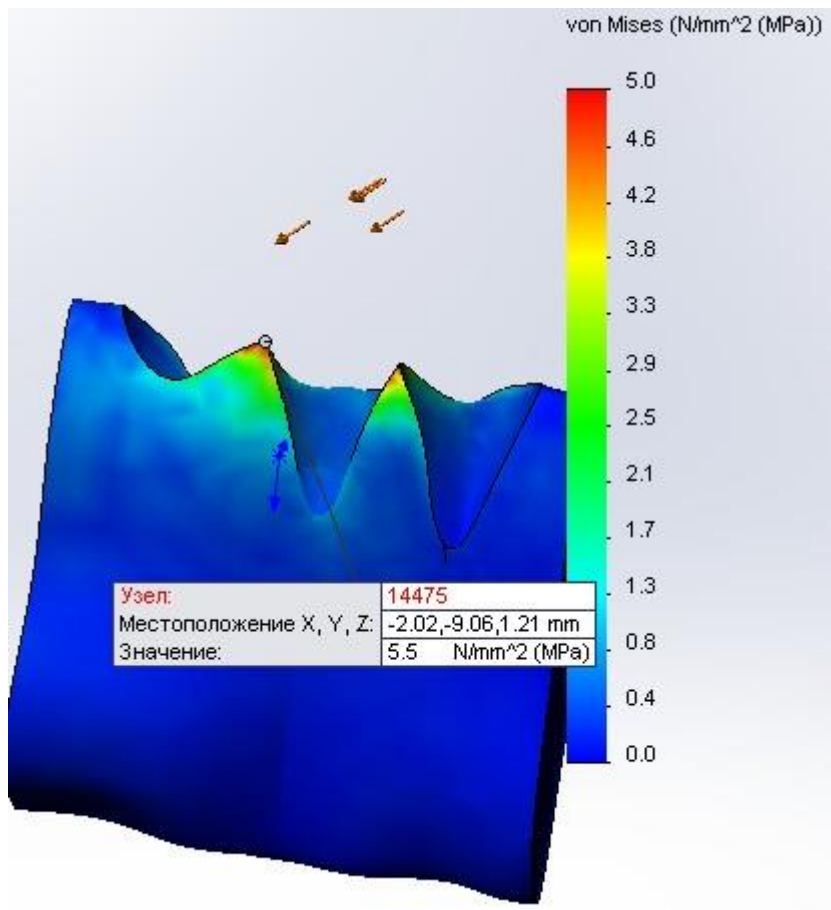
4





5

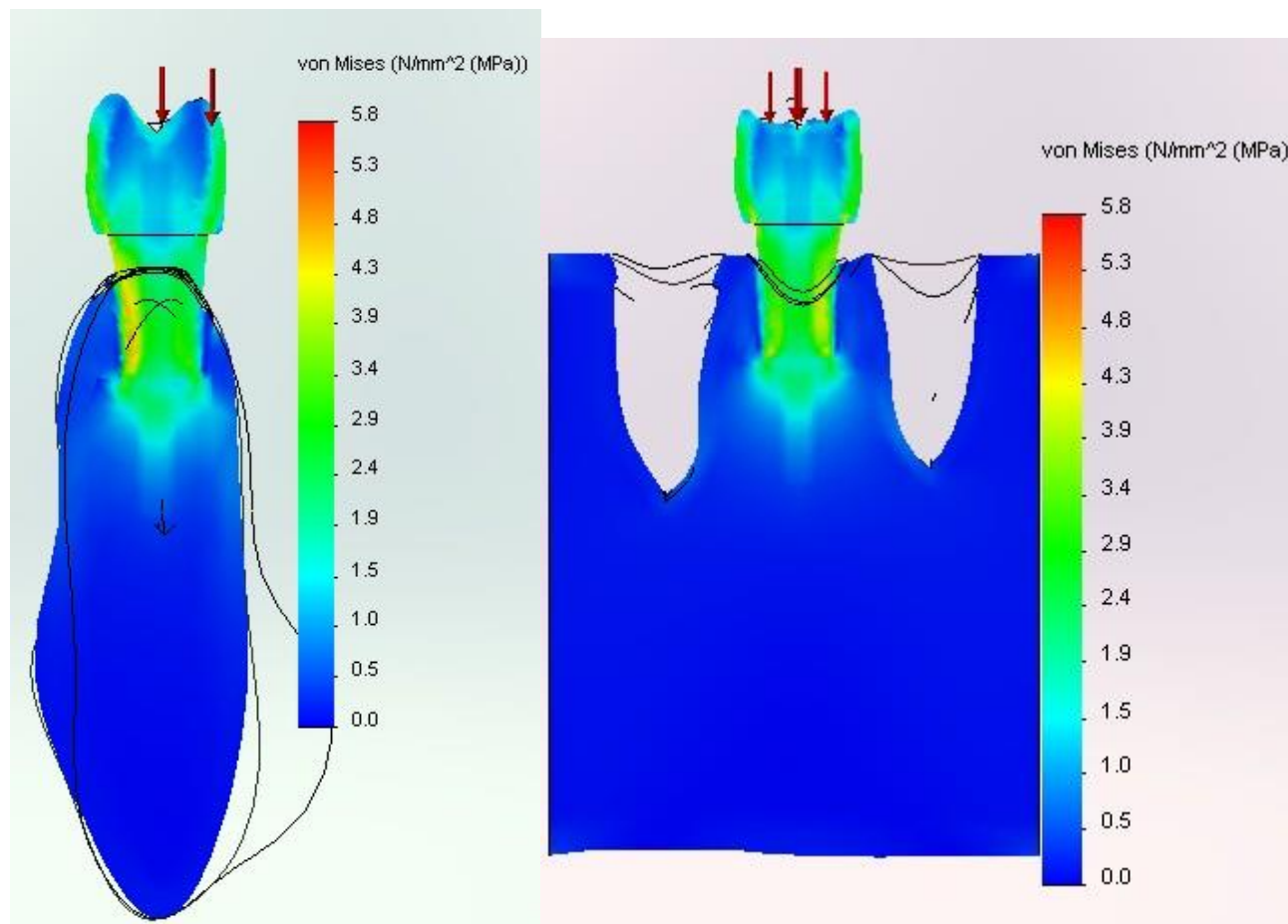


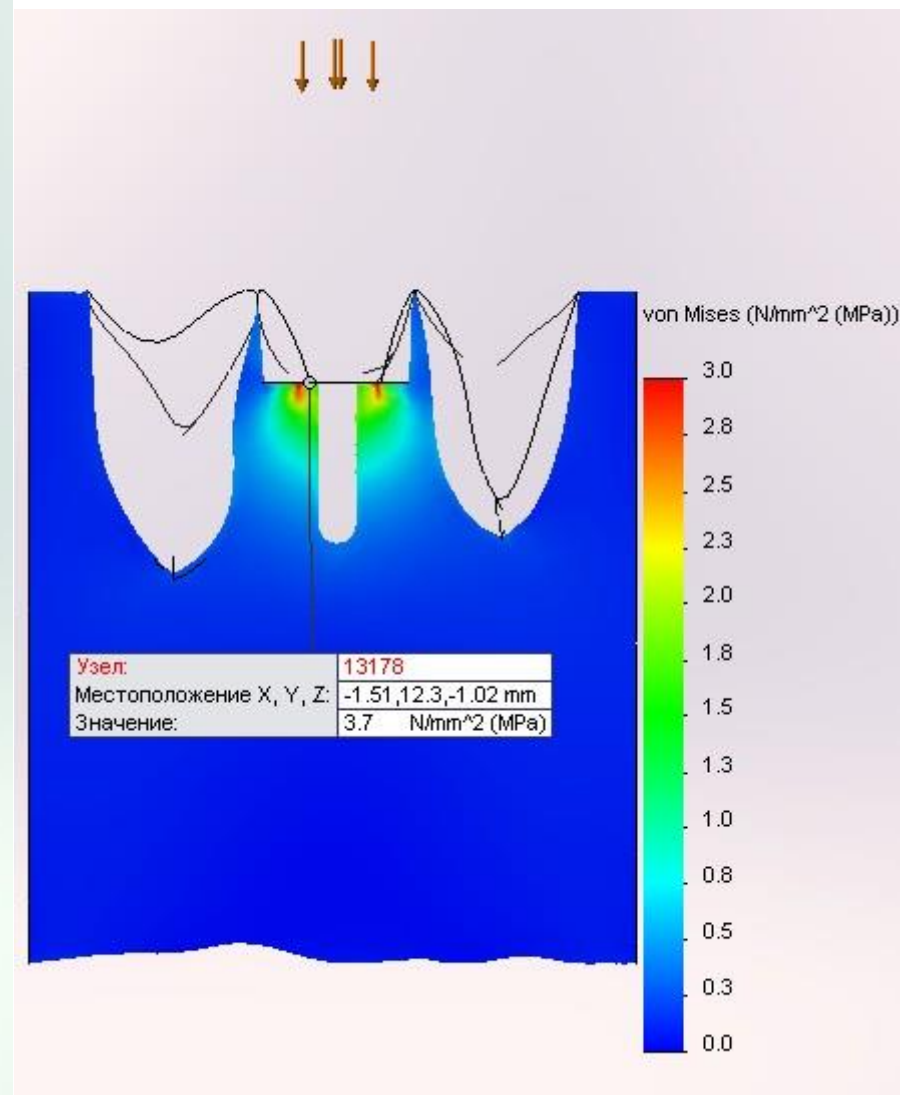
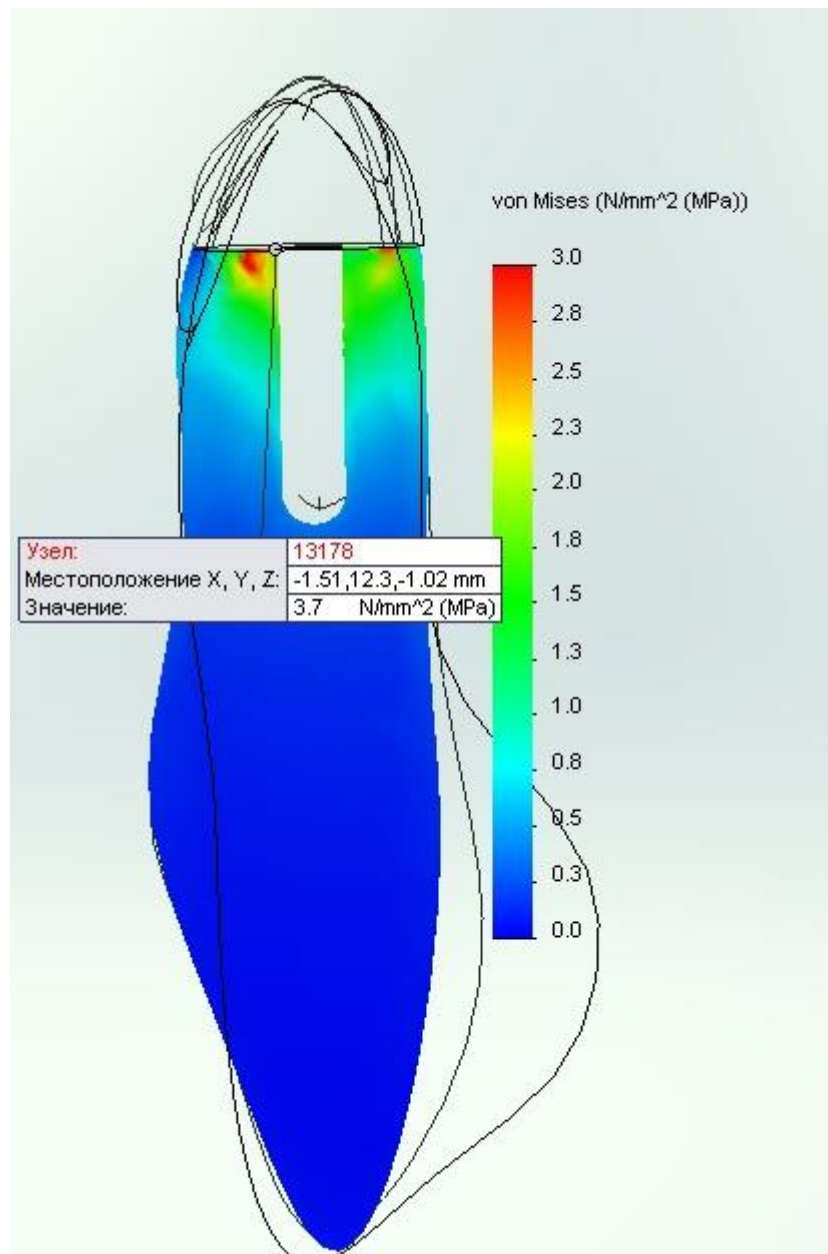


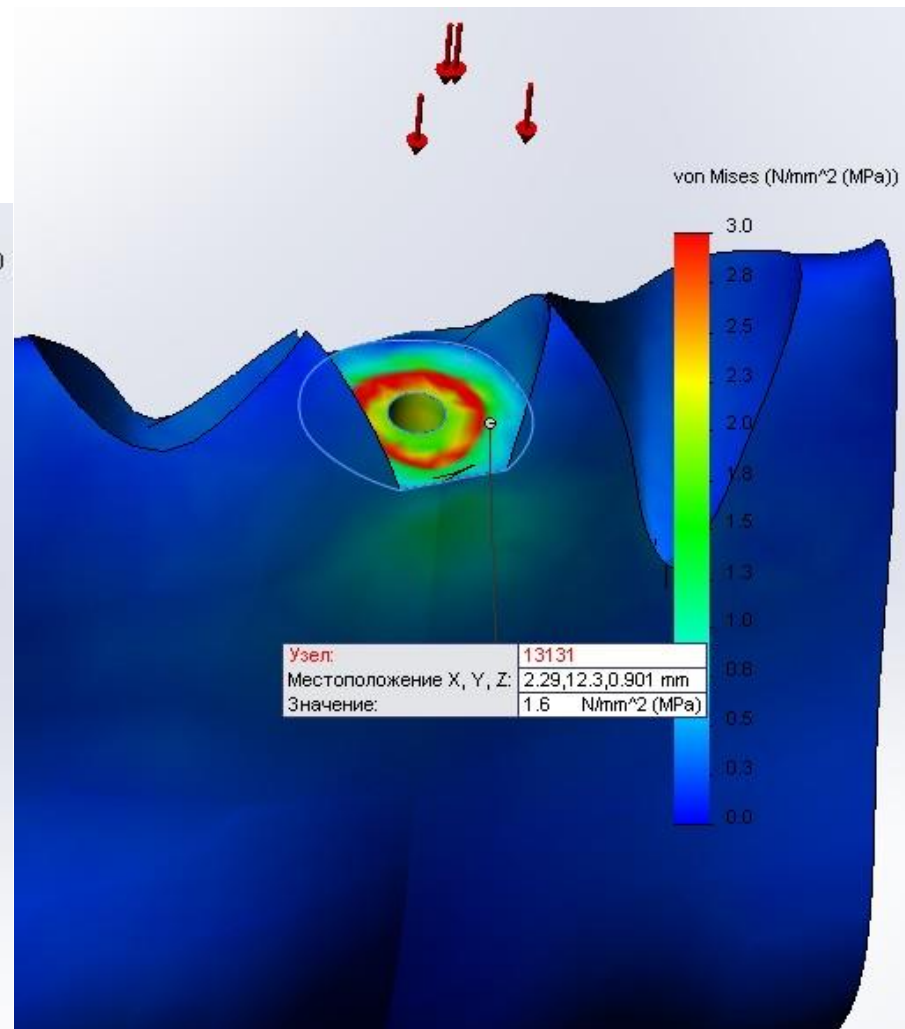
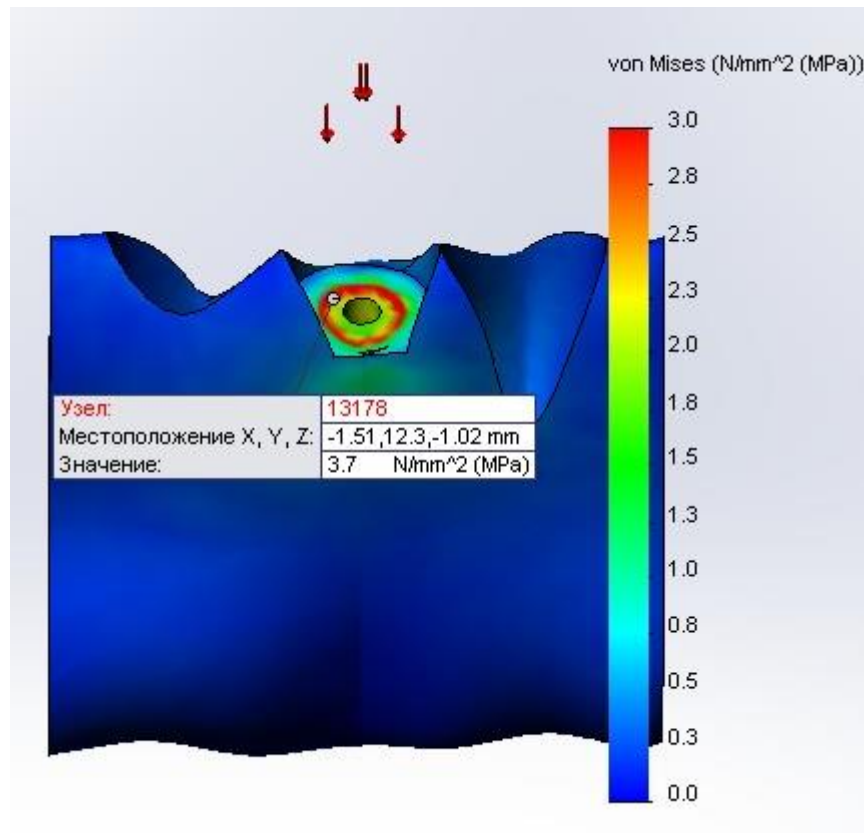


ГК 0.7 III-я степень резекции.

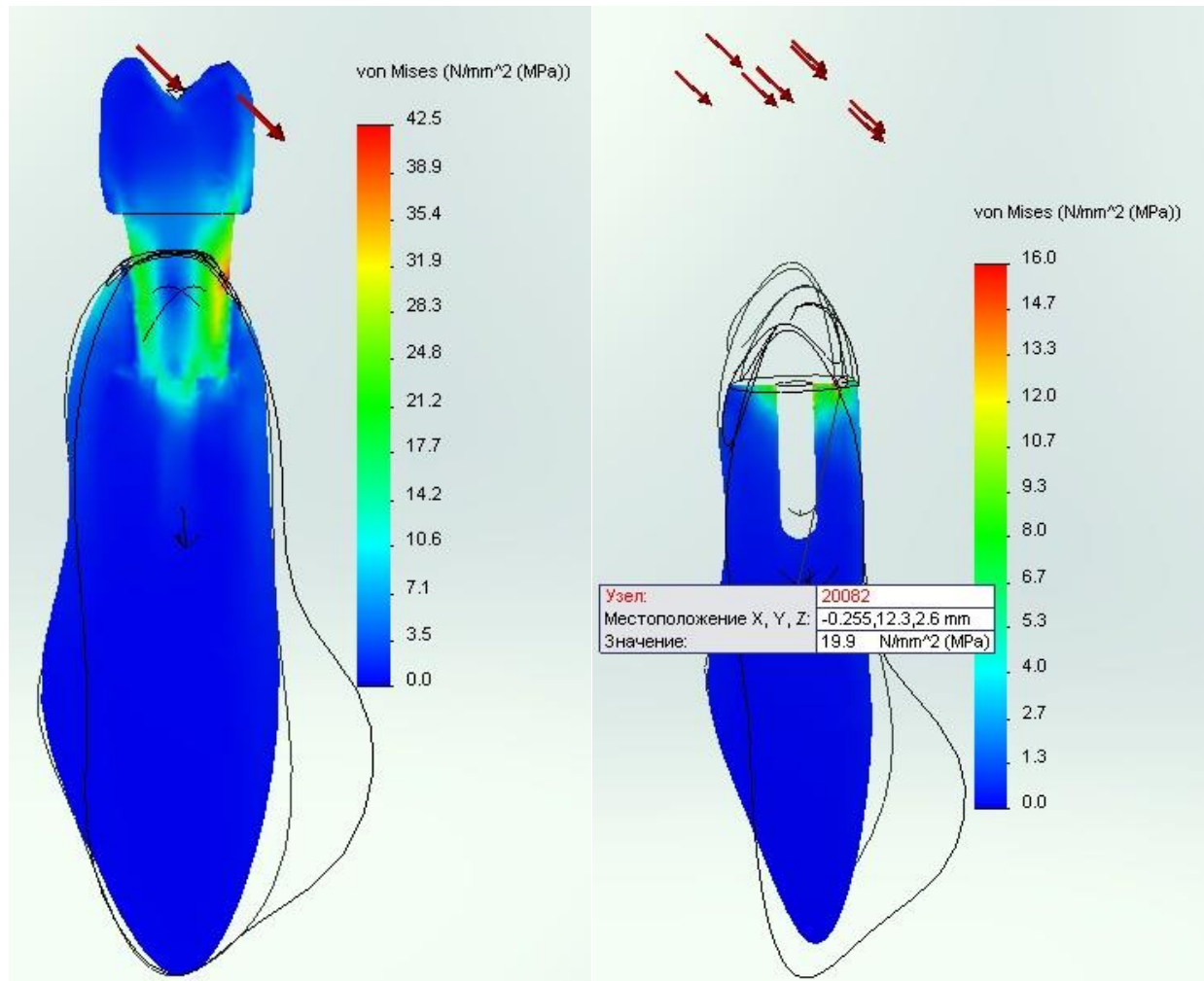
1

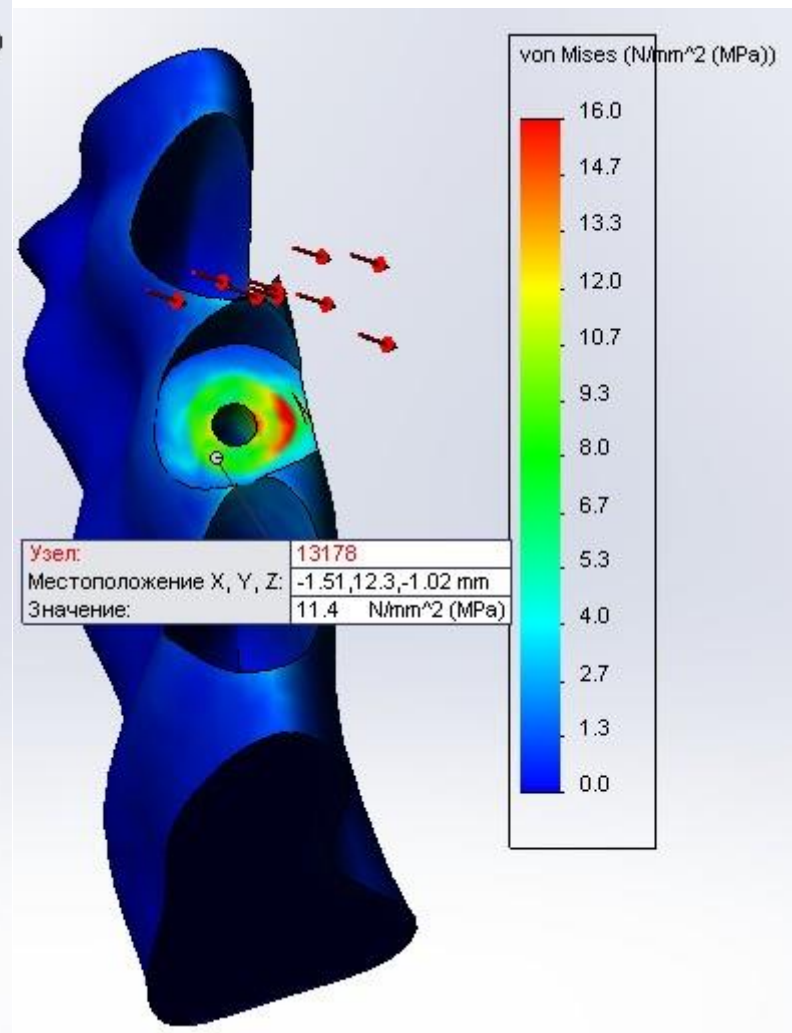
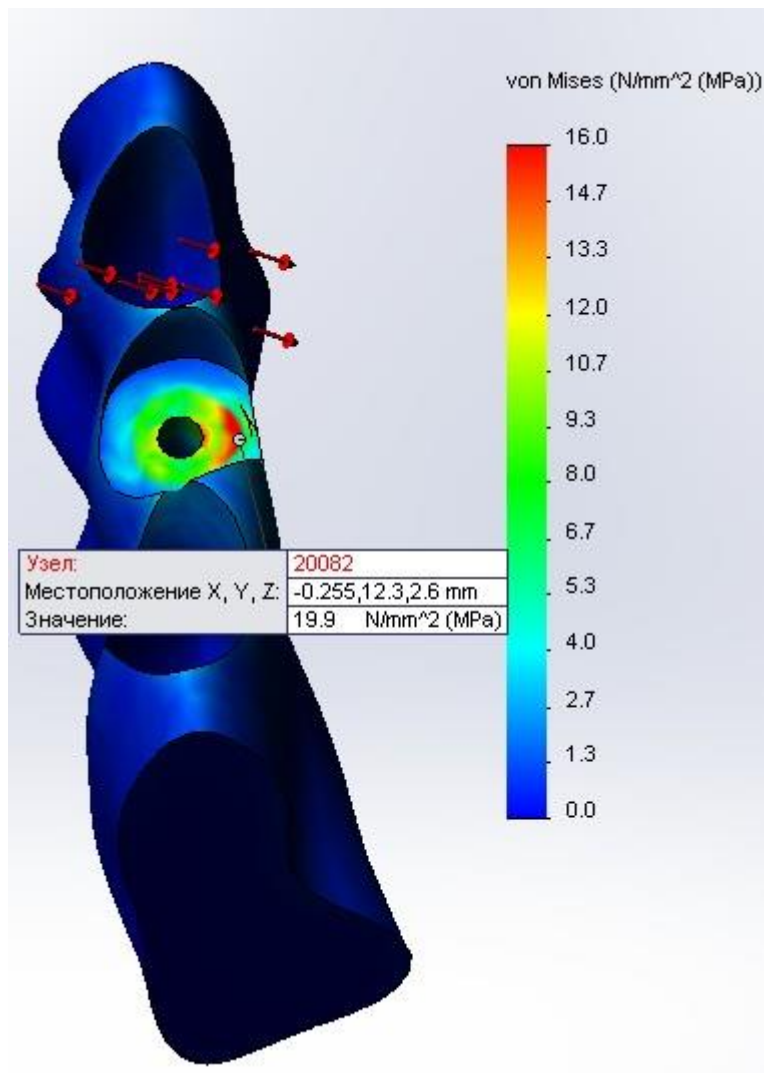




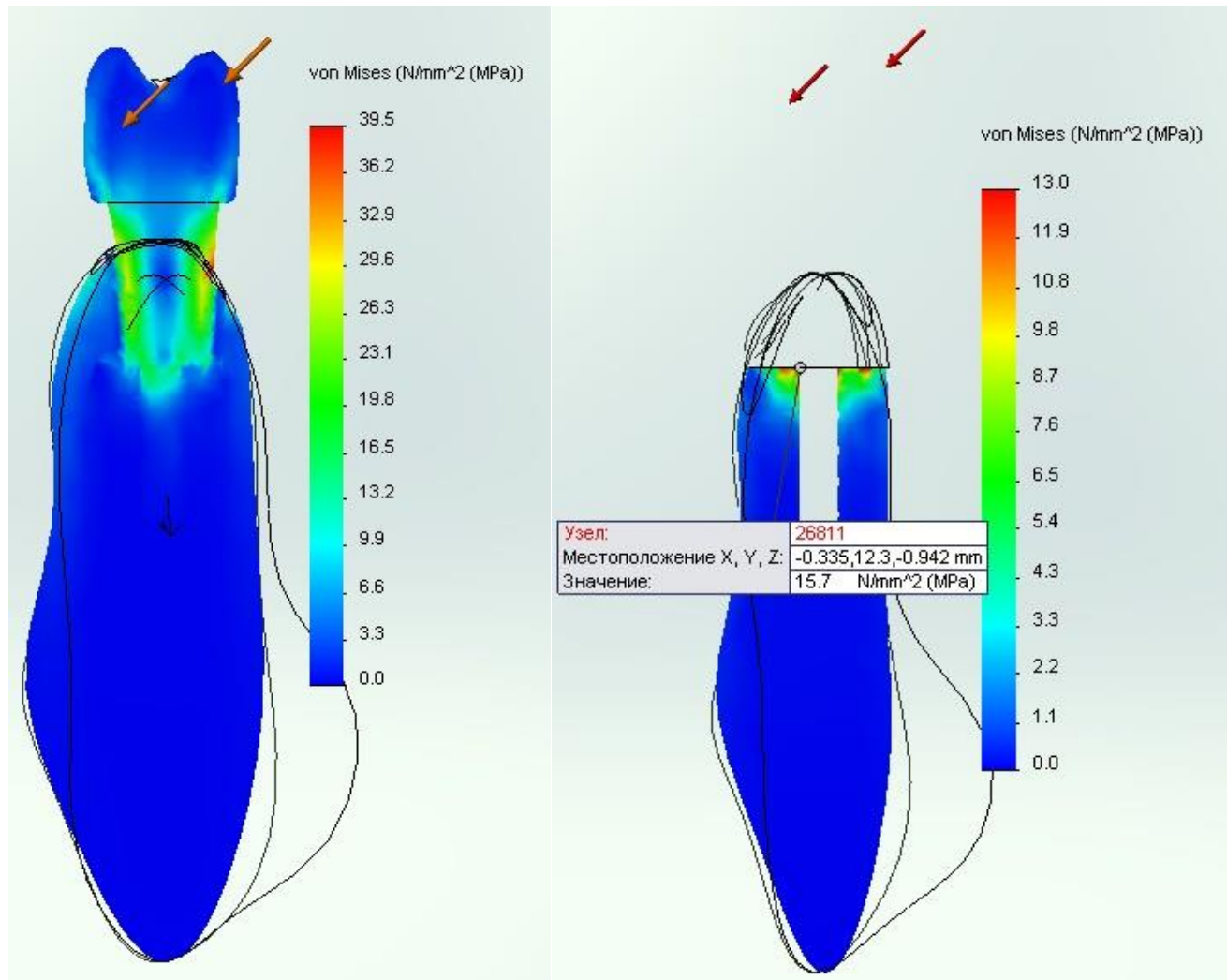


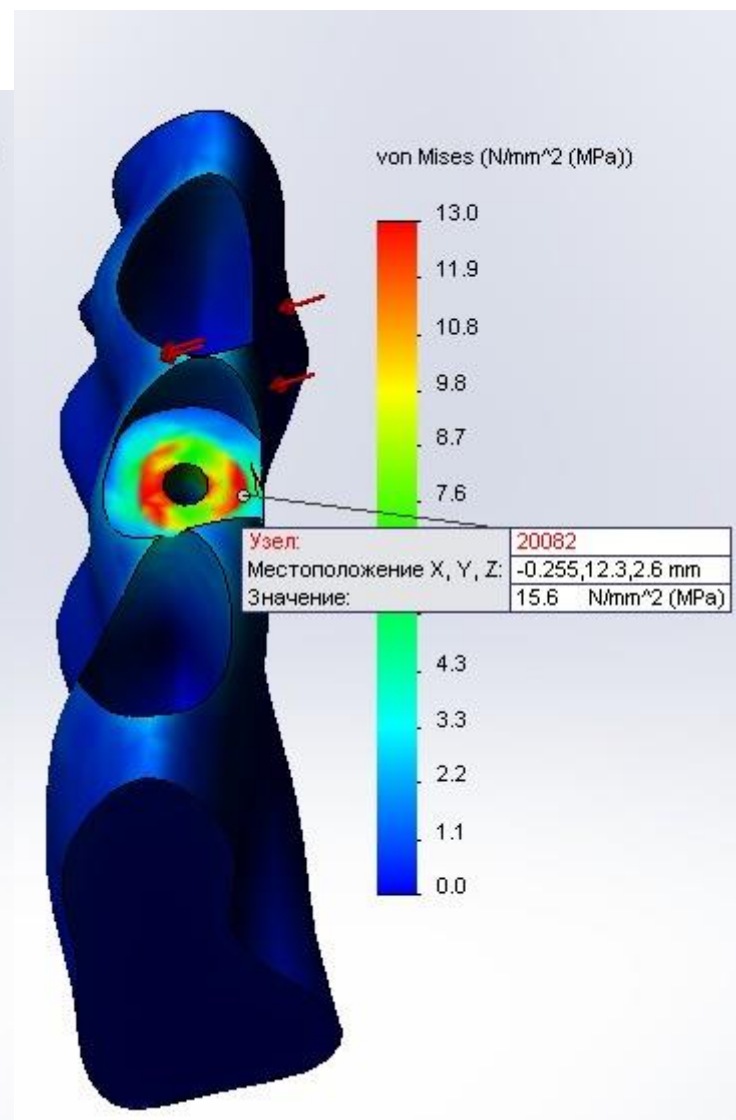
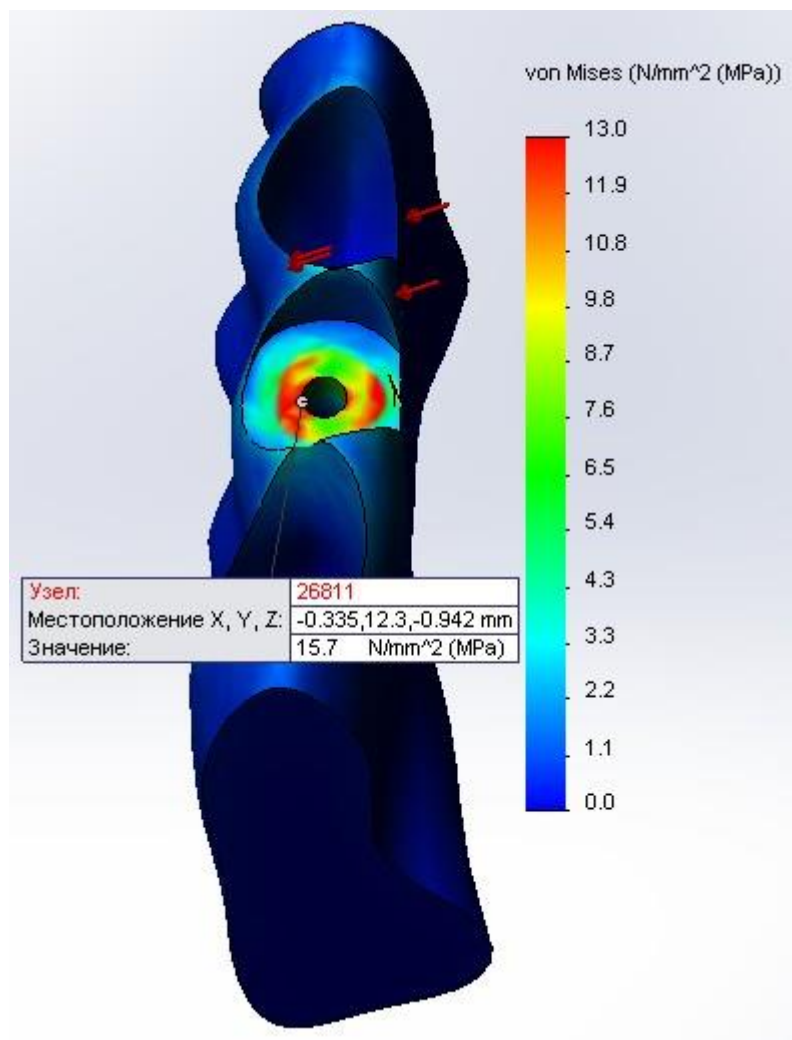




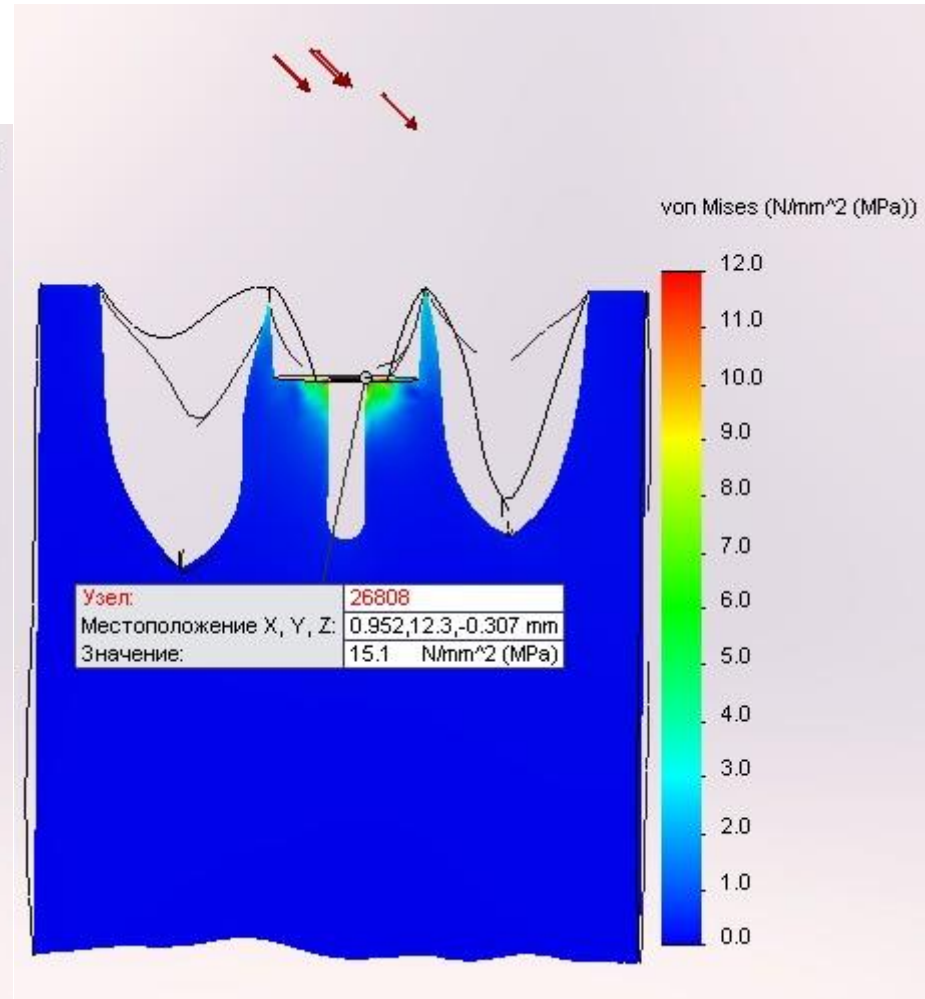
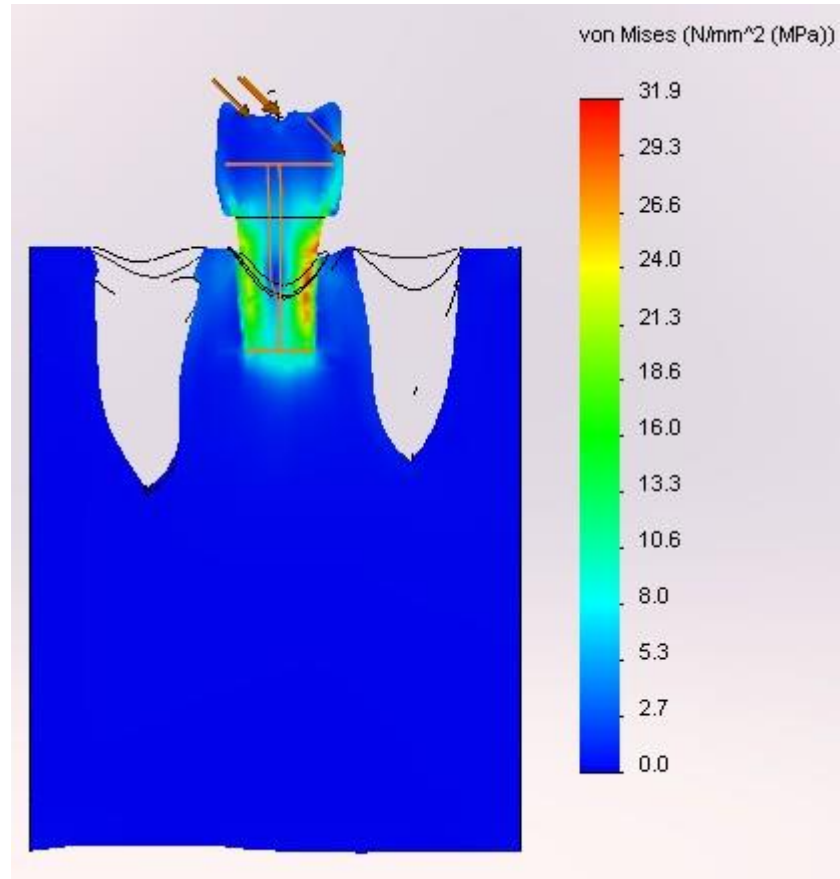


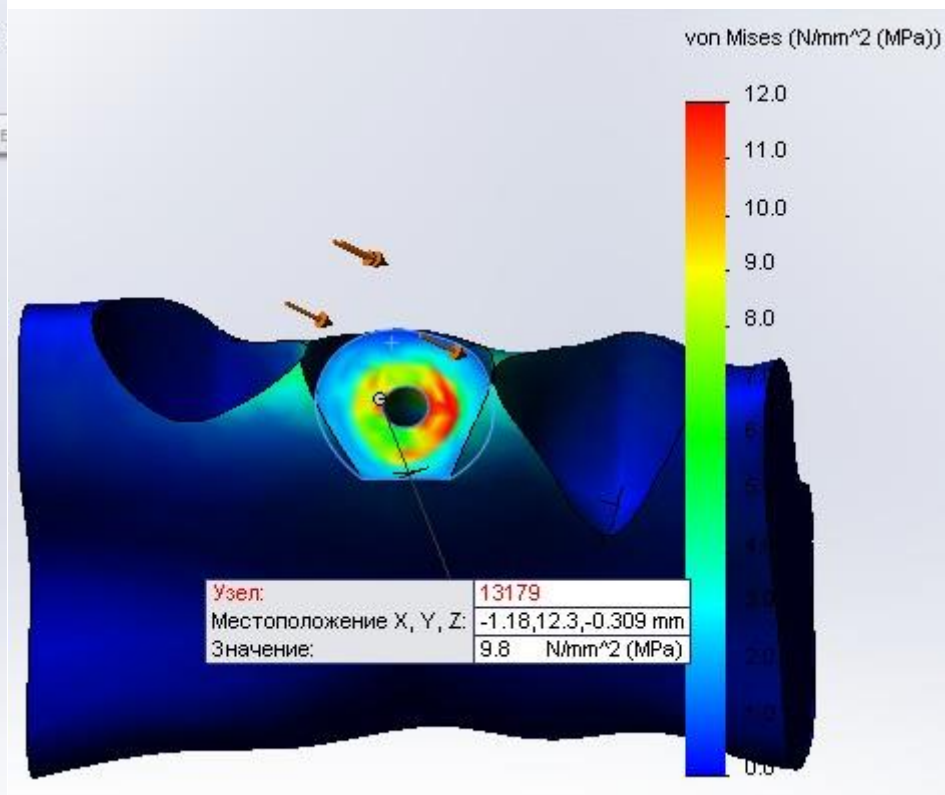
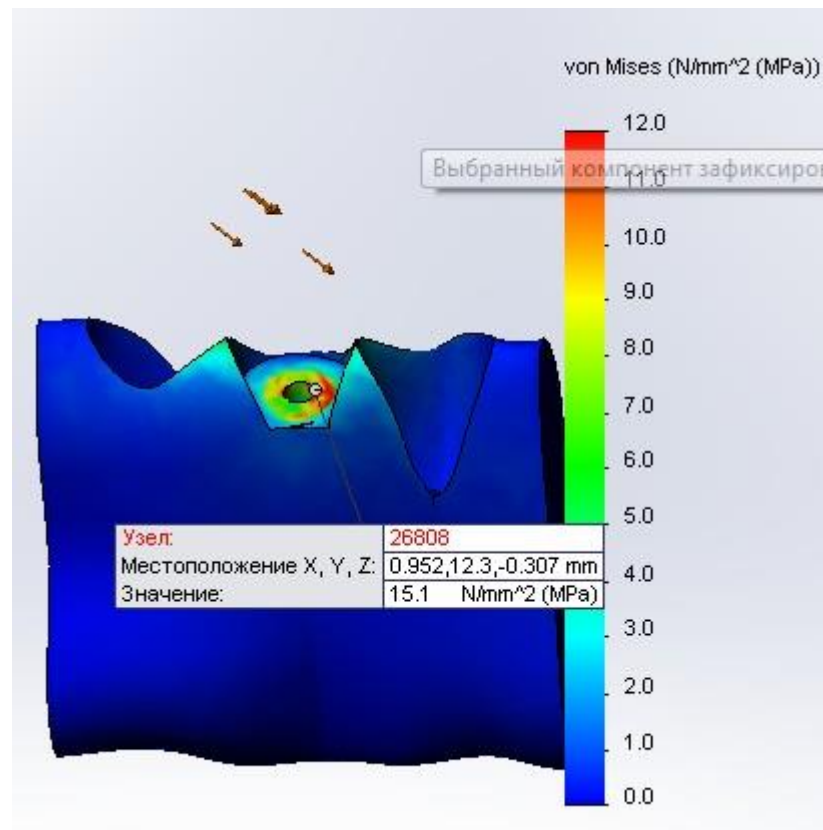
3



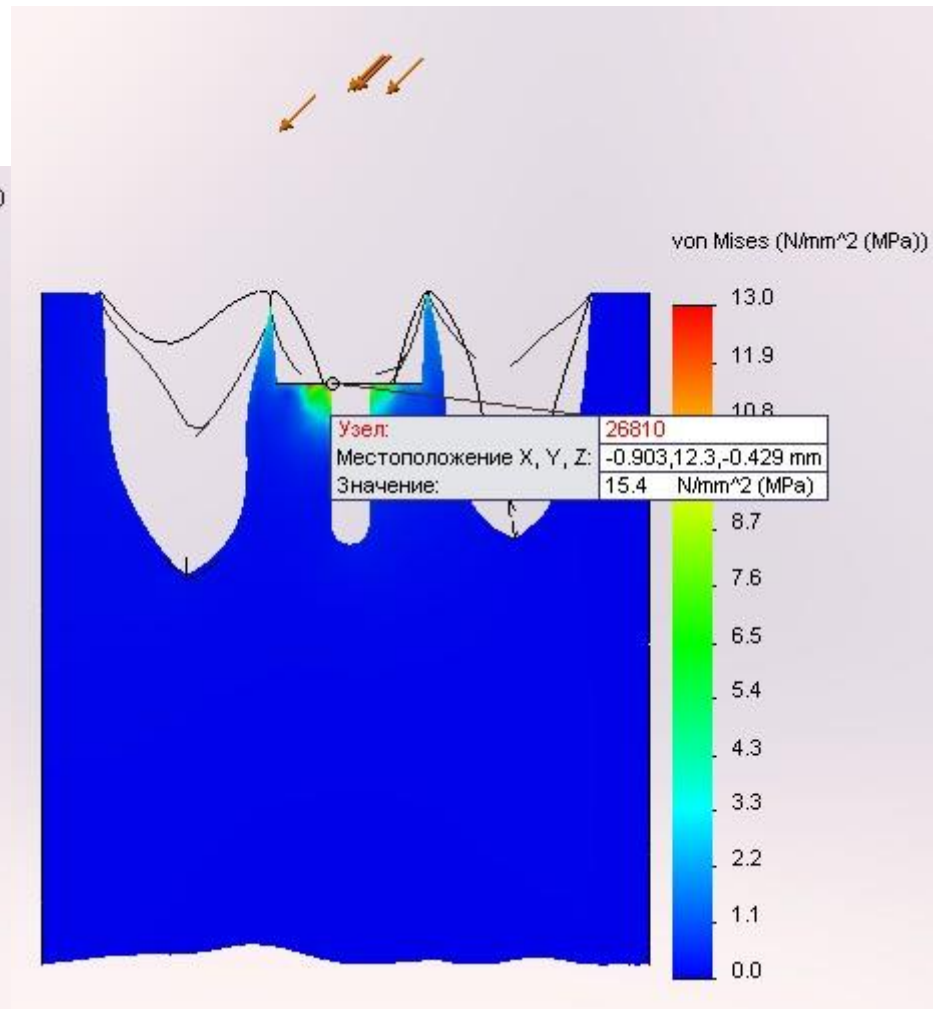
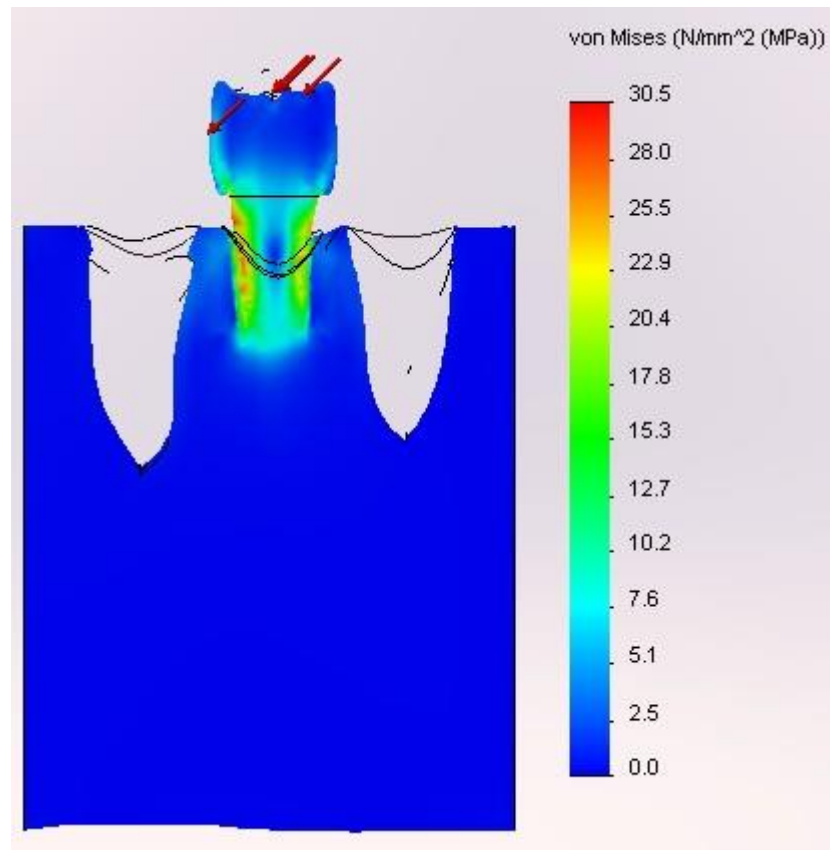


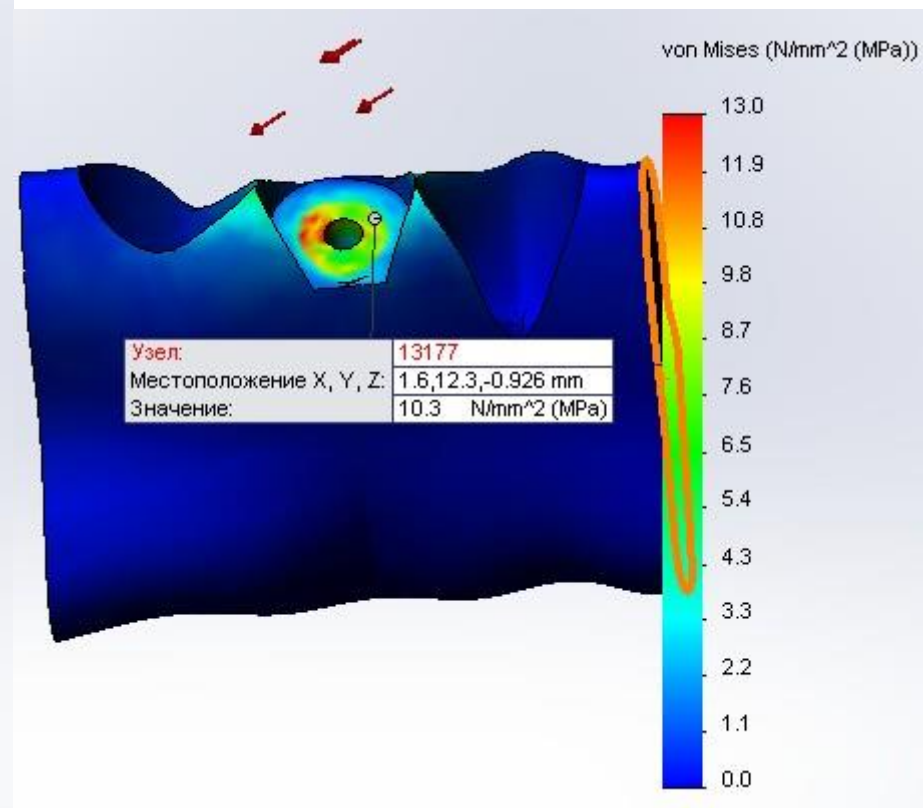
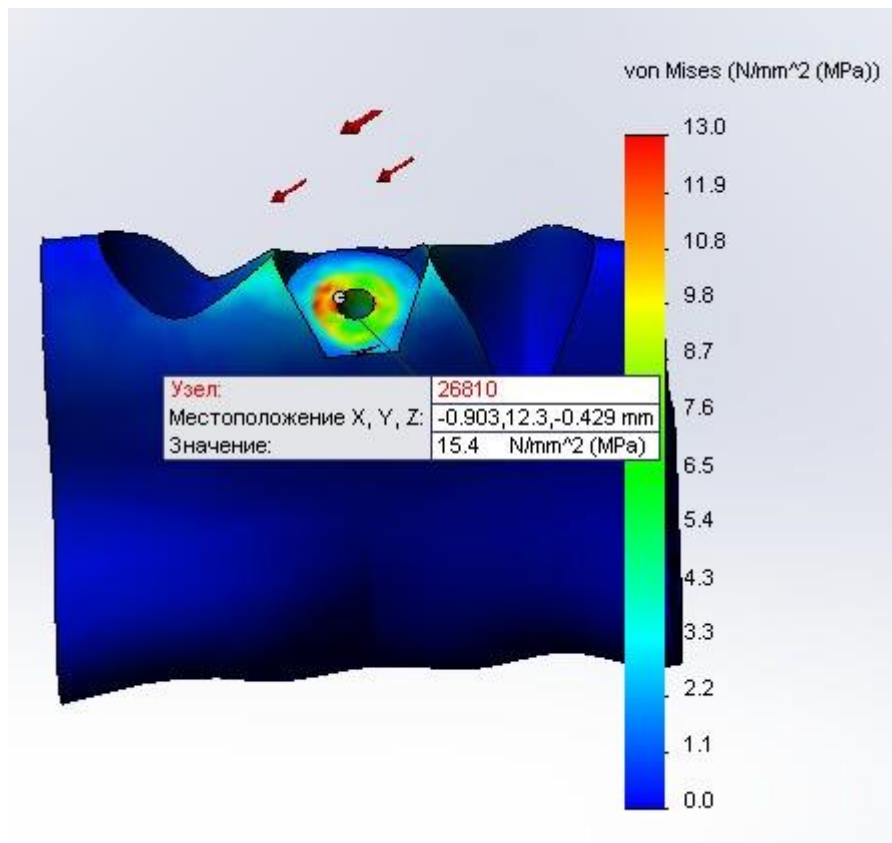
4







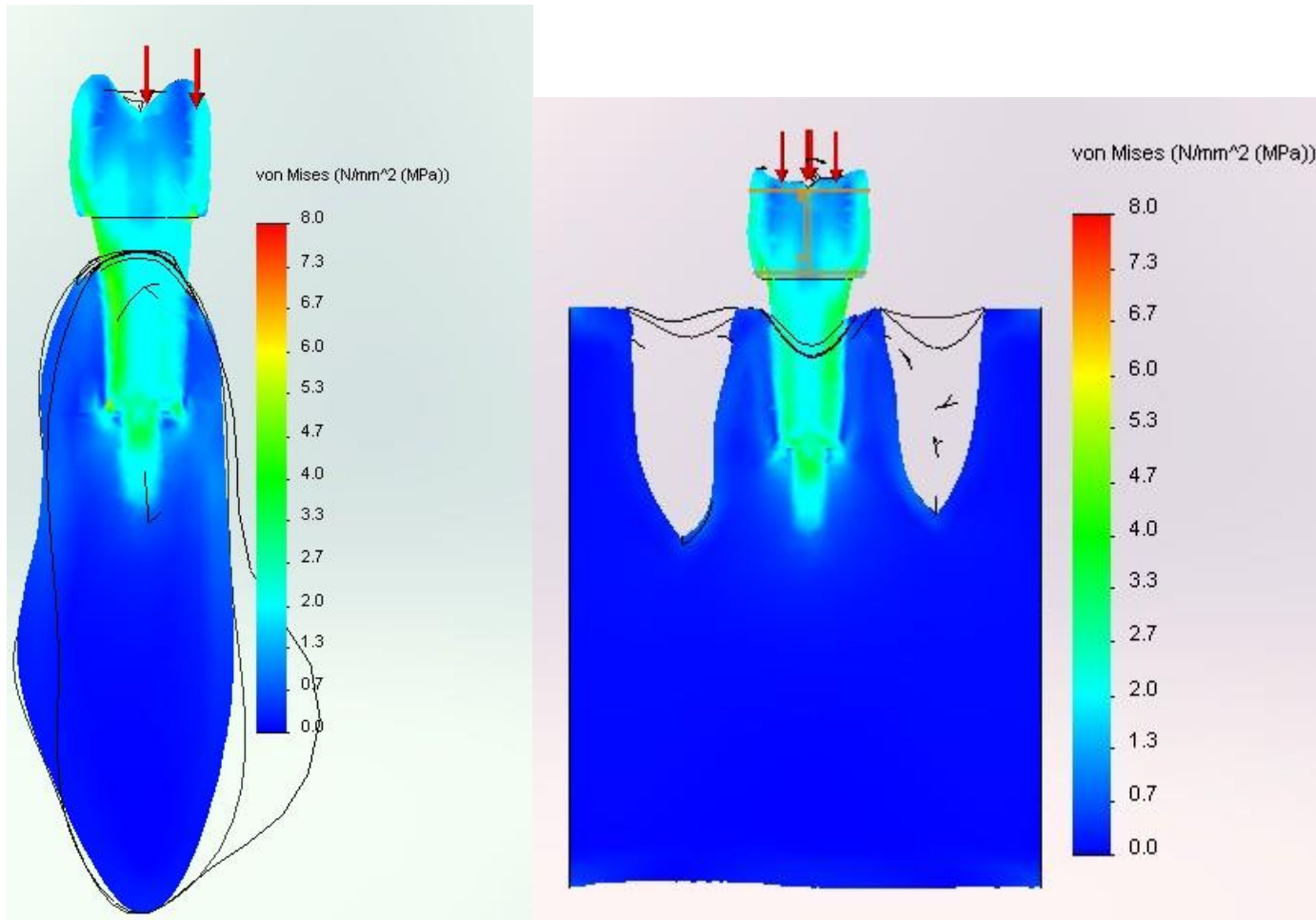


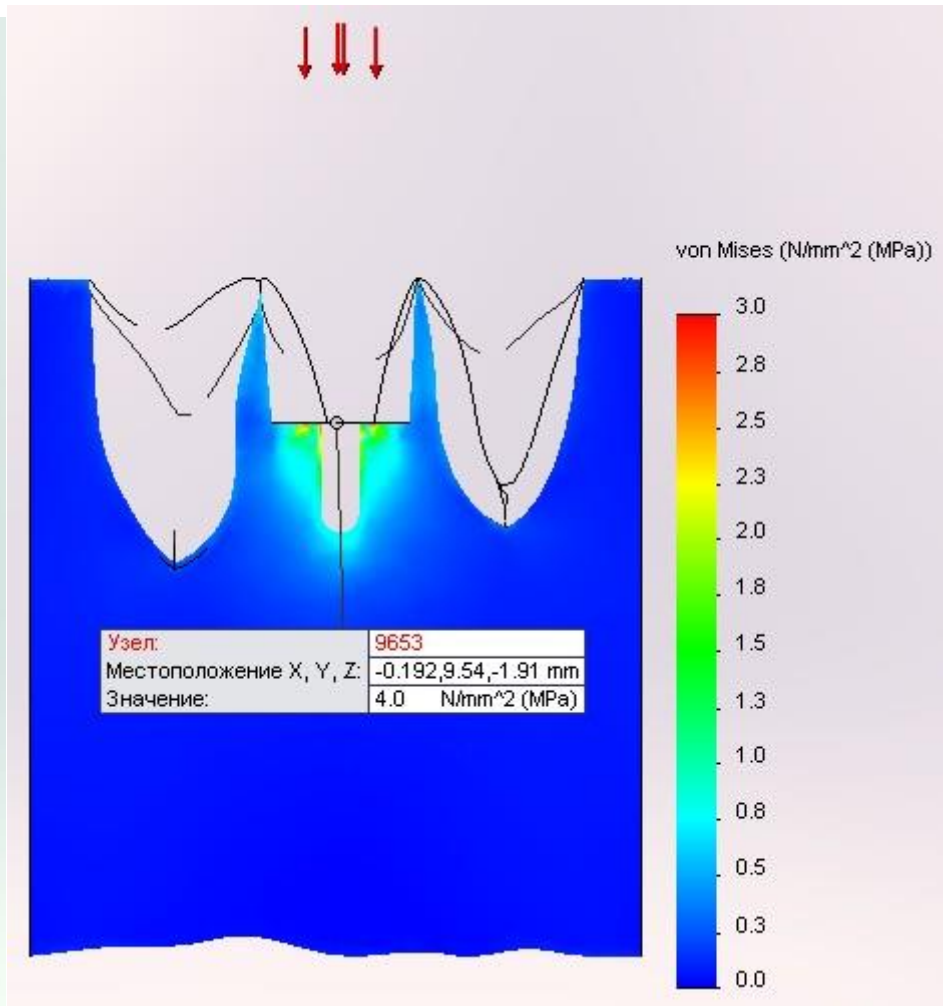
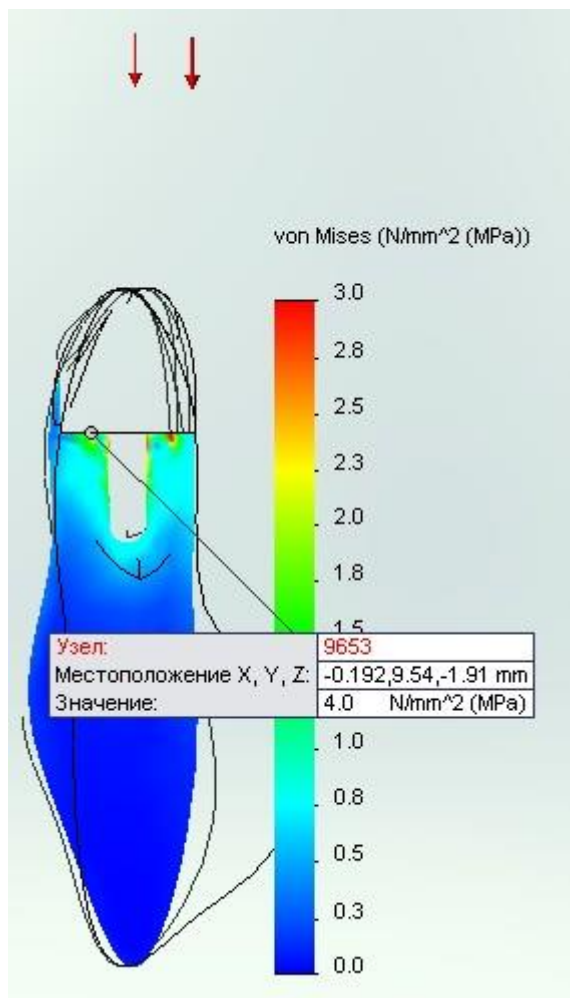


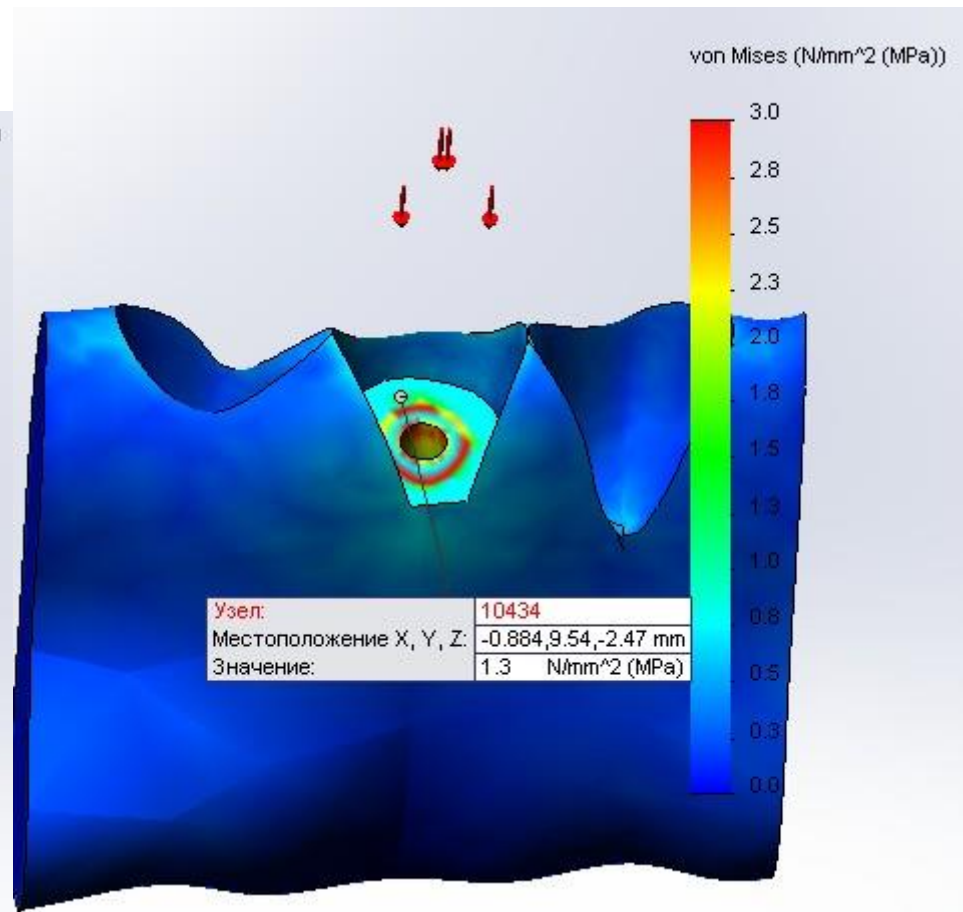
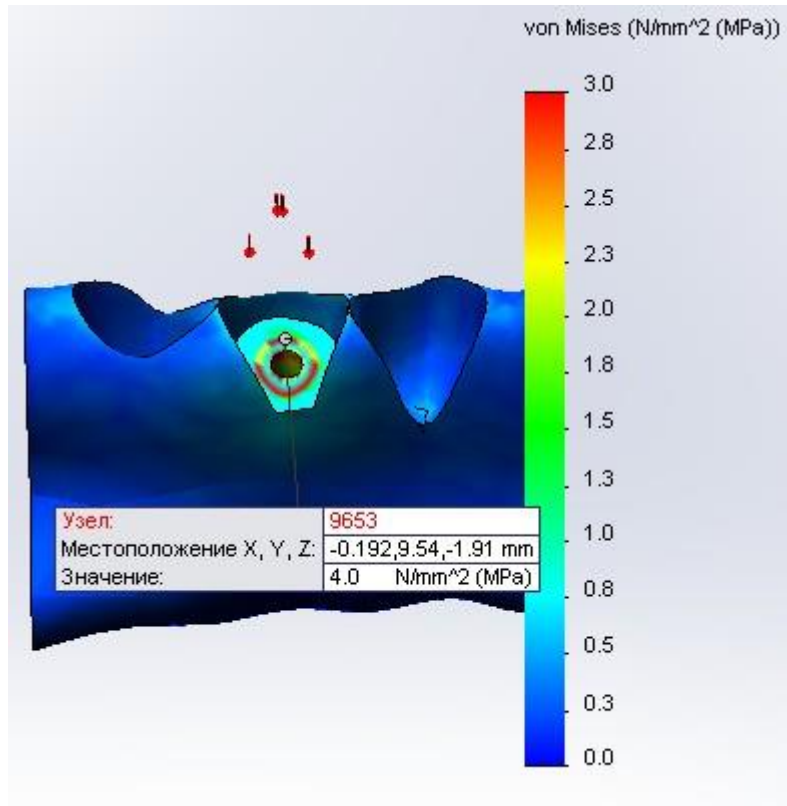


ГК 0.7 II-я степень резекции.

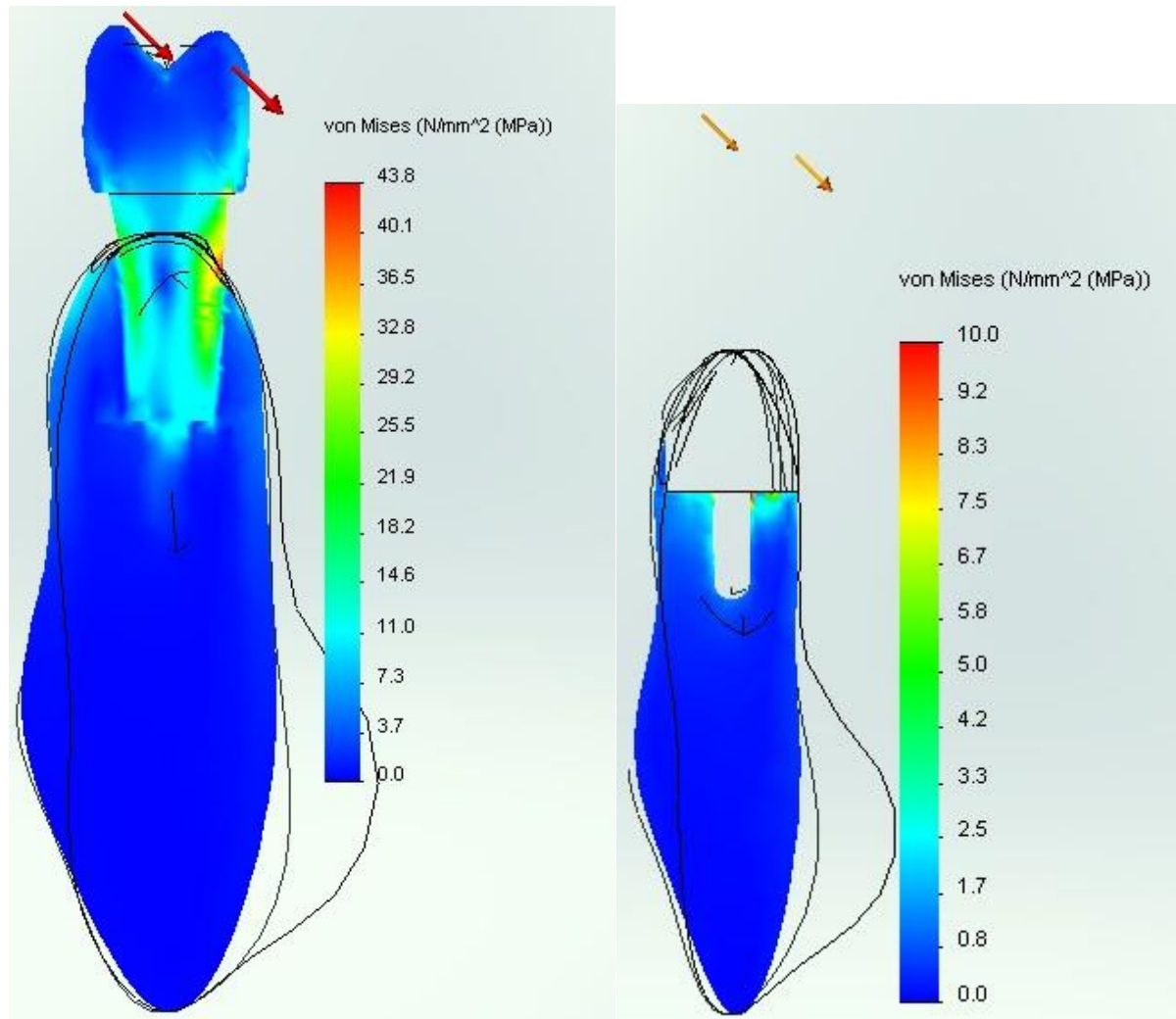
1

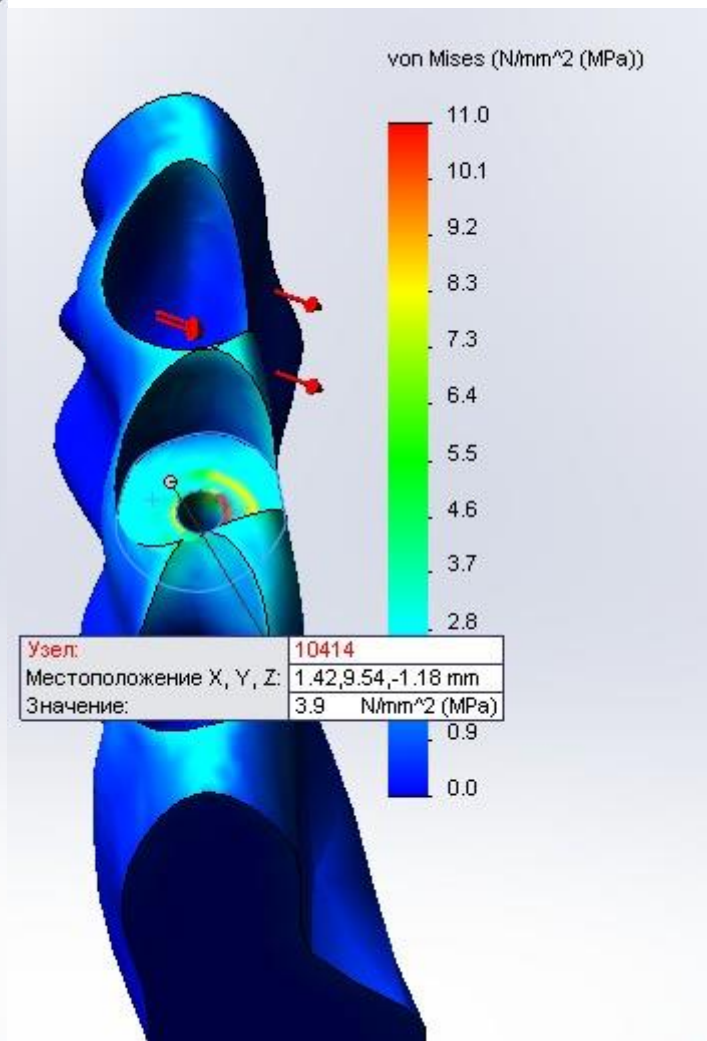
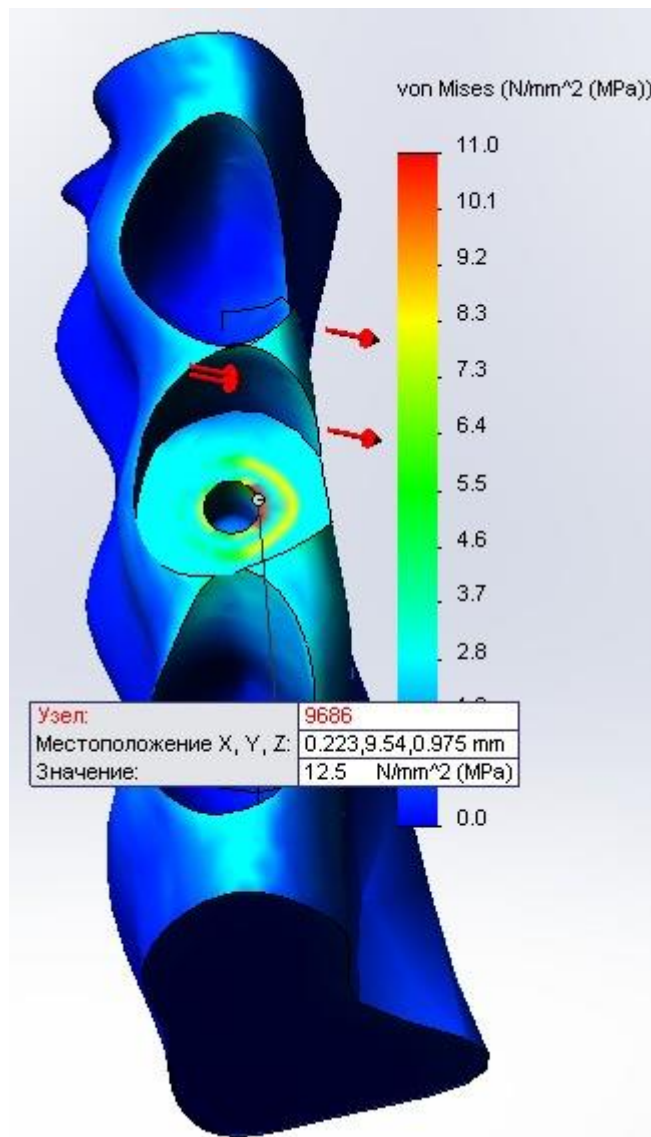




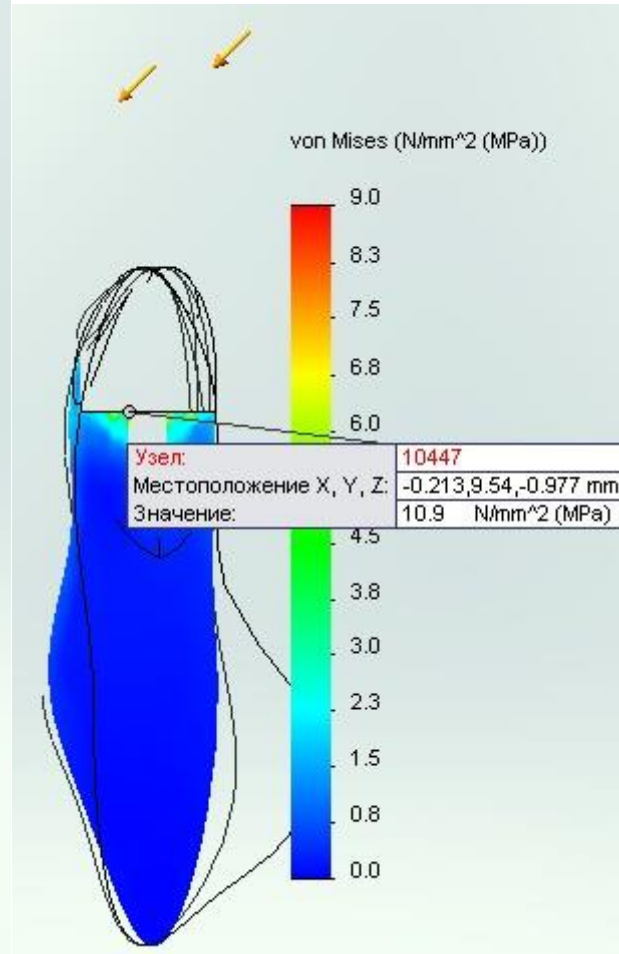
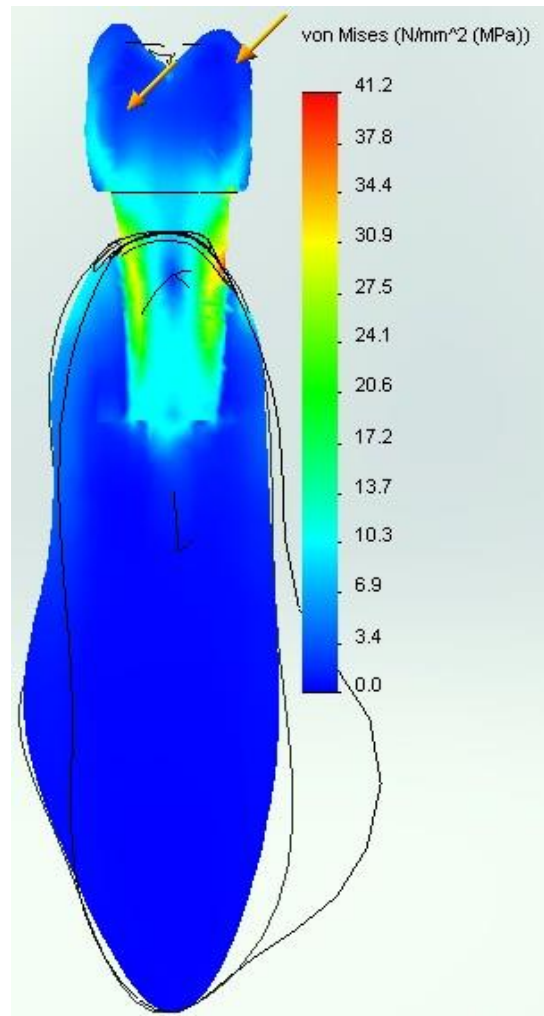


2

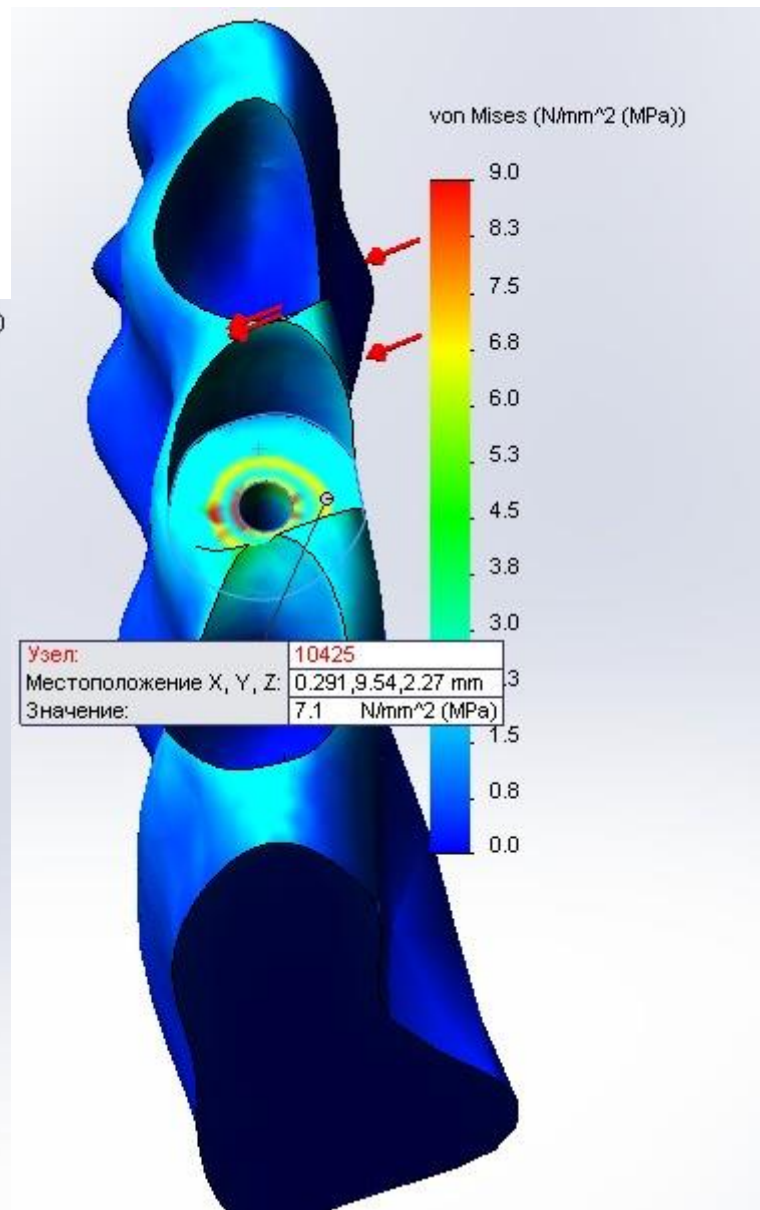
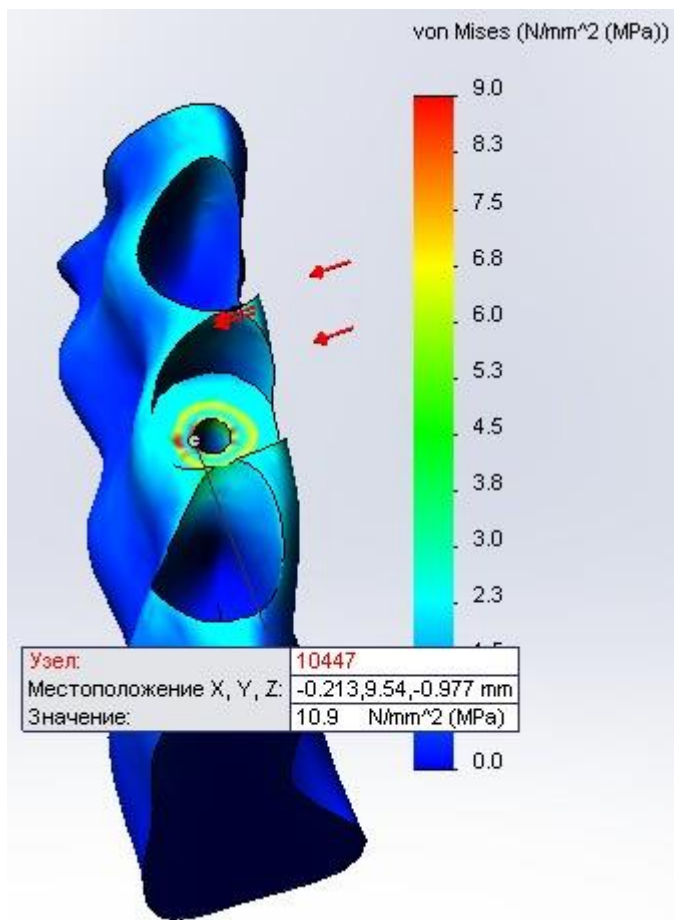




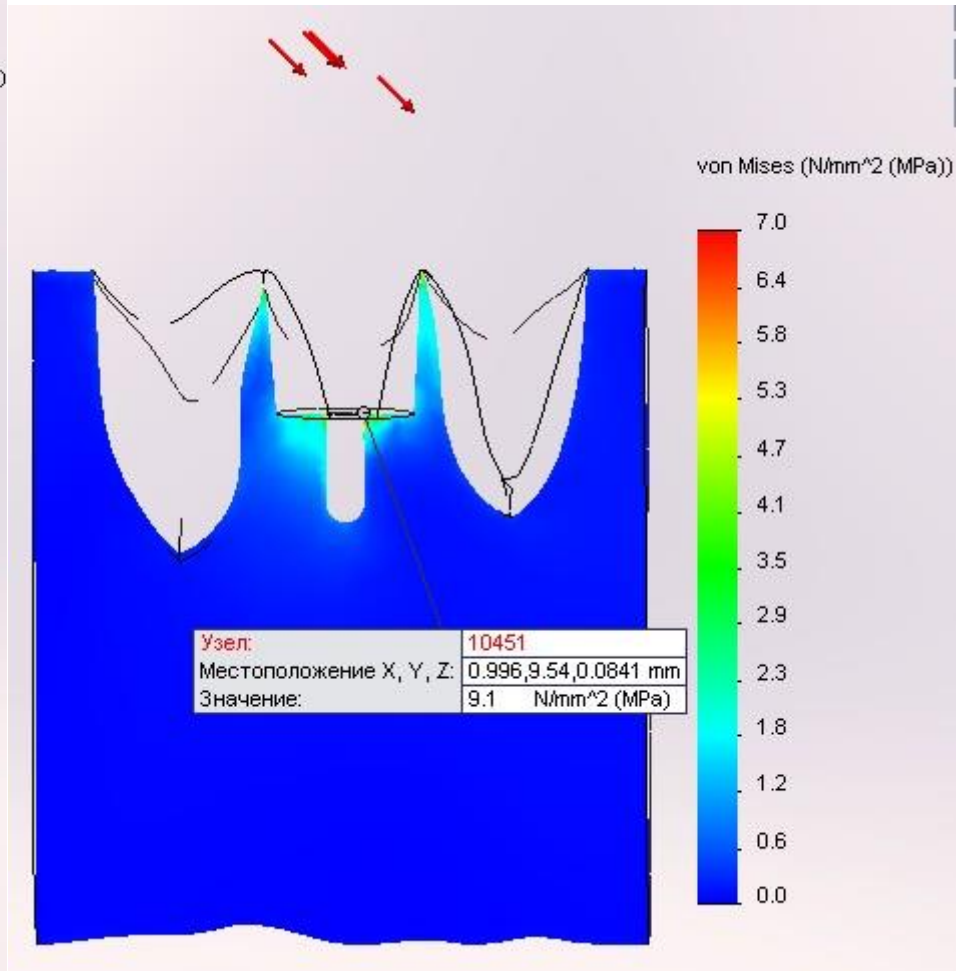
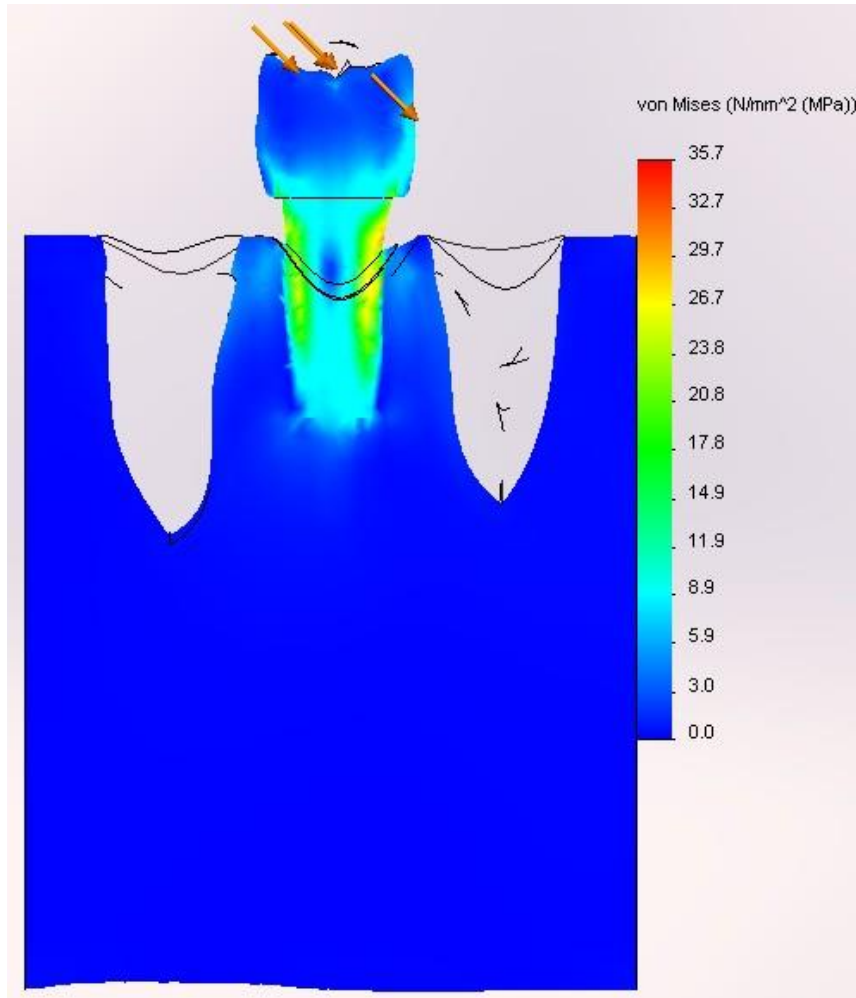
3



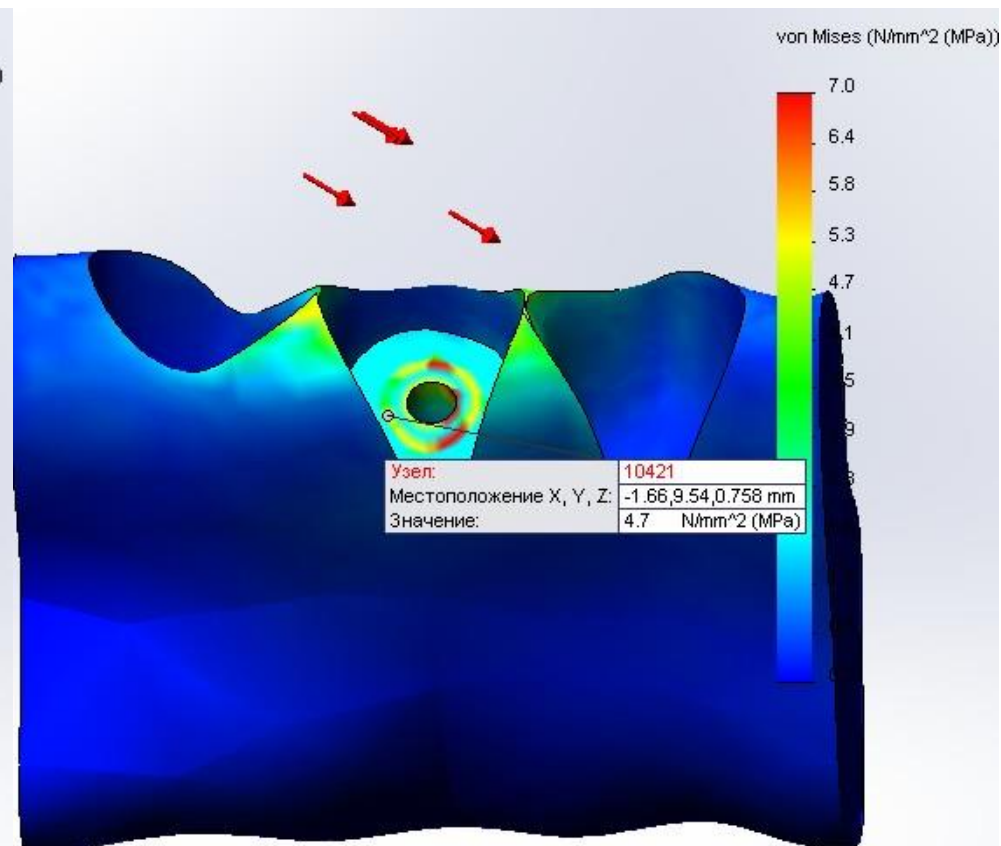
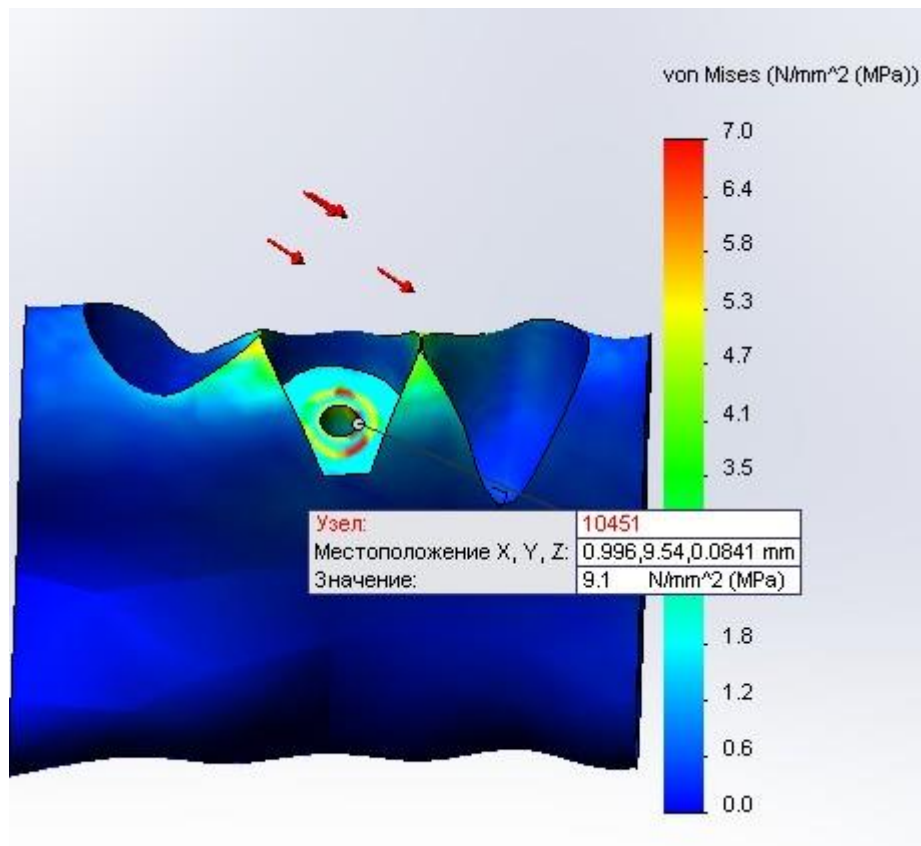




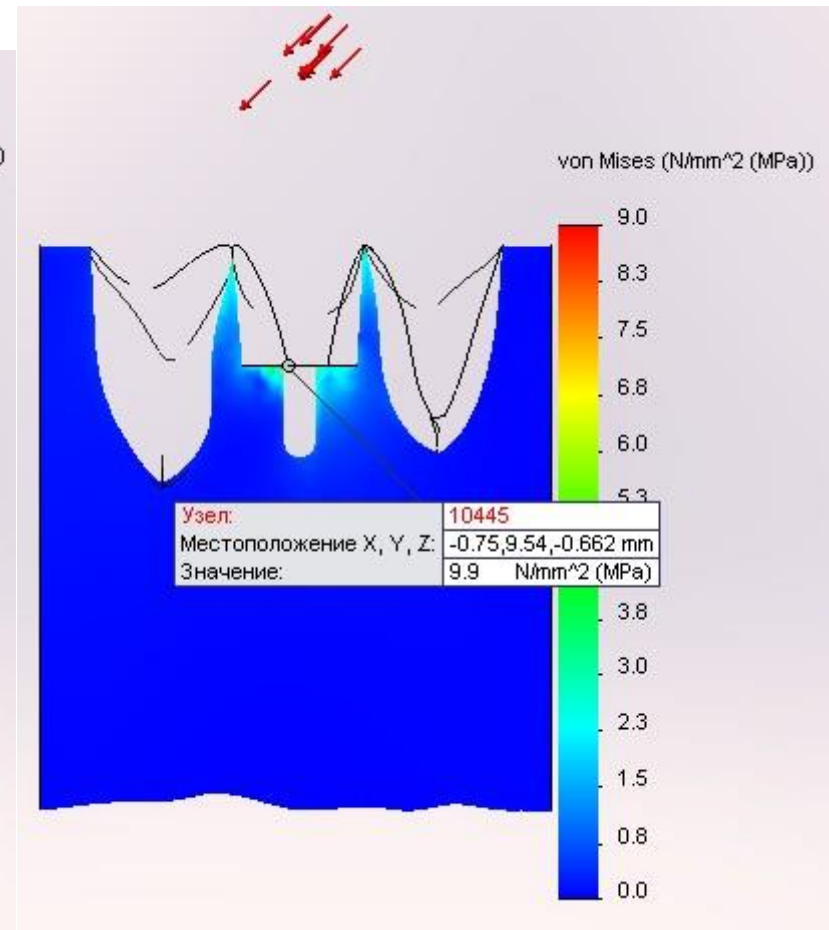
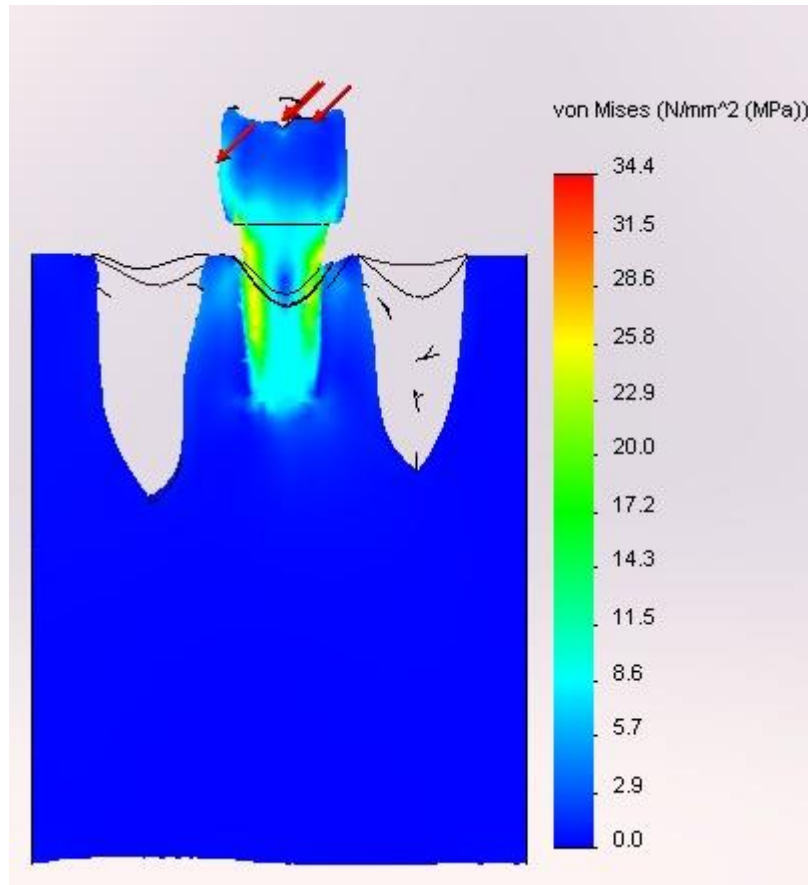
4

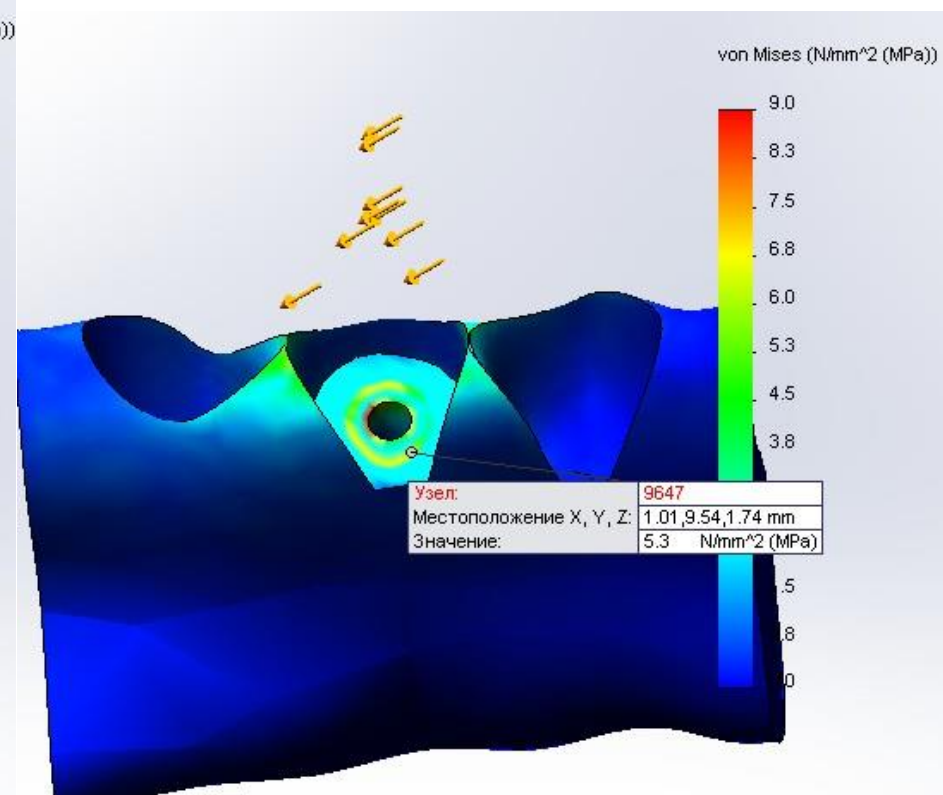
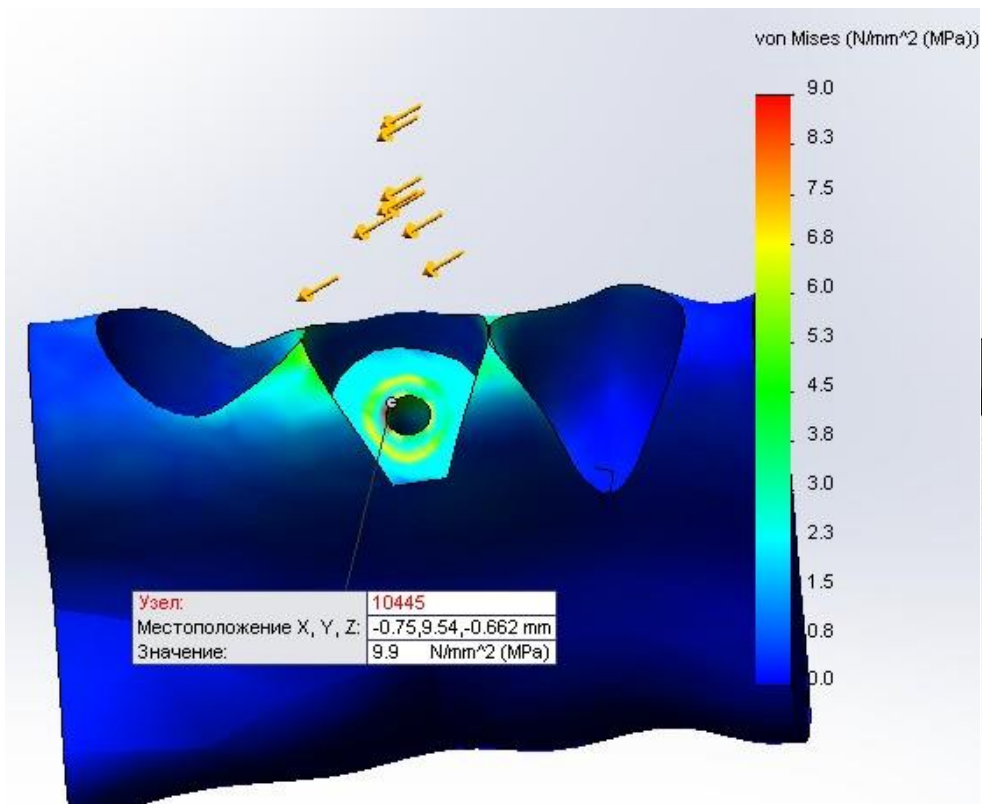






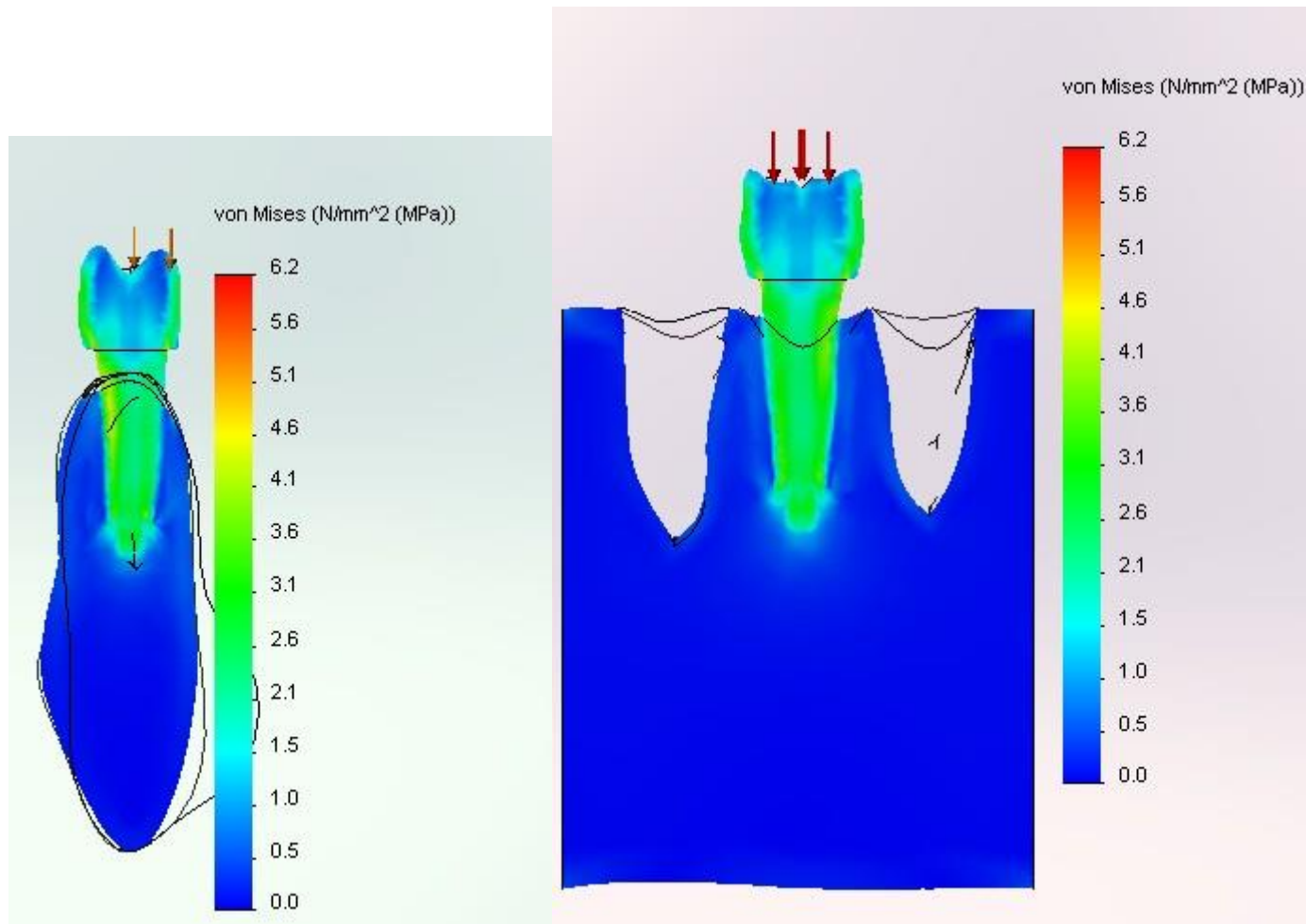
5

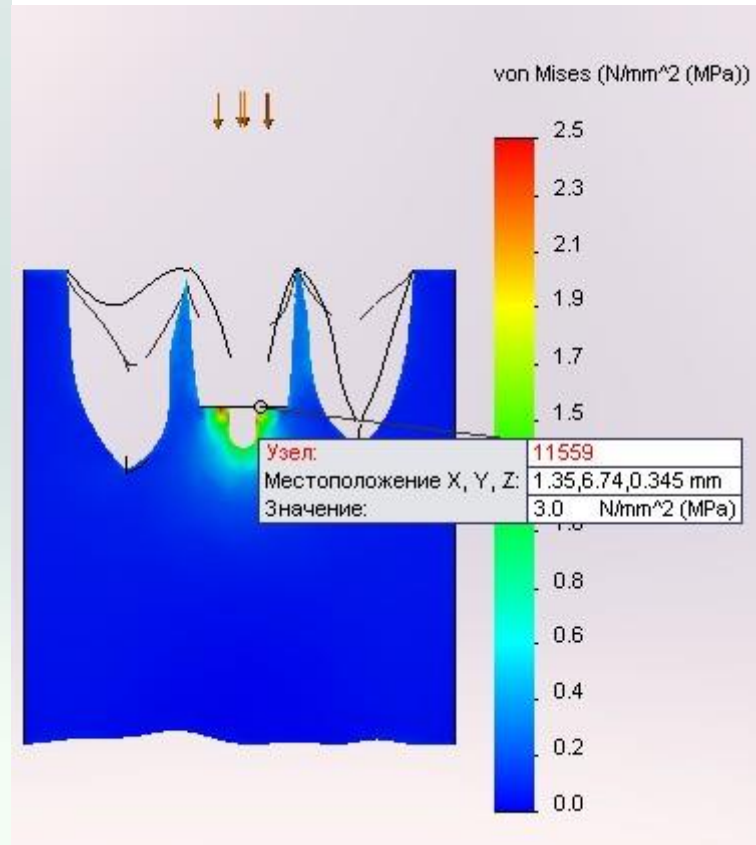
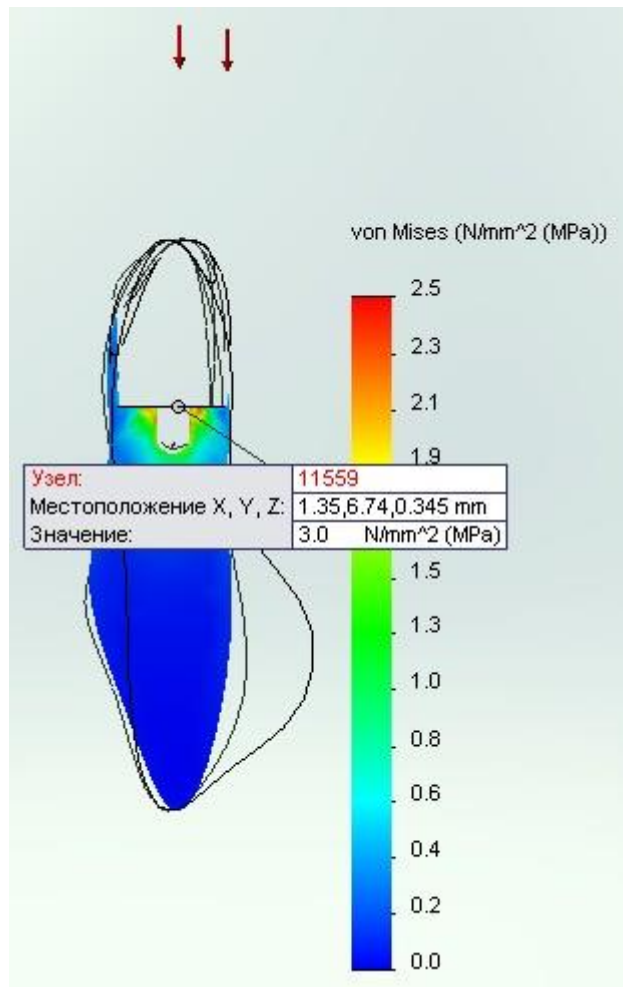


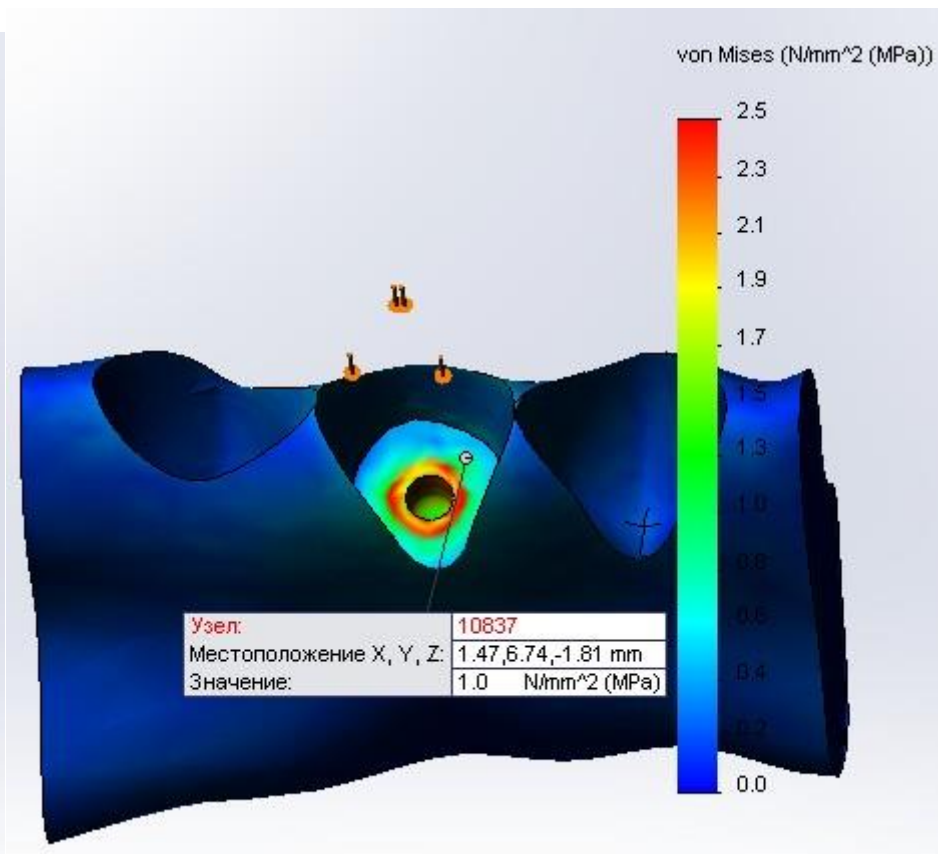
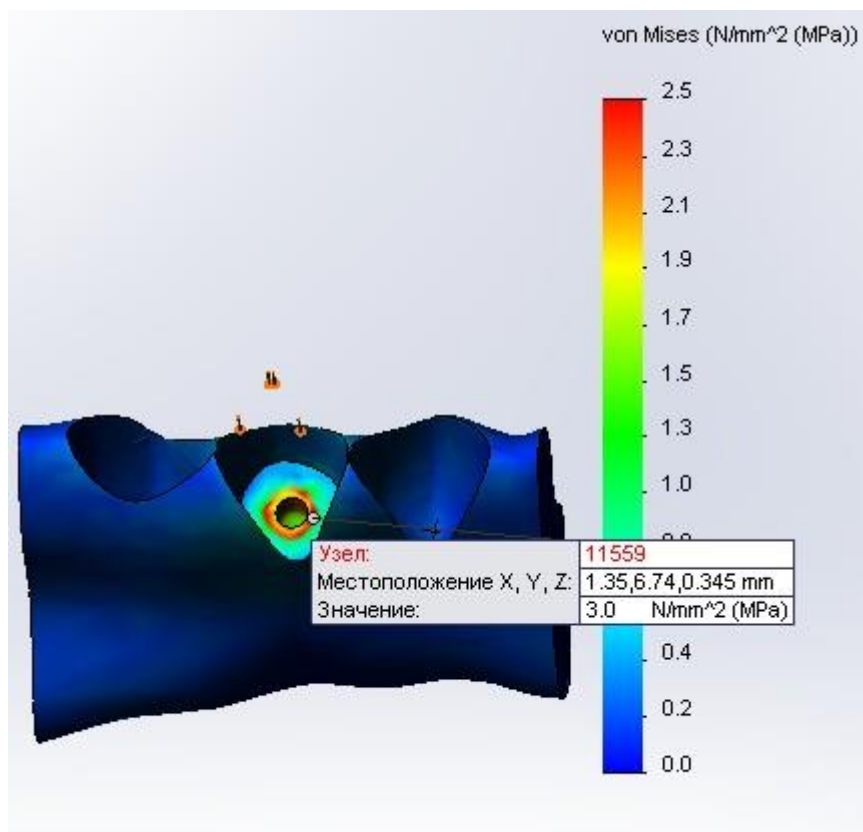


ГК 0.7 I-я степень резекции.

1

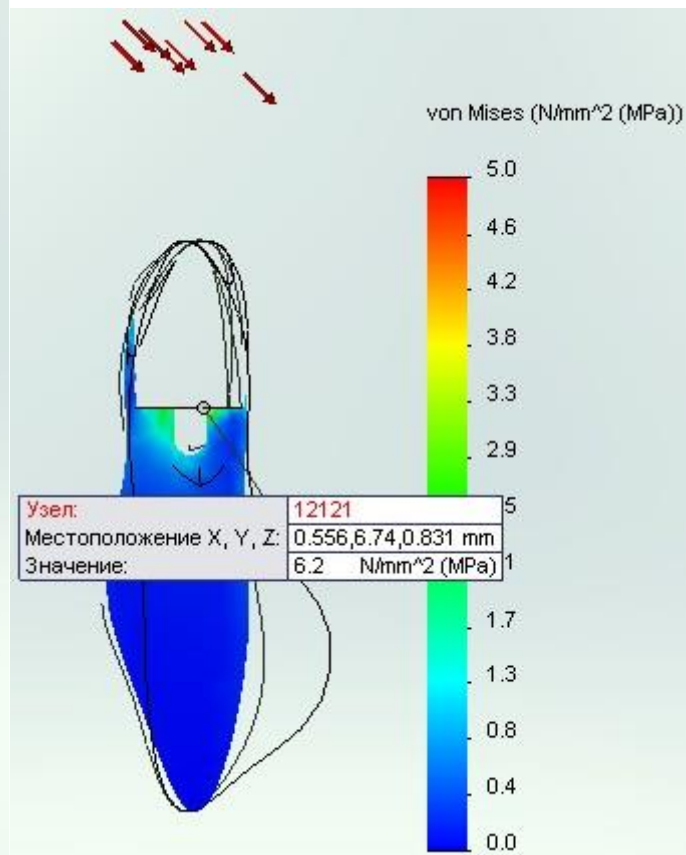
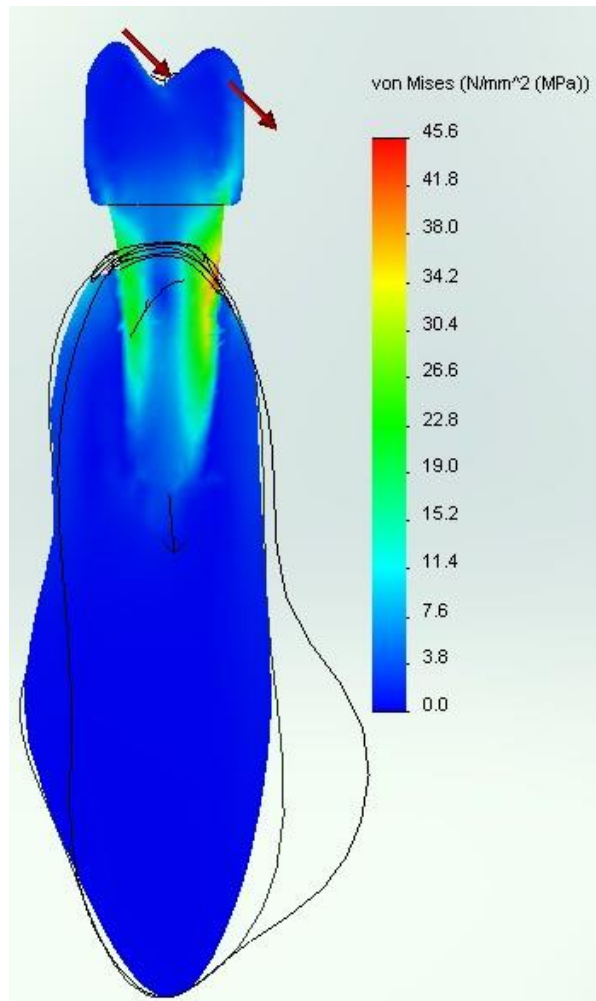


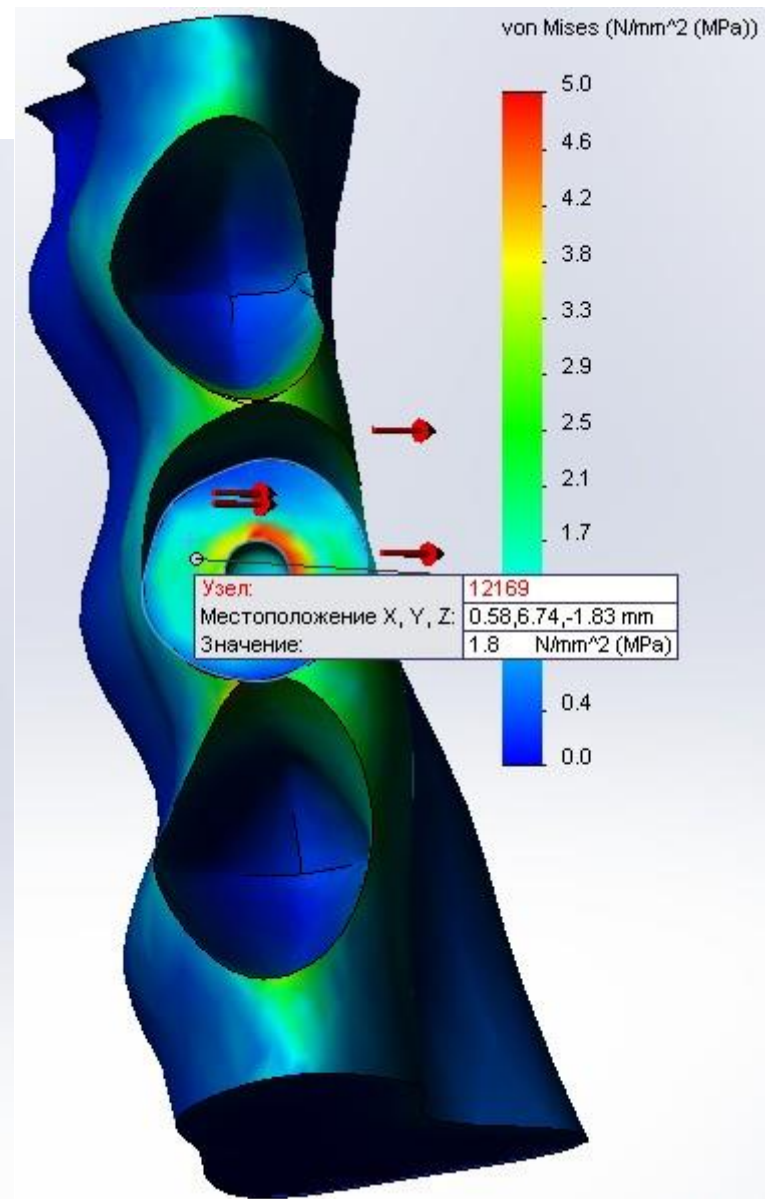
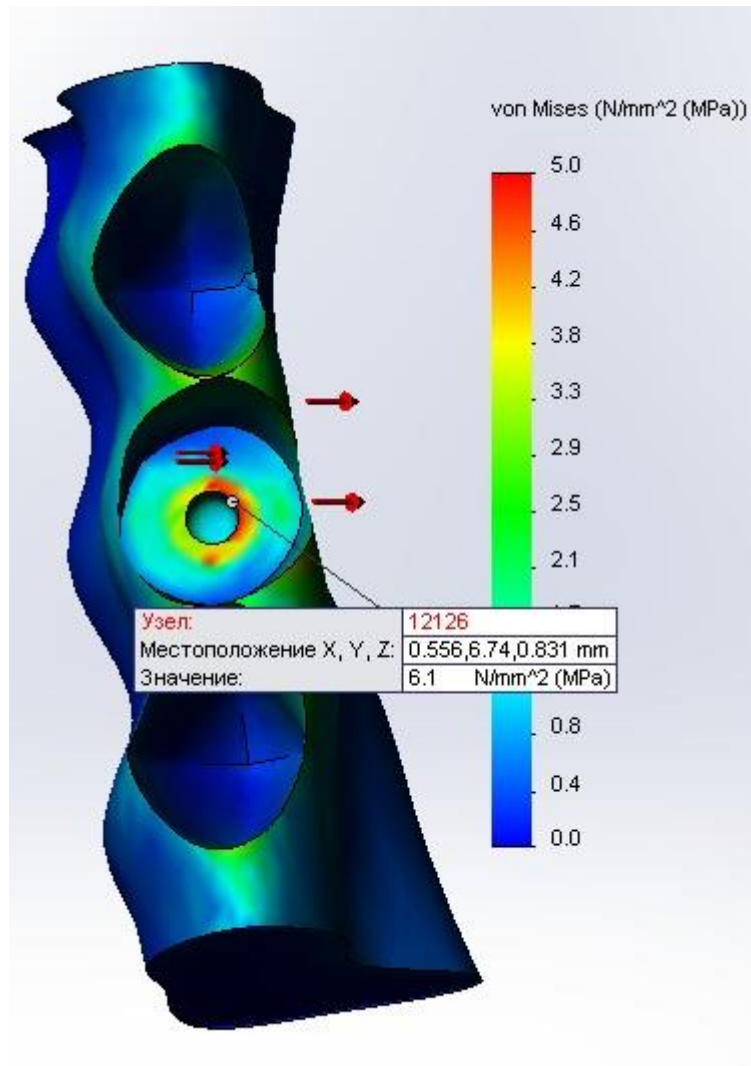






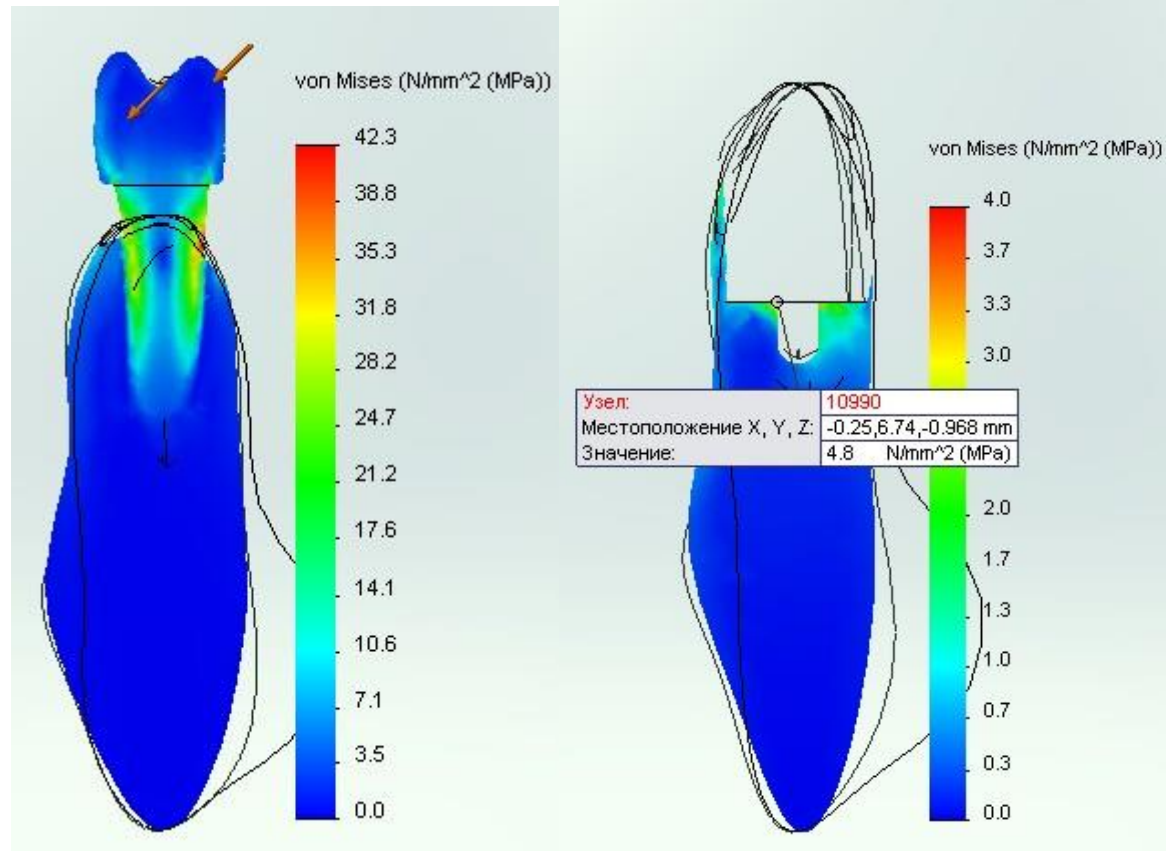
2

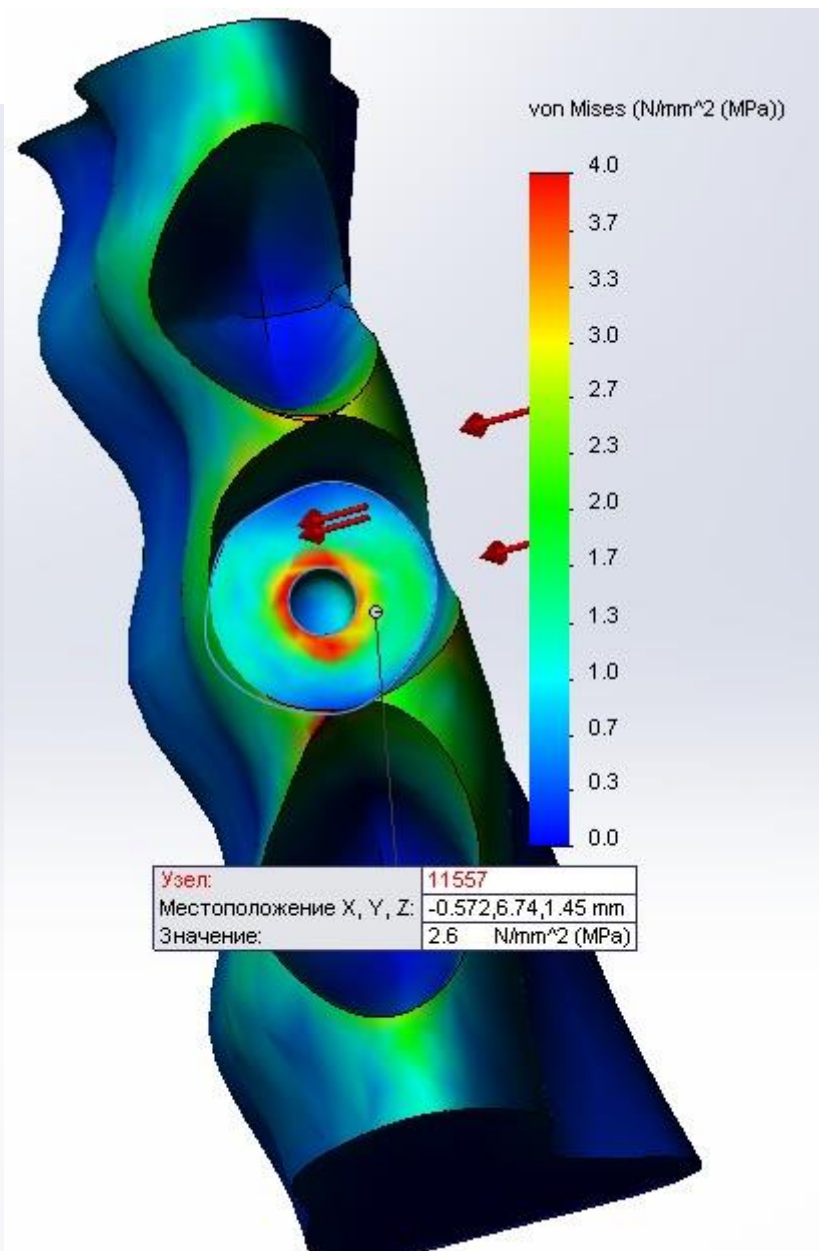
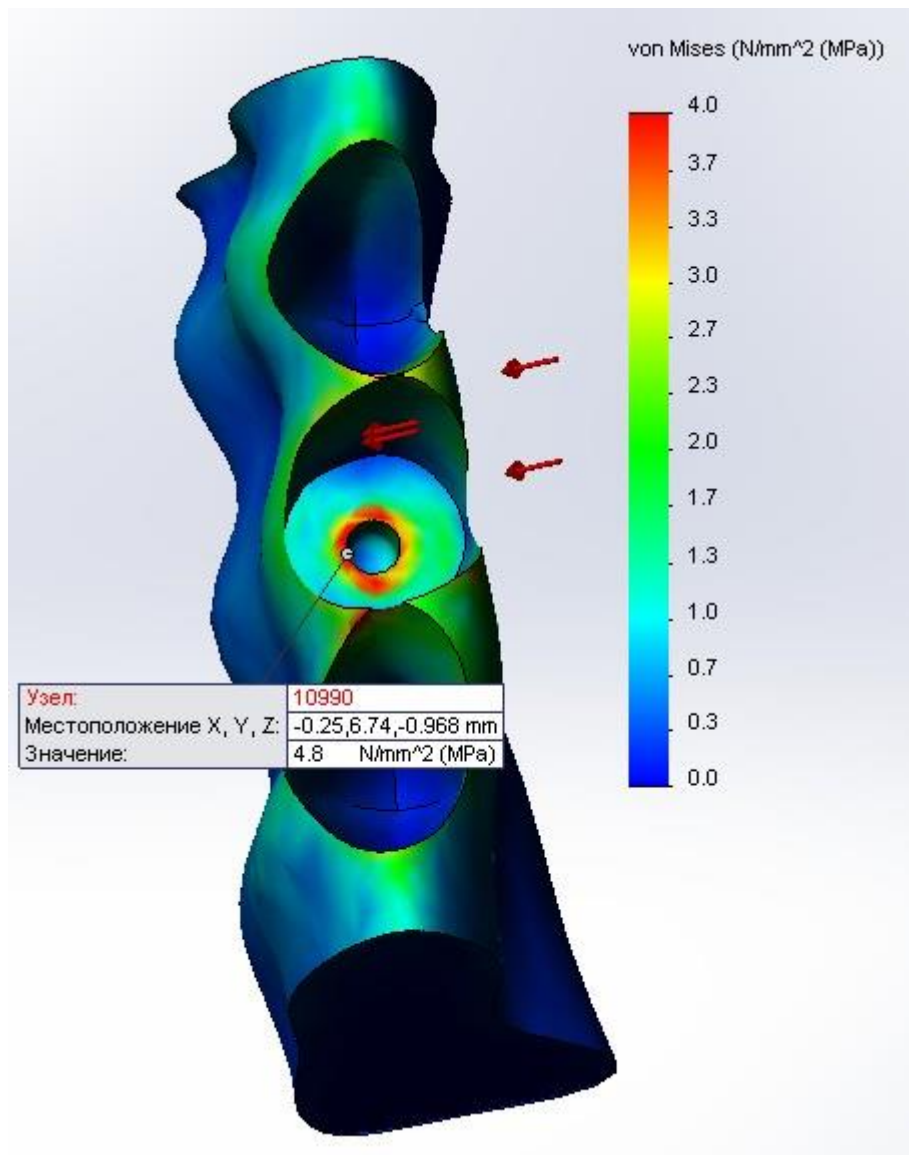




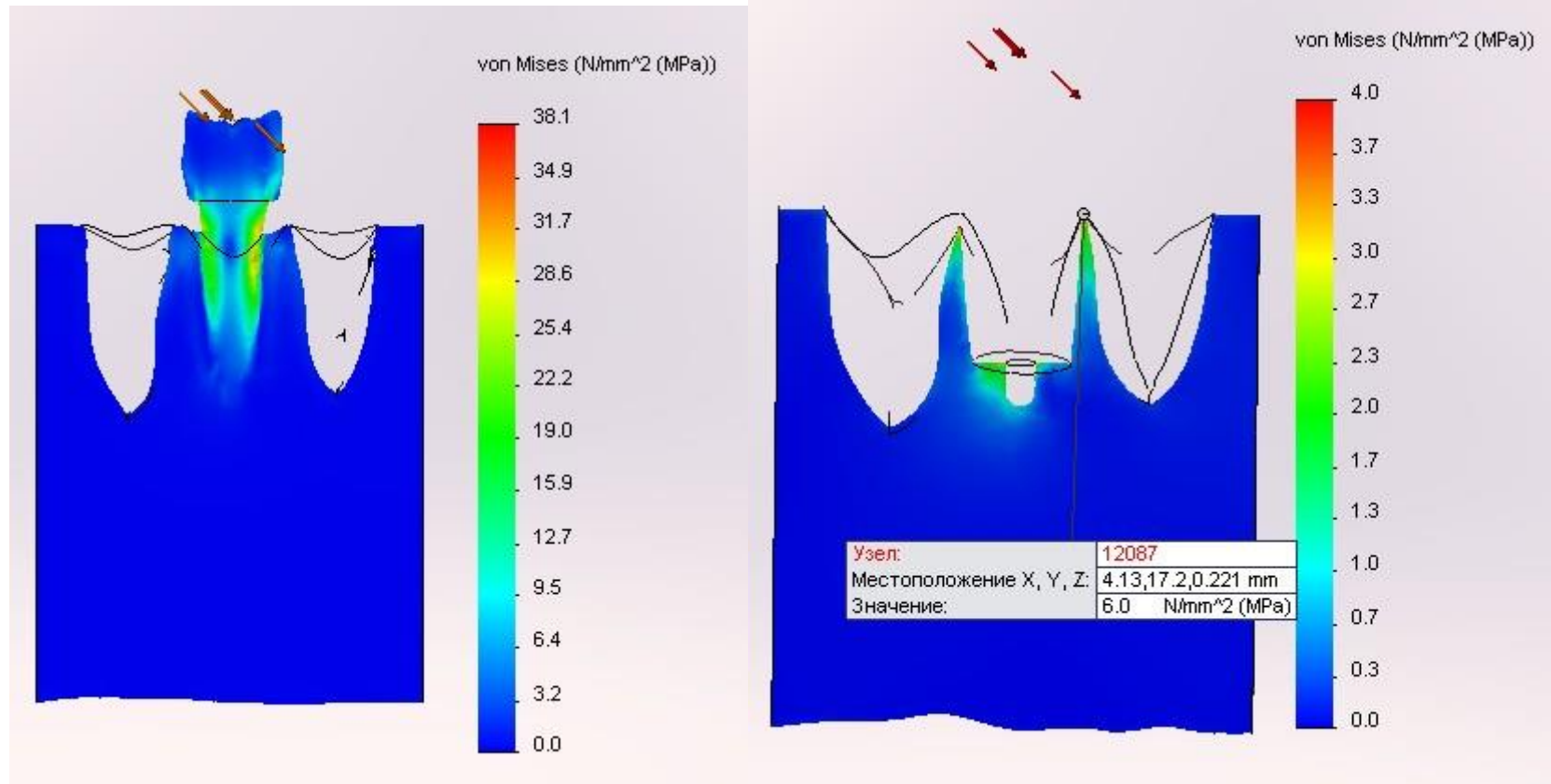


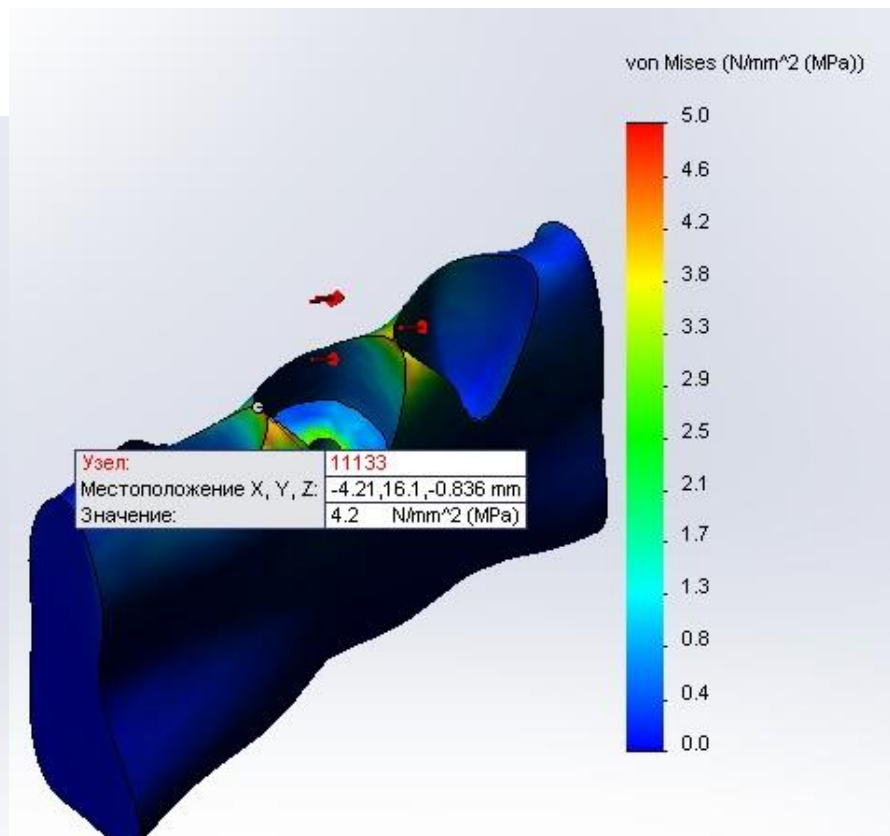
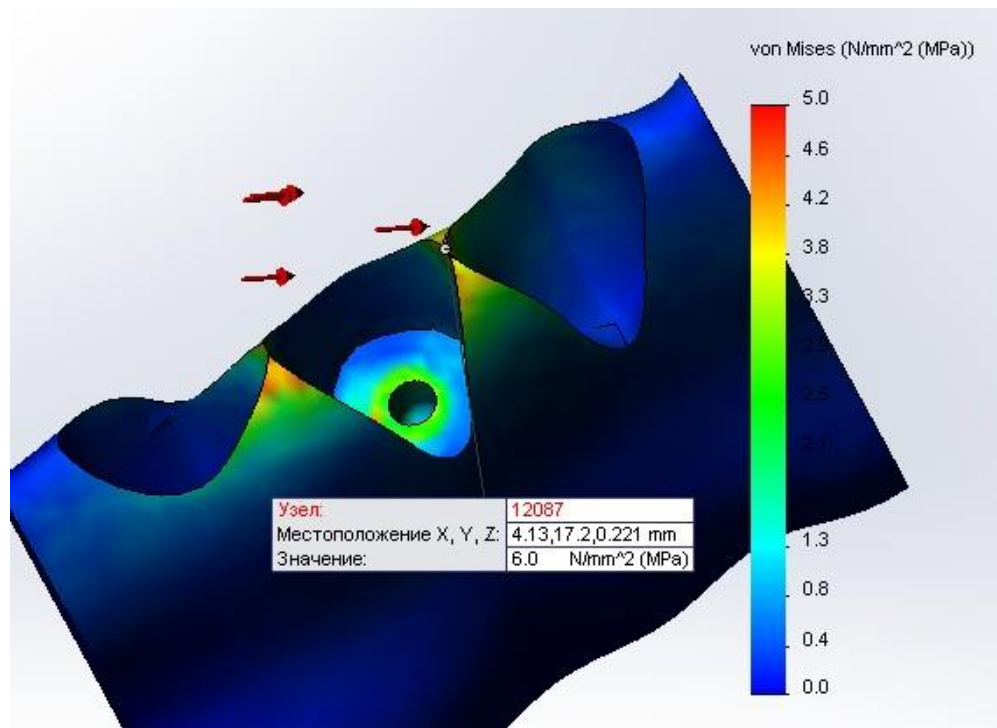
3



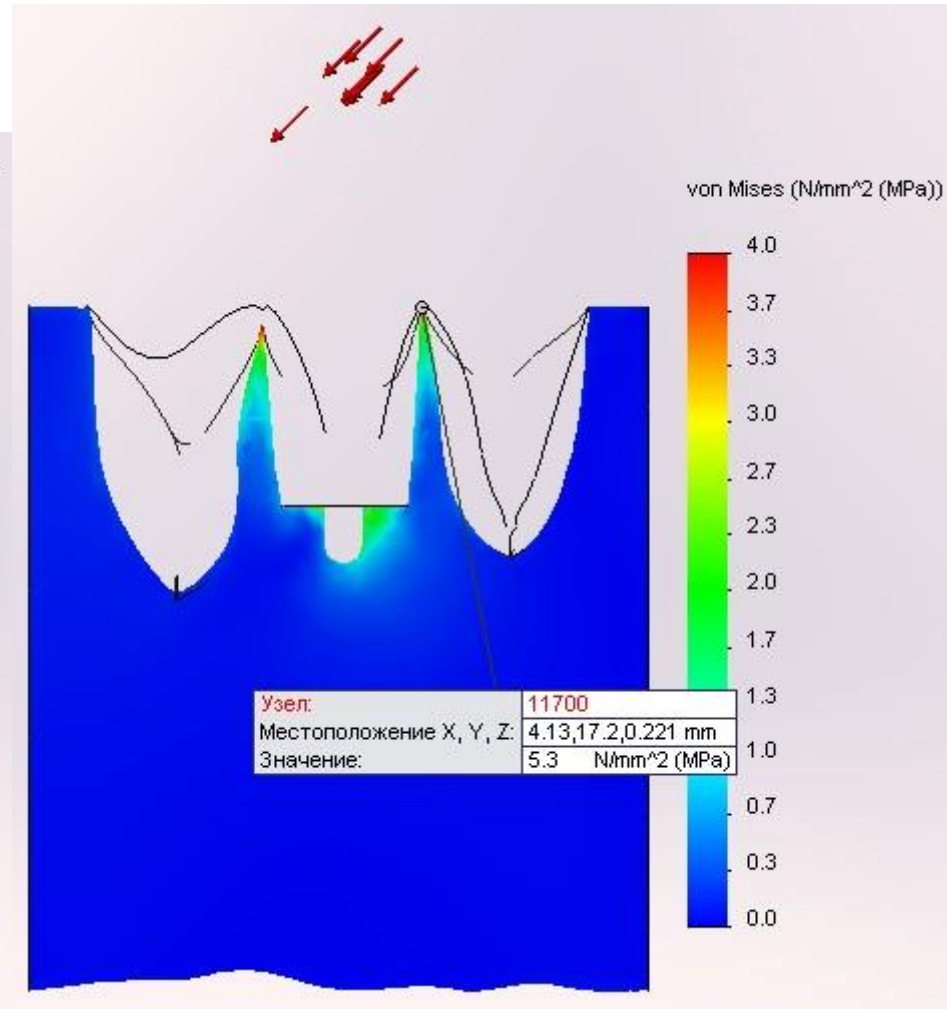
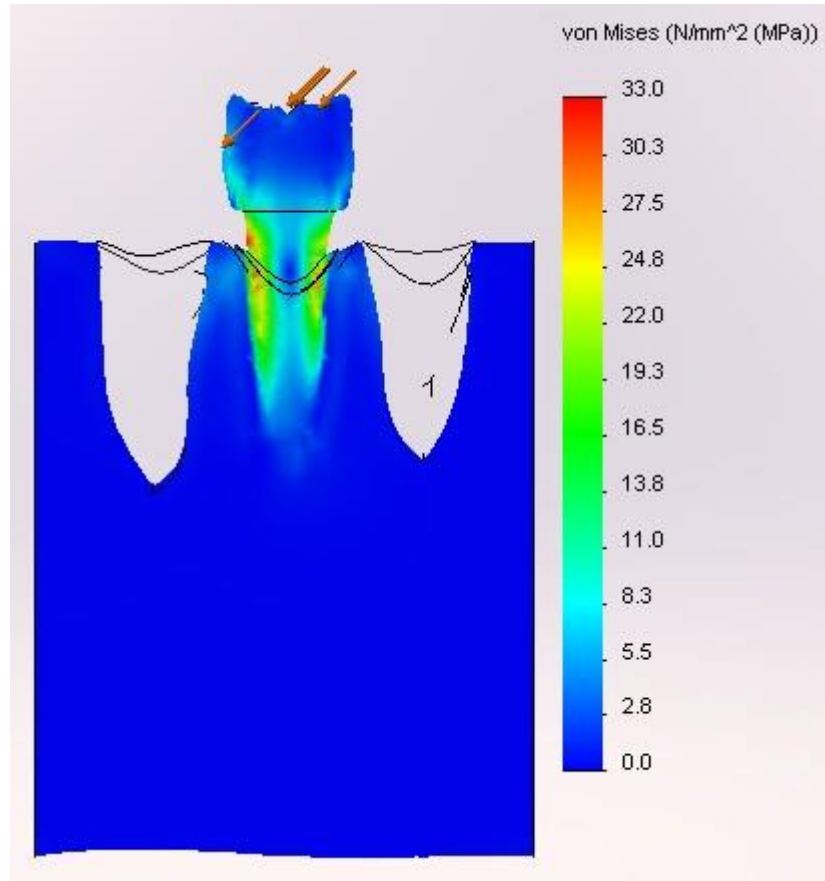


4

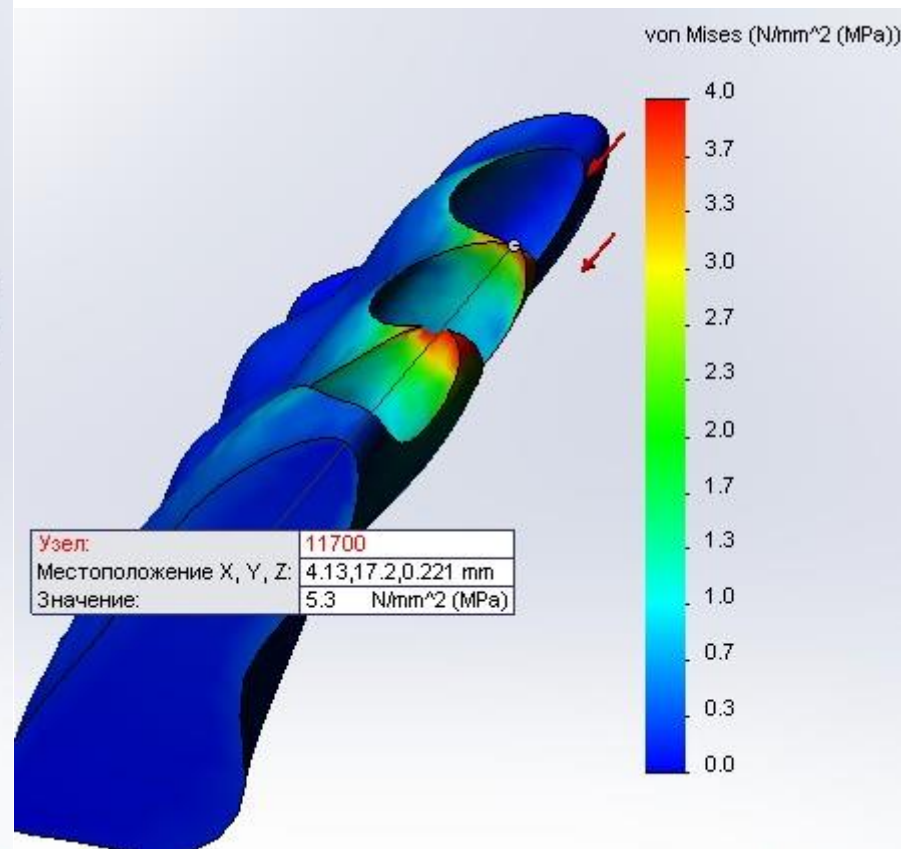
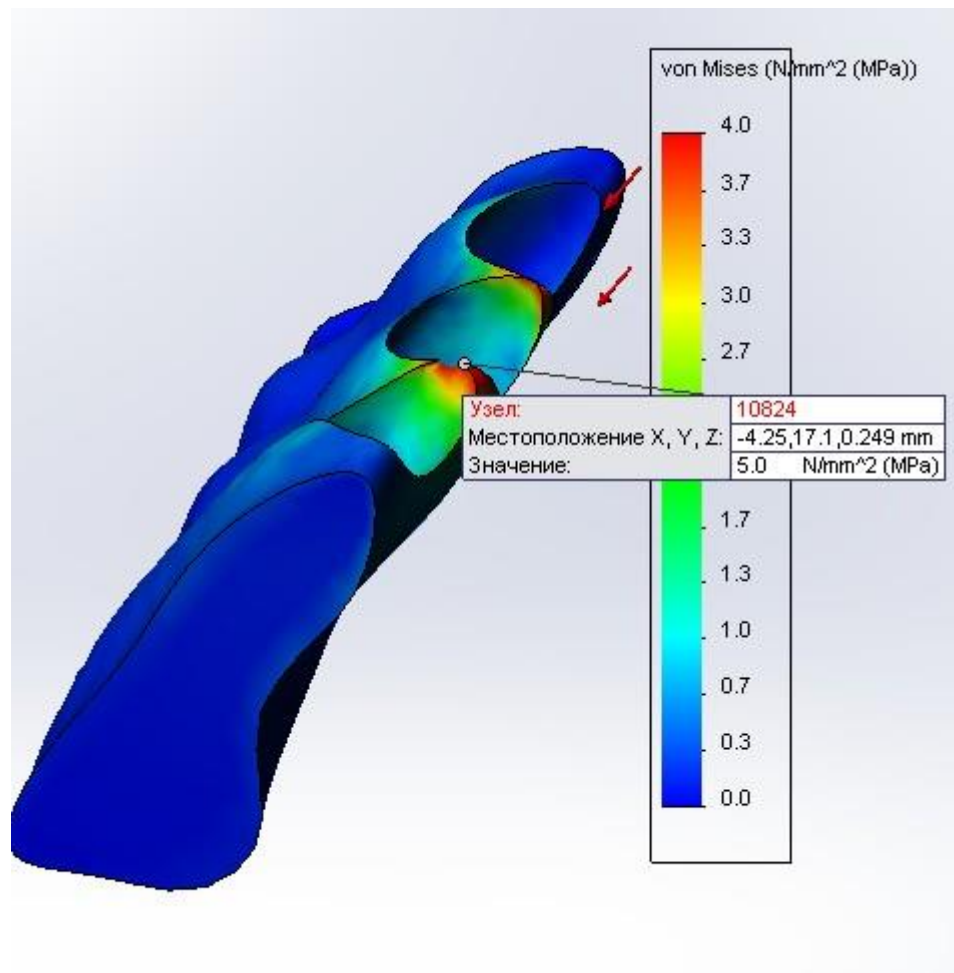




5

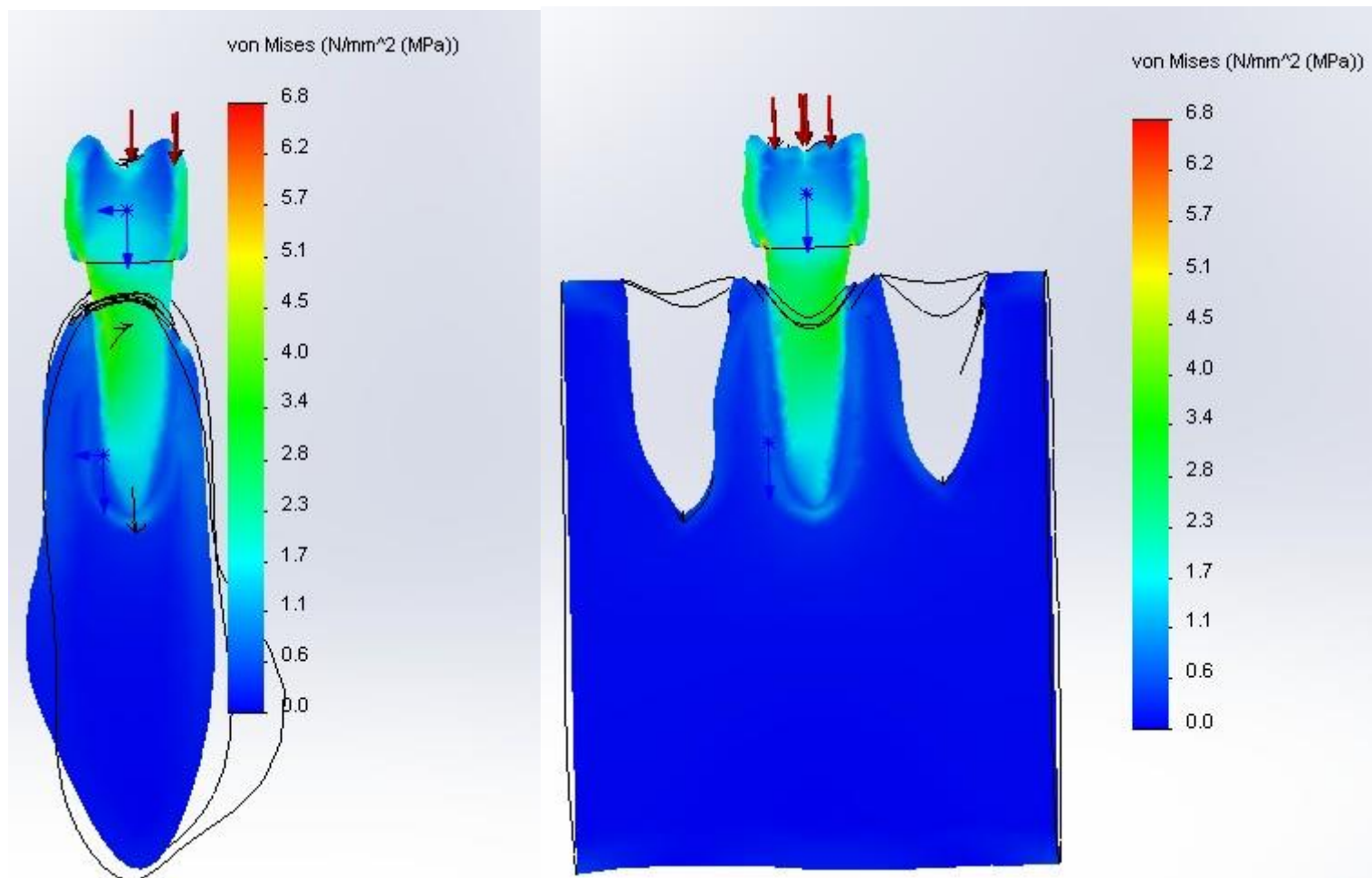


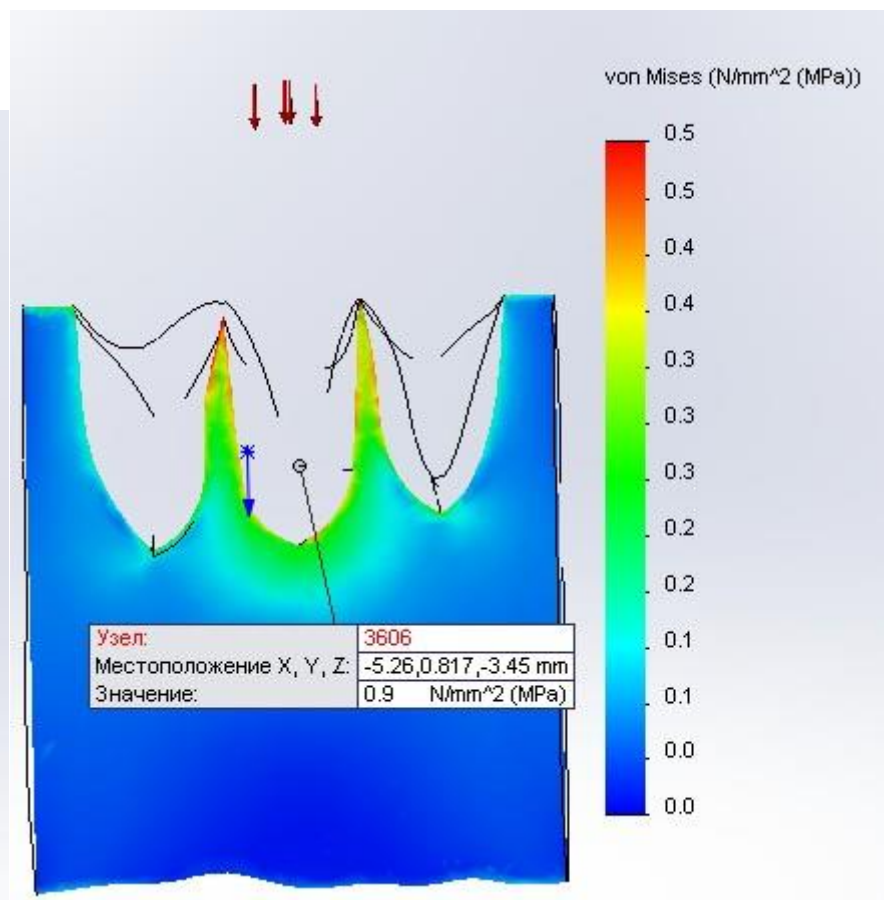
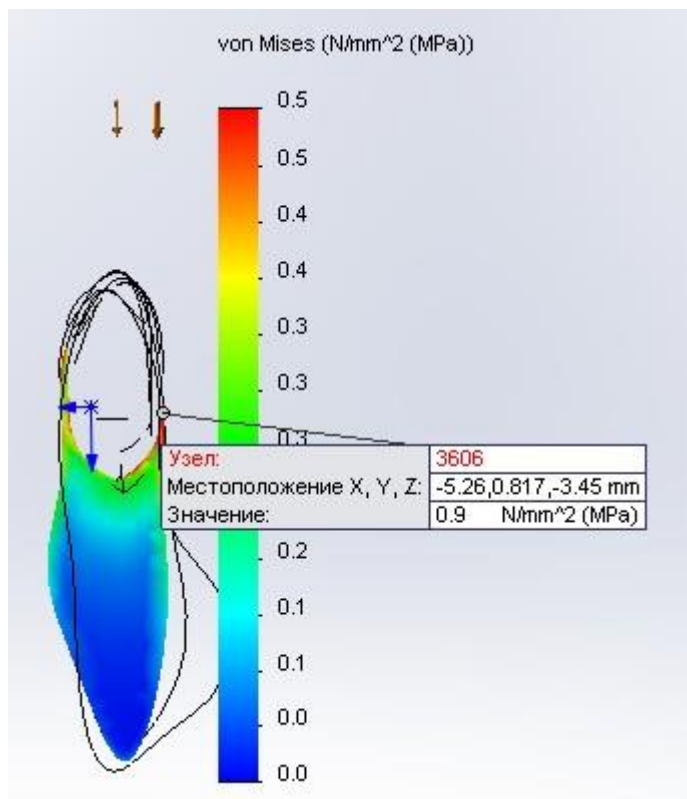




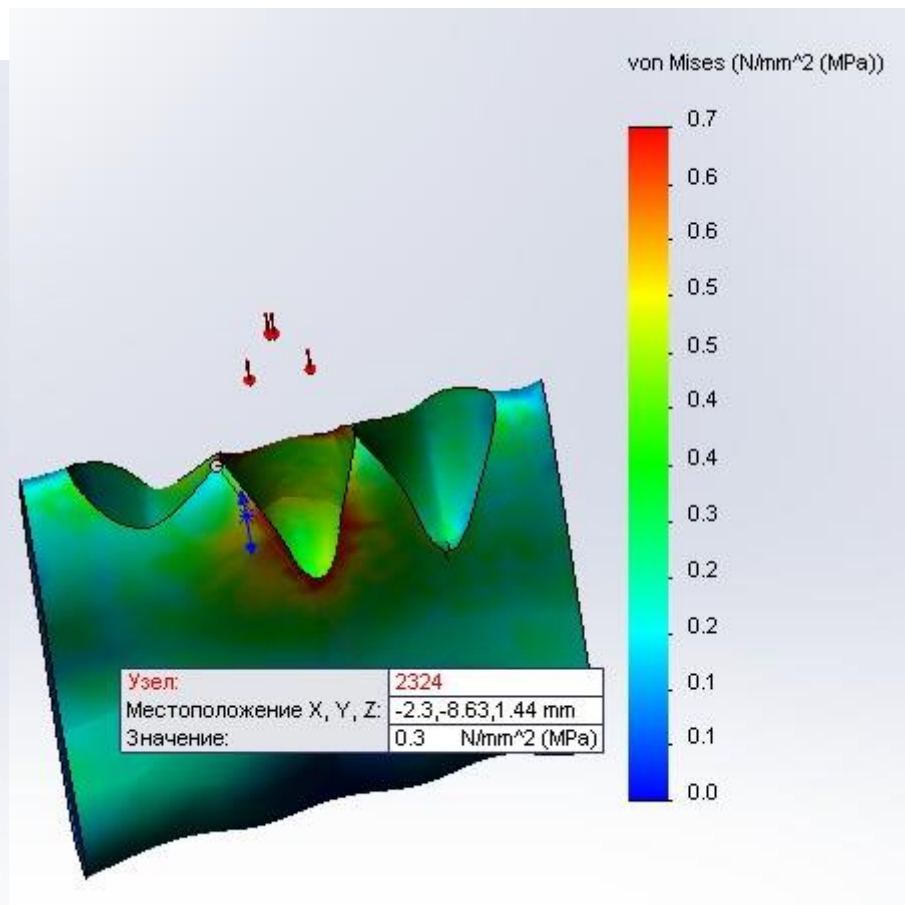
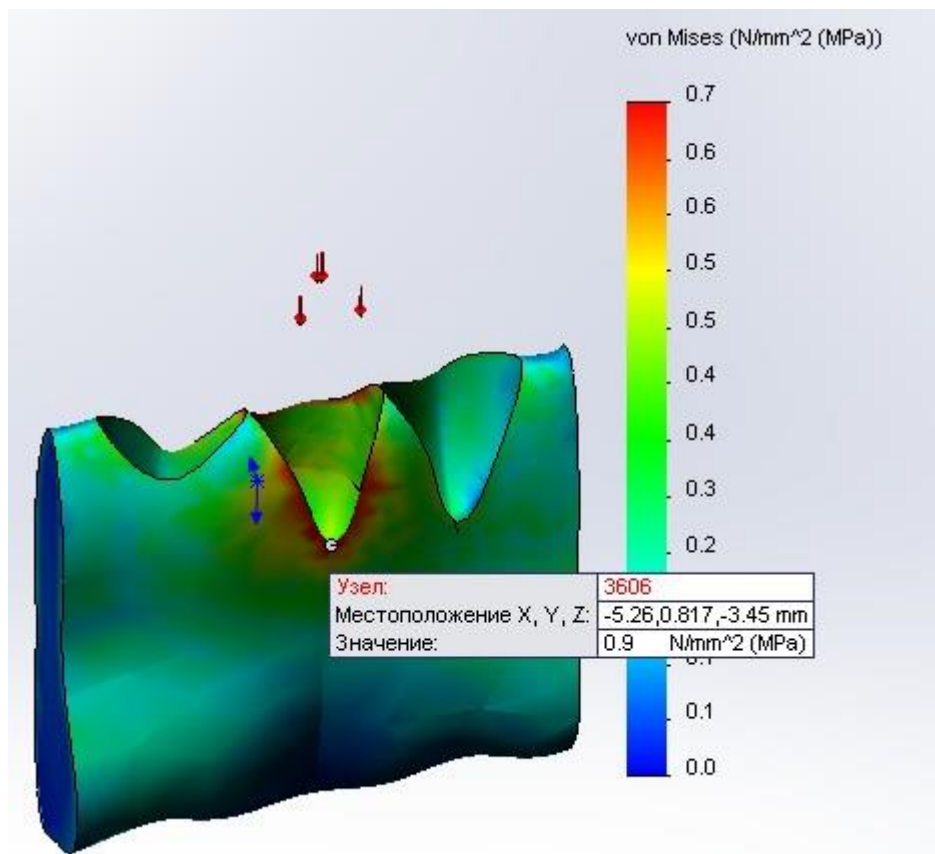
ГК 0.7 Без резекции.

1

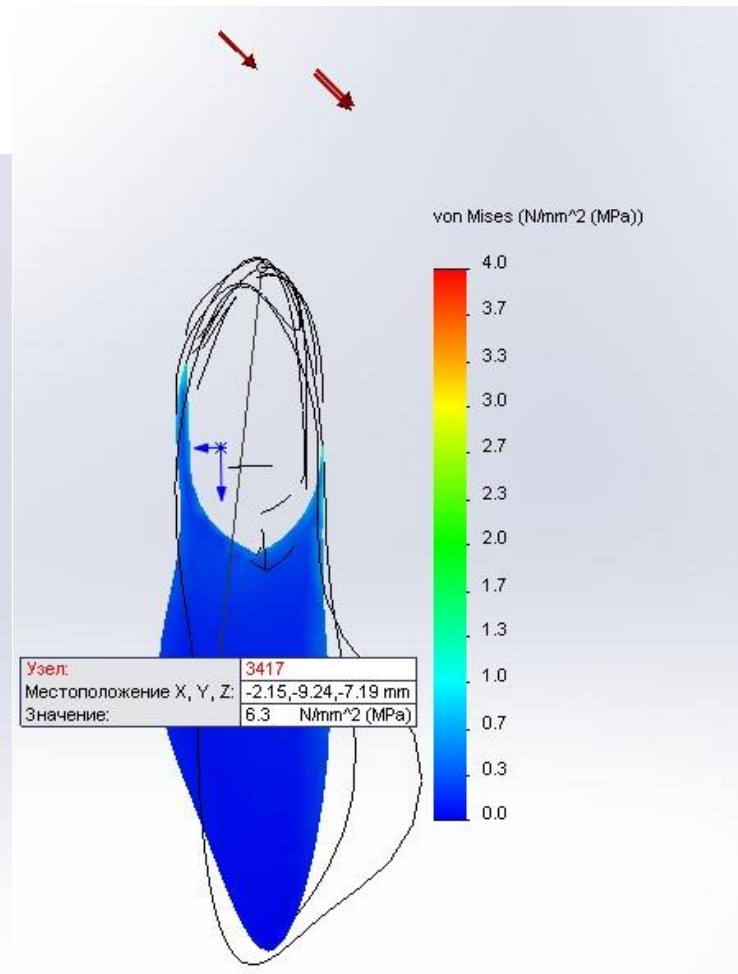
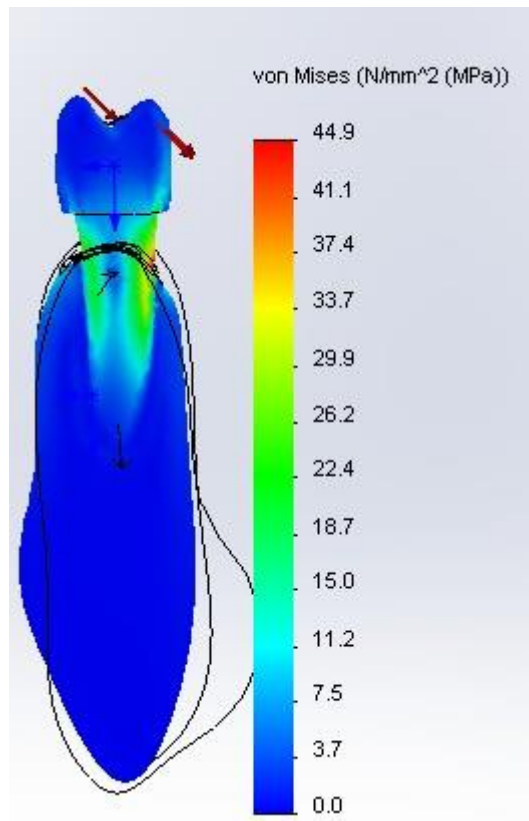


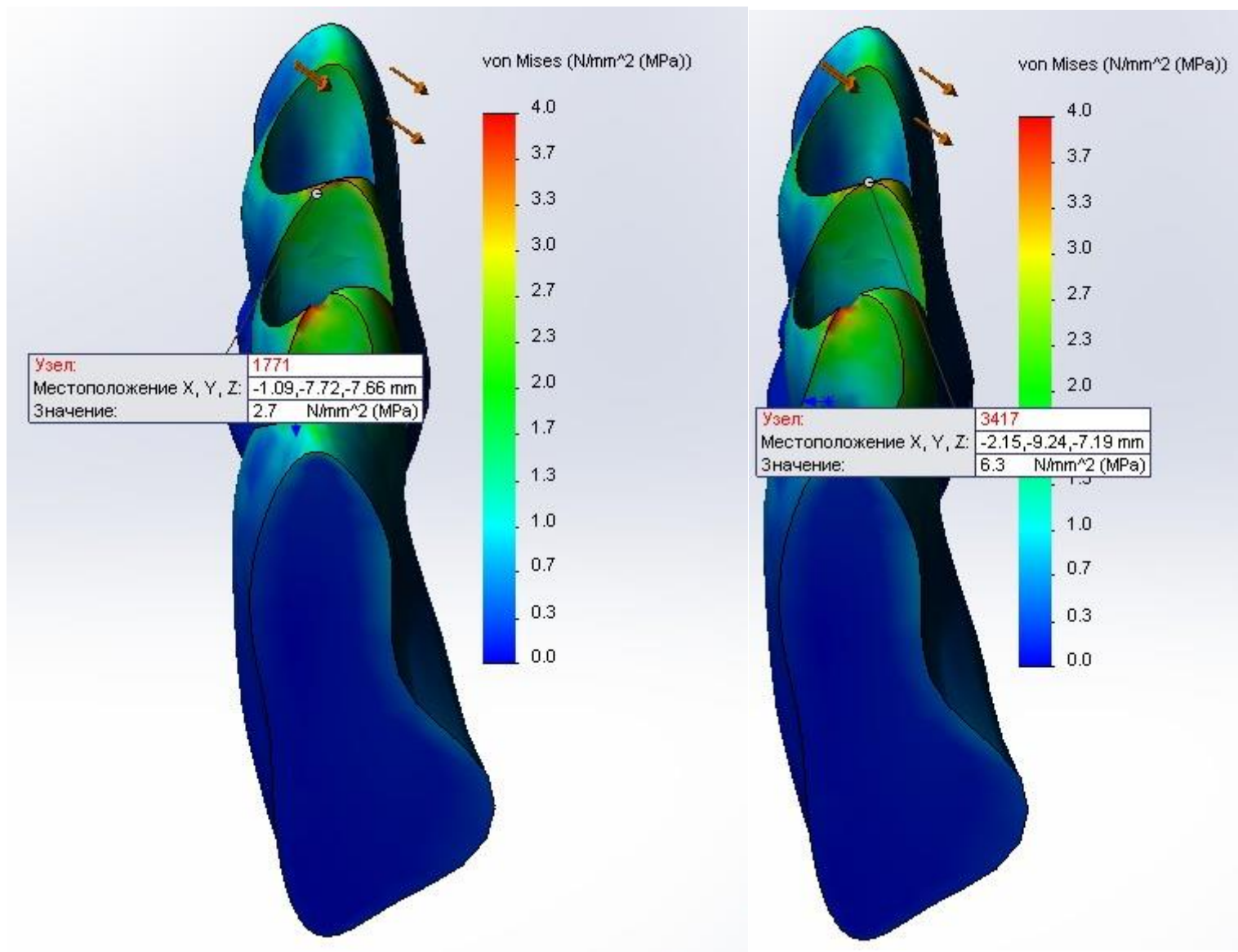




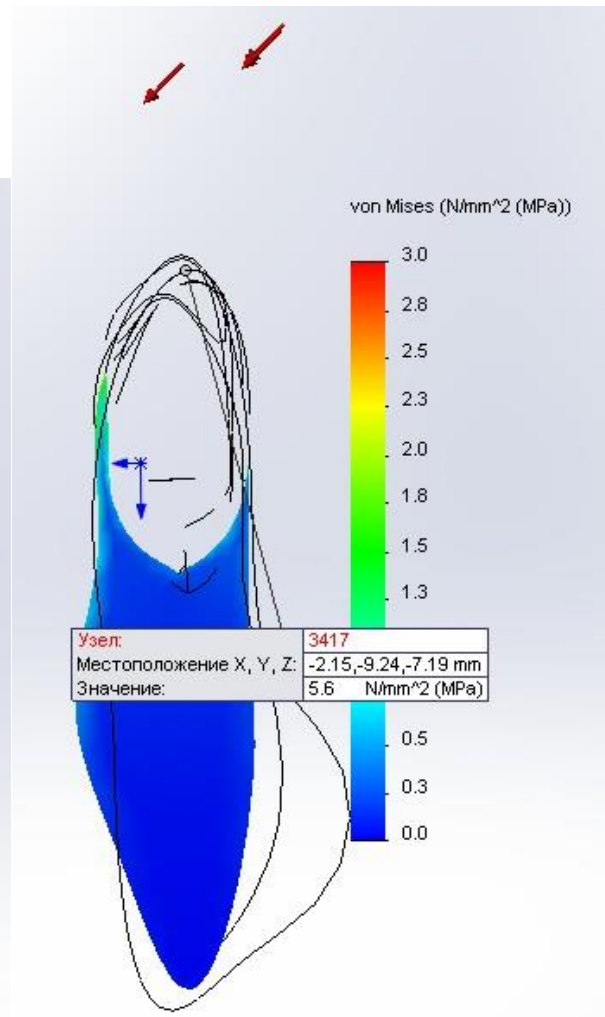
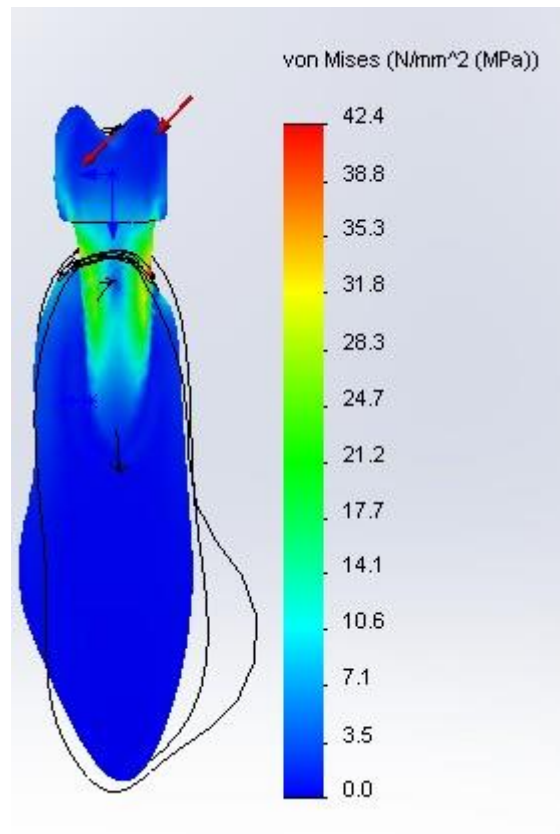


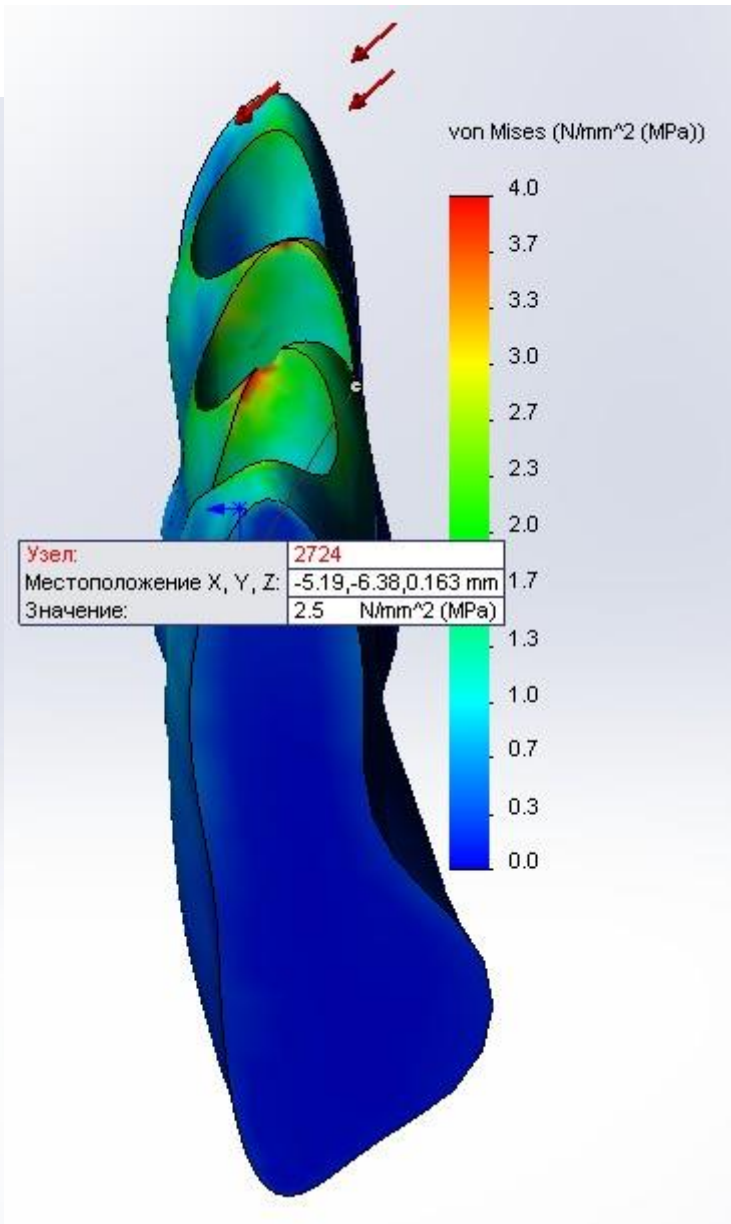
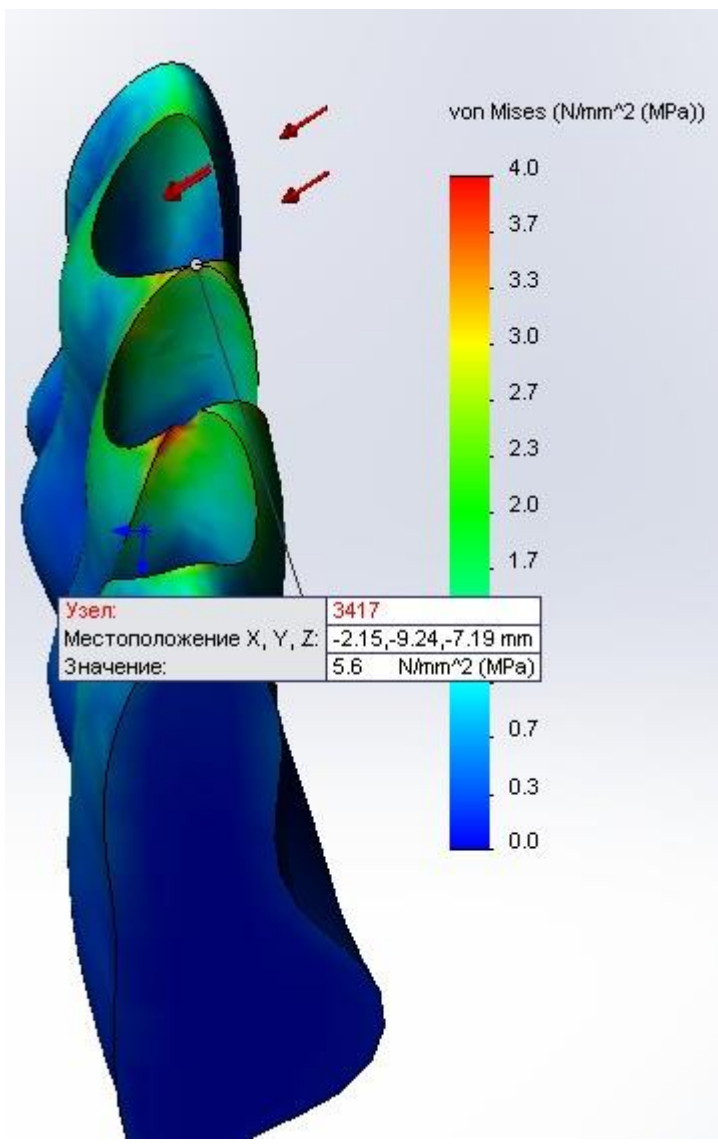
2

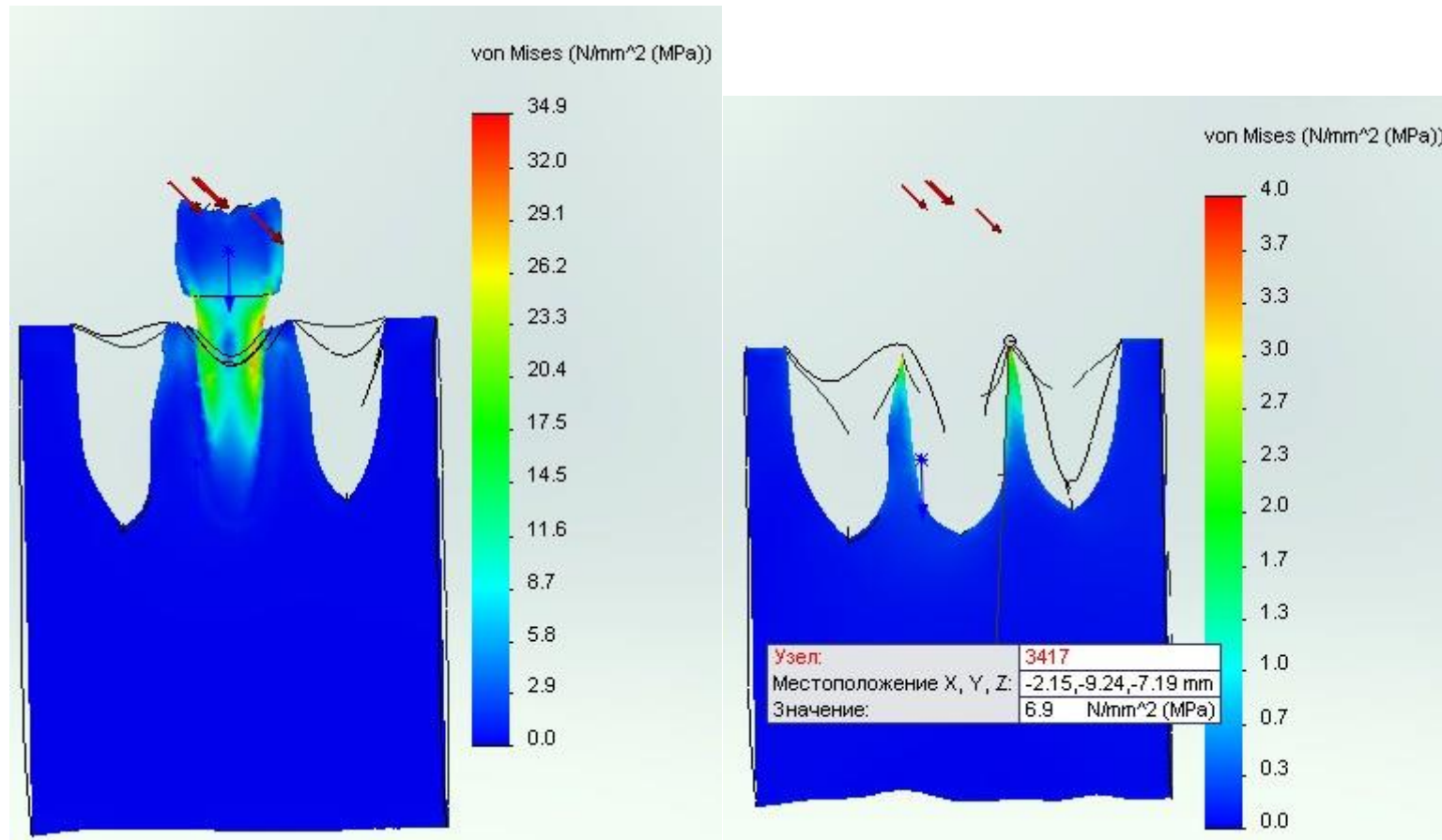




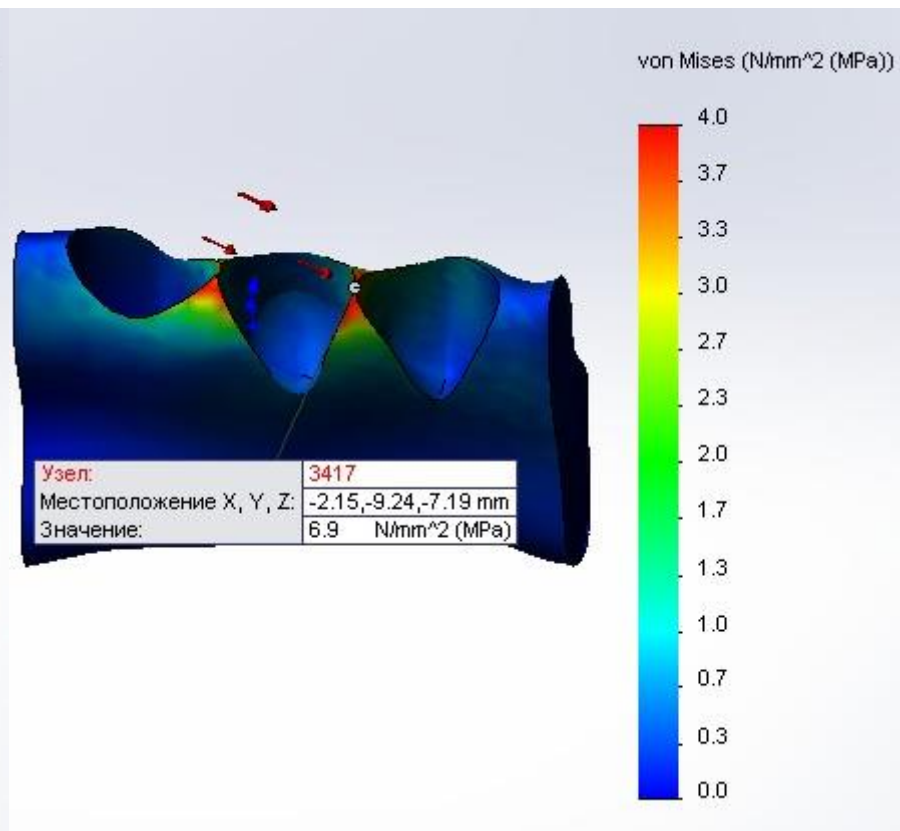
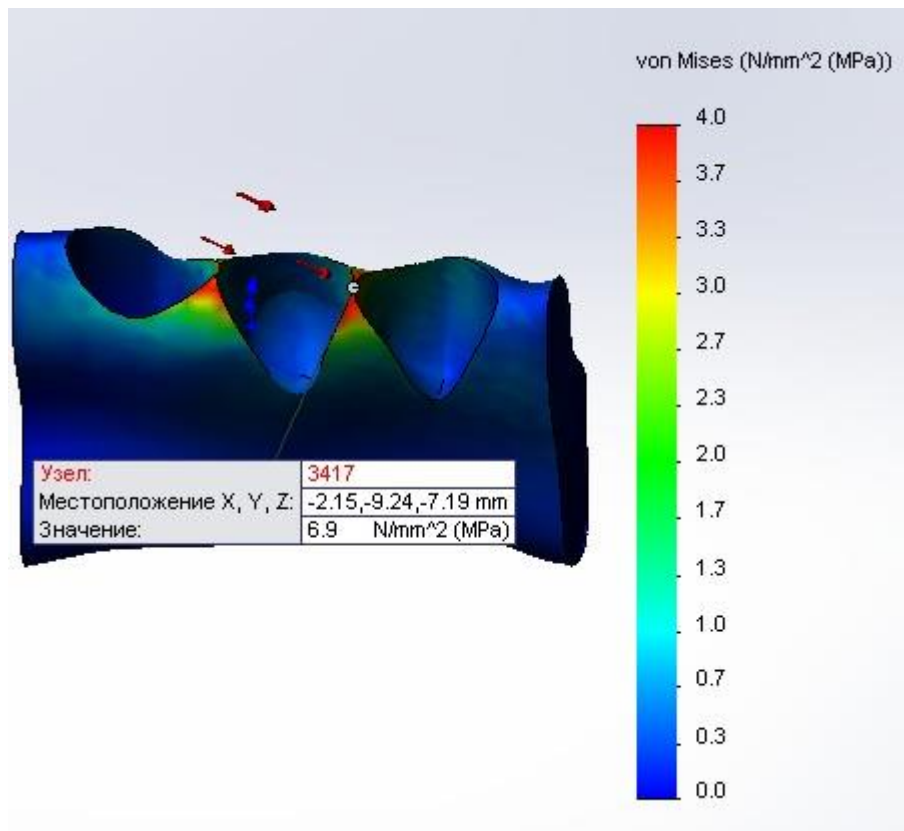
3



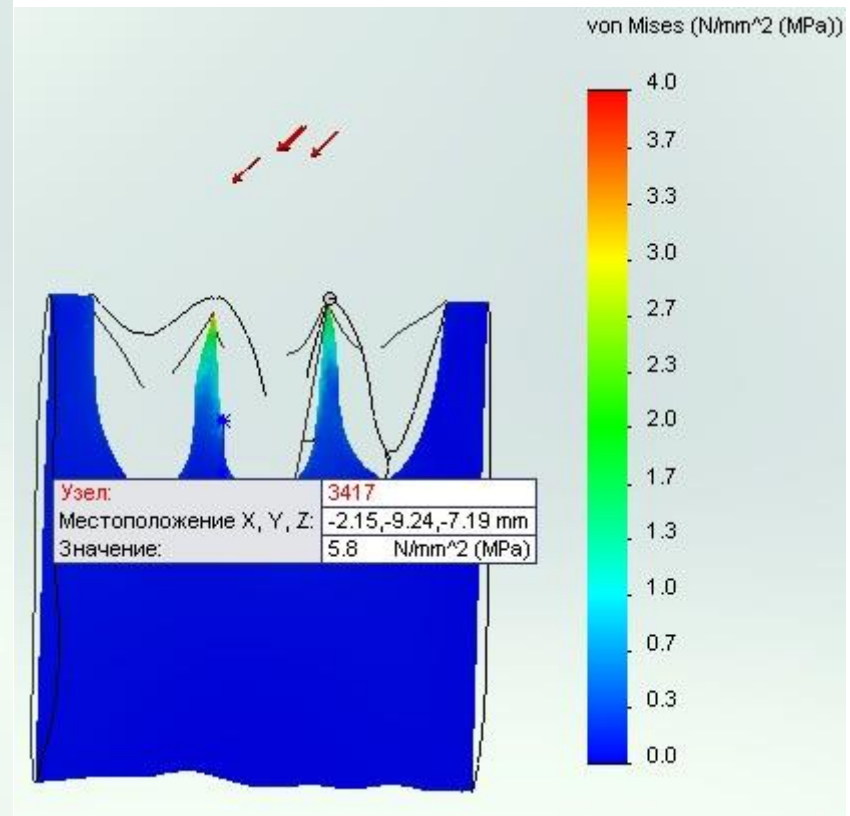
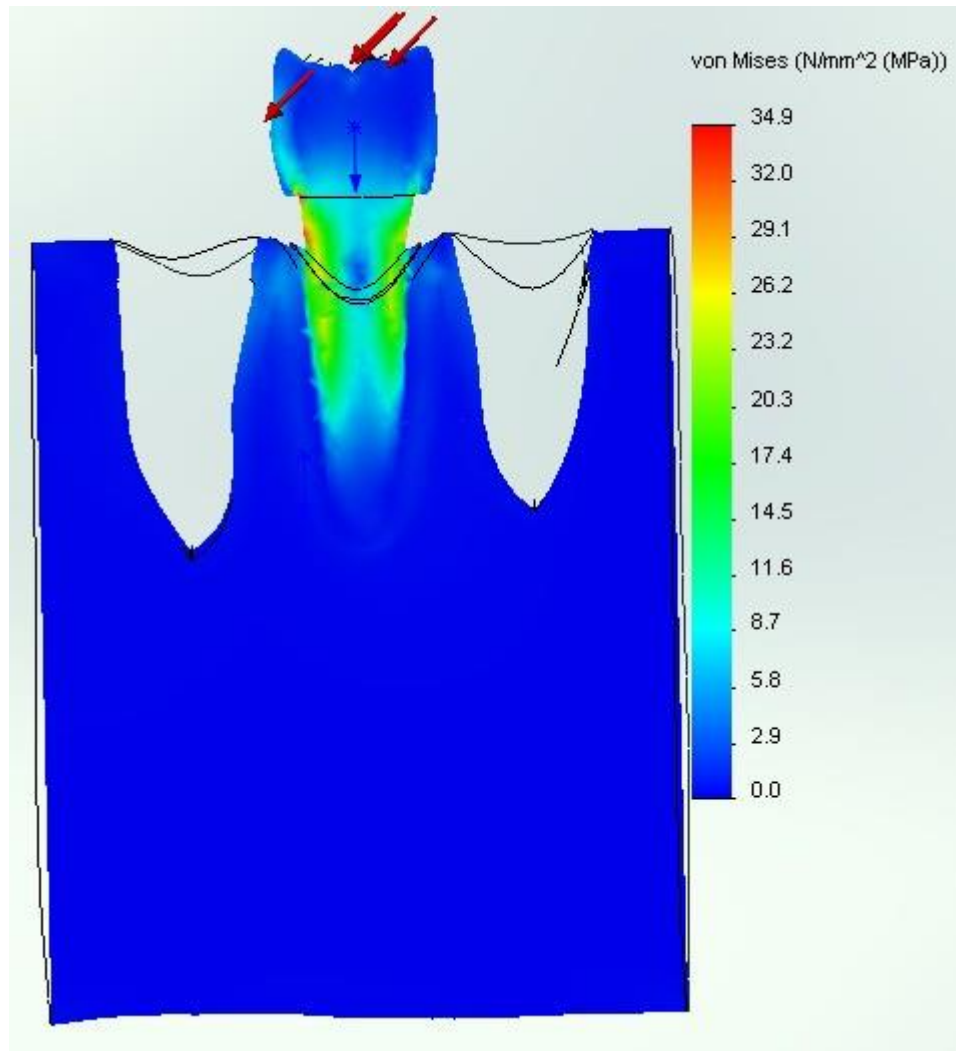


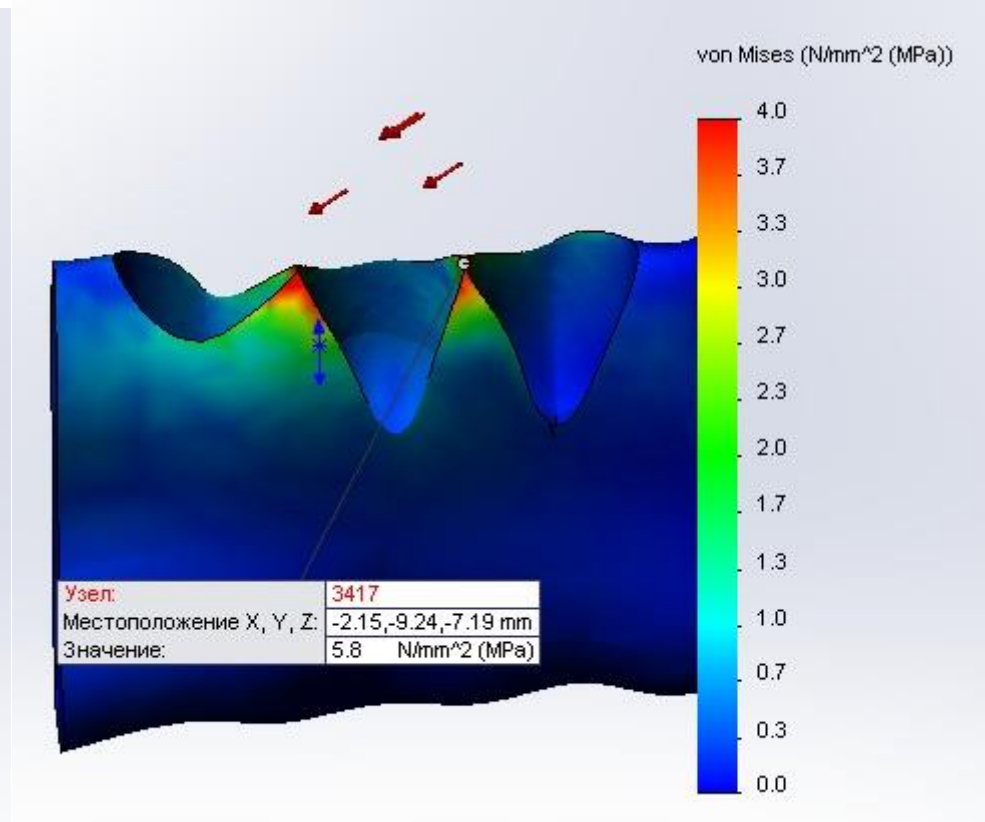
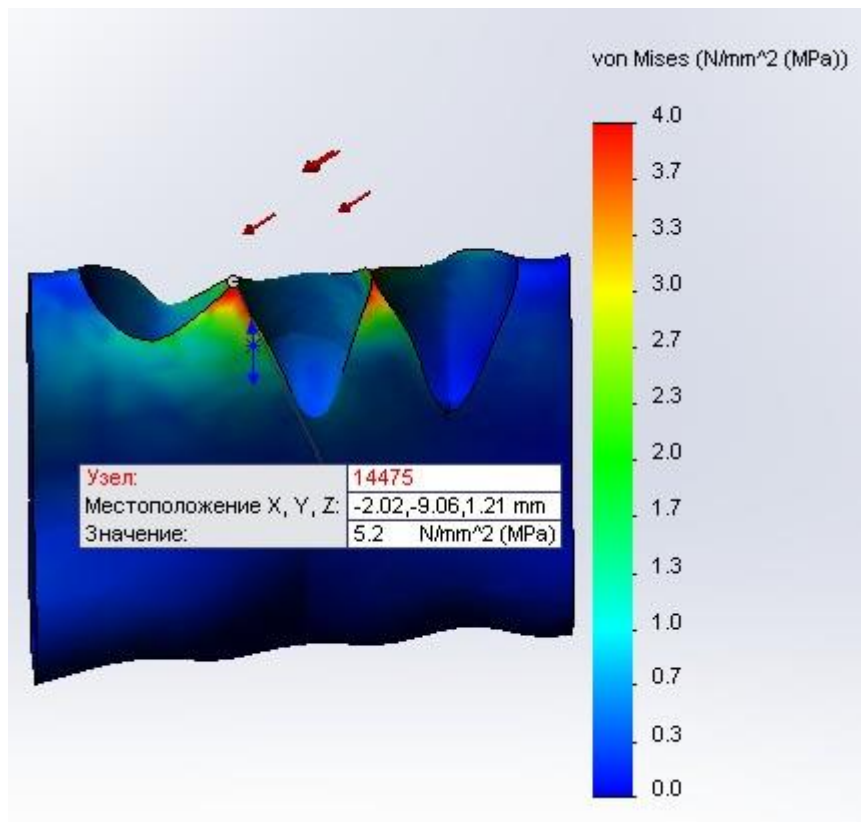






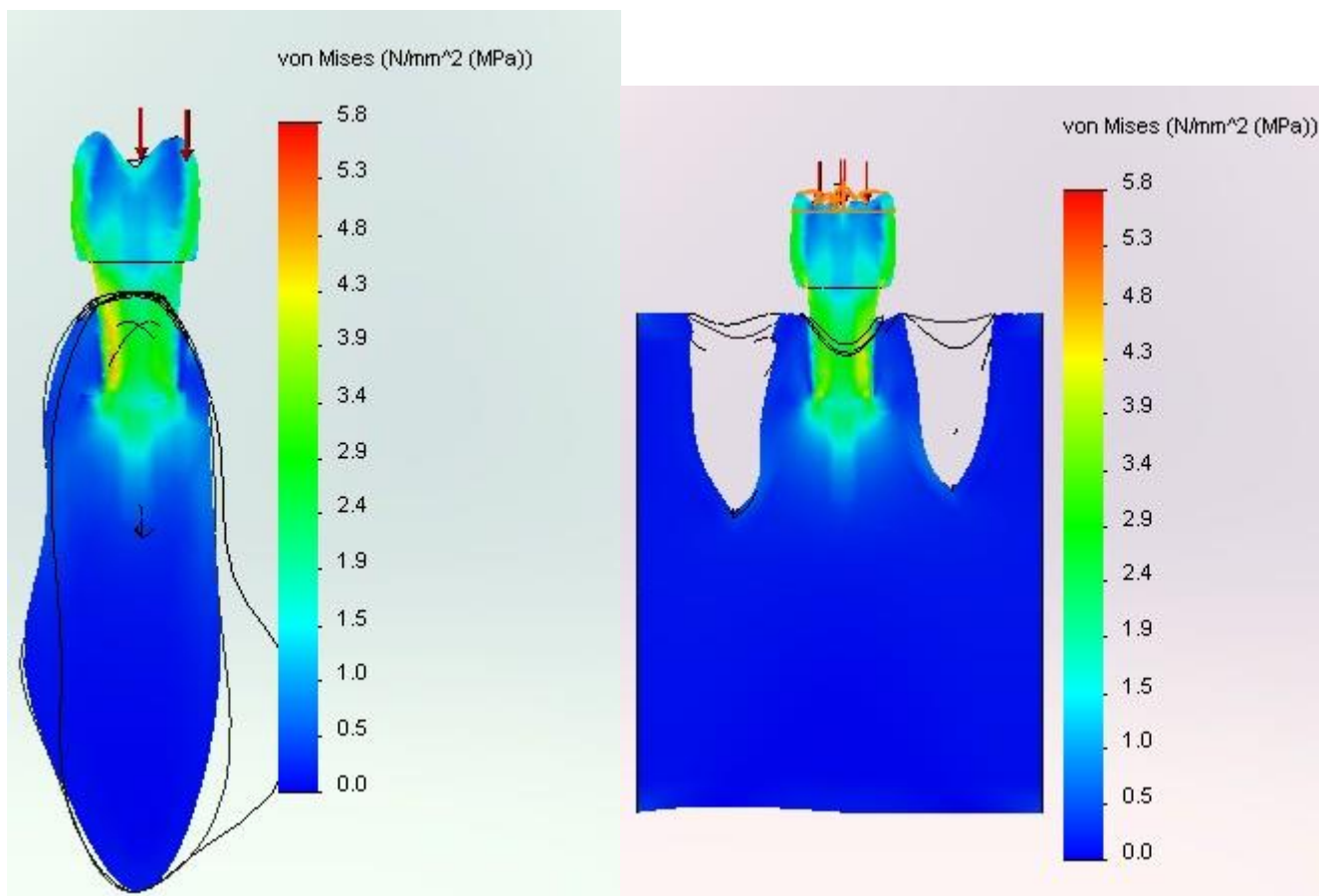


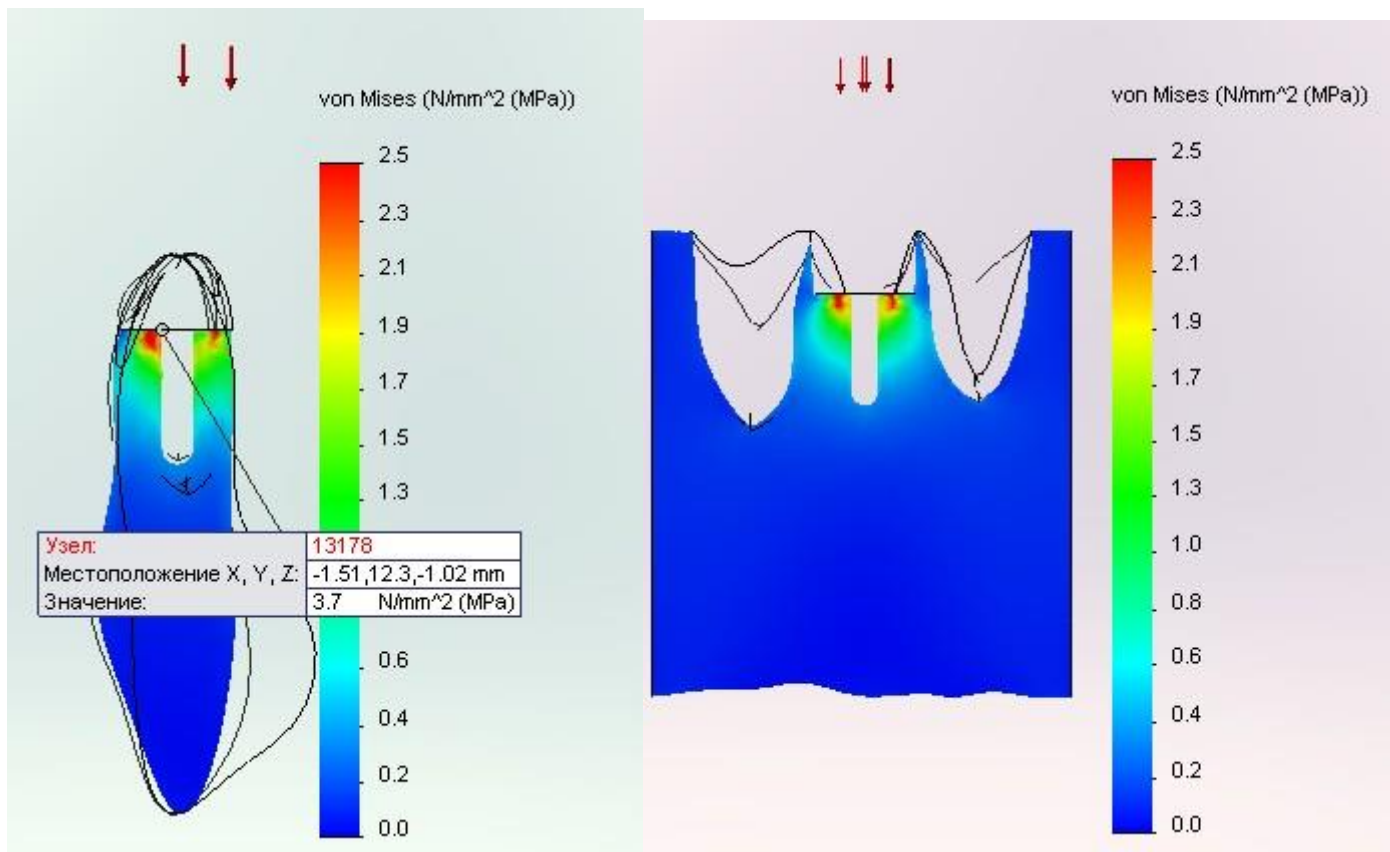


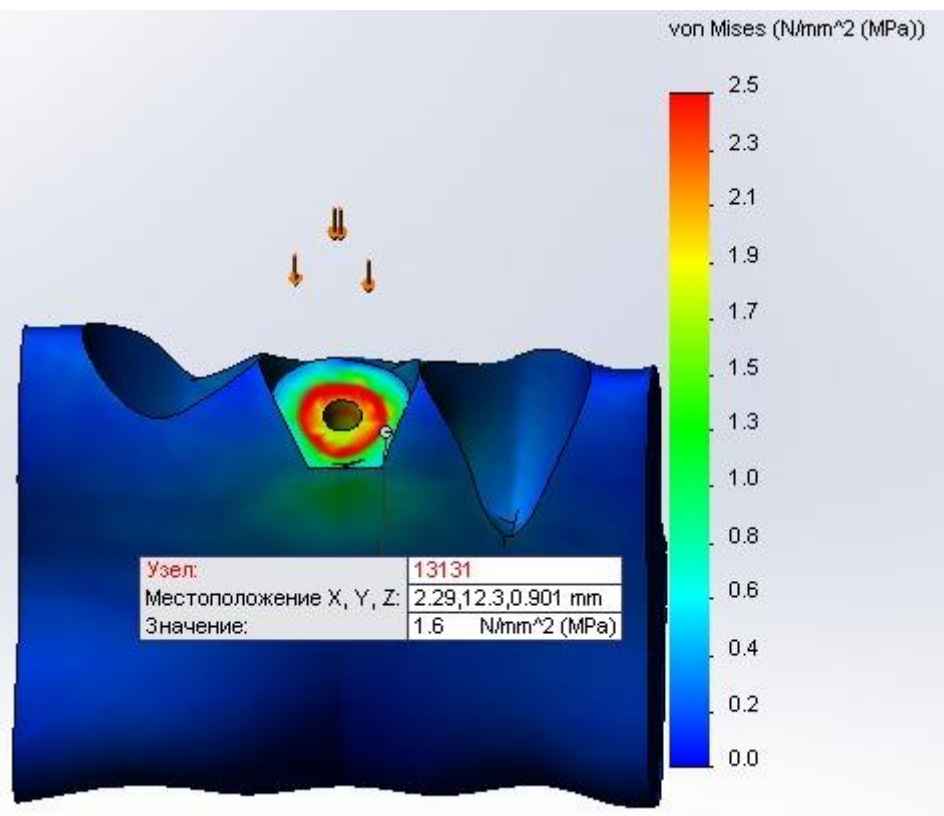
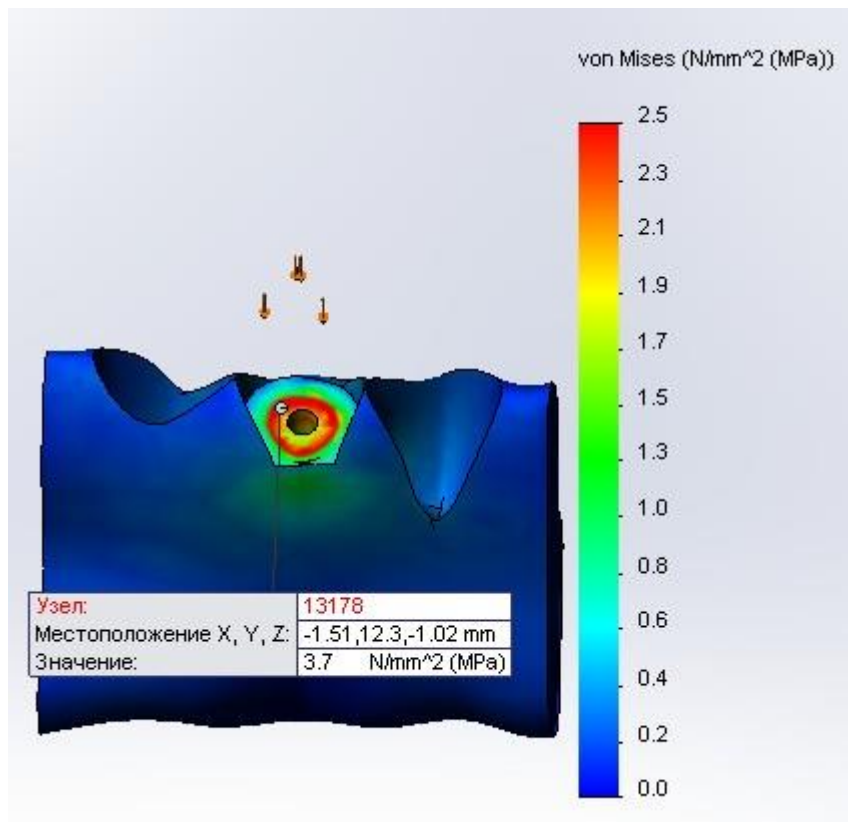


ГК 1 III-я степень резекции.

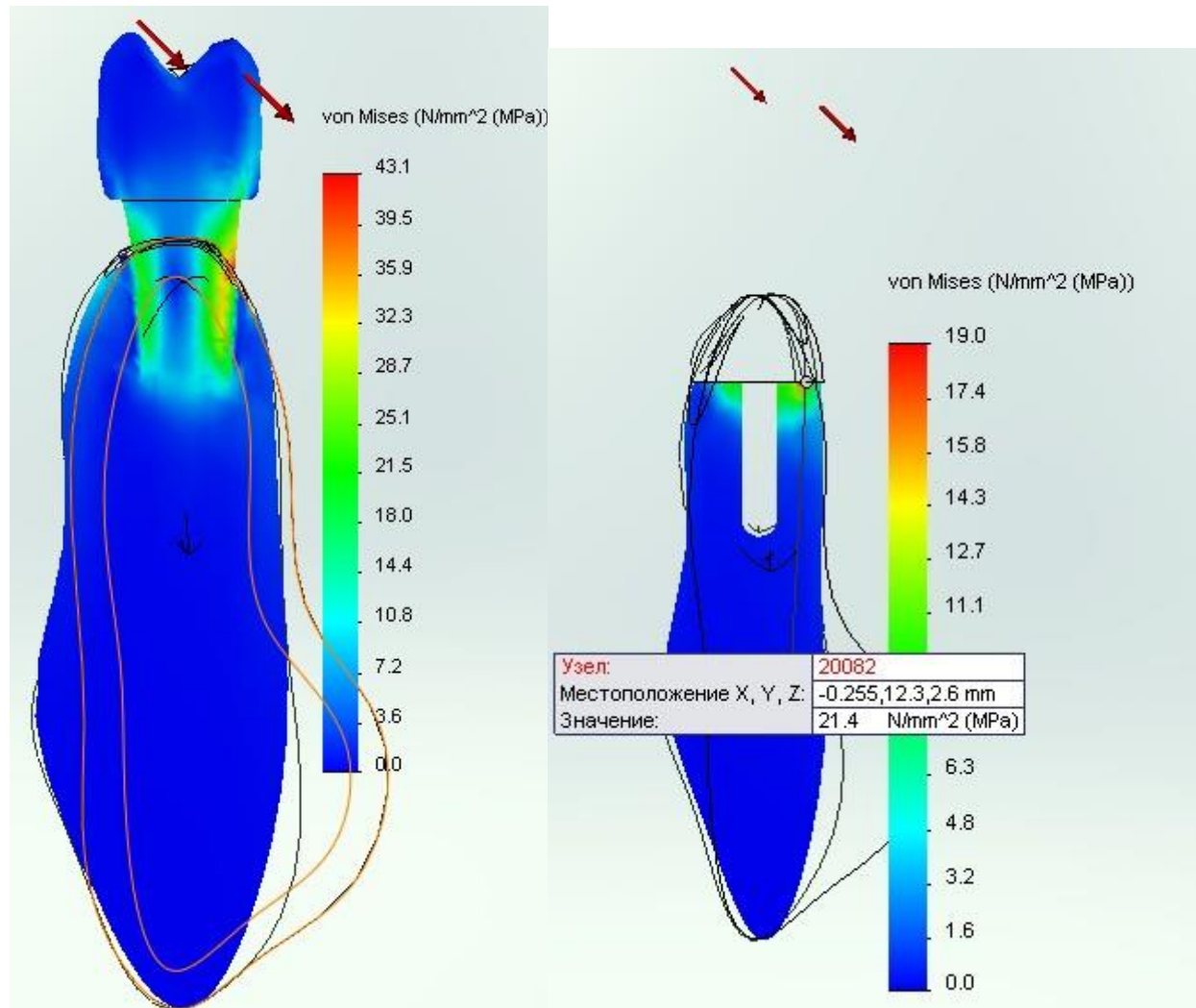
1



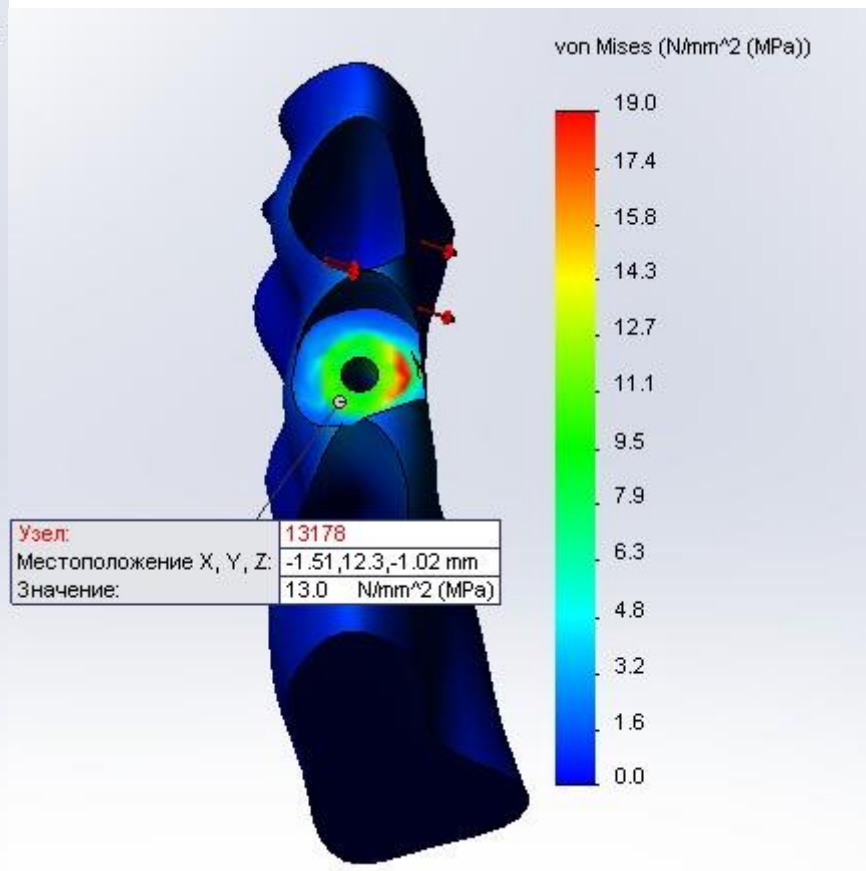
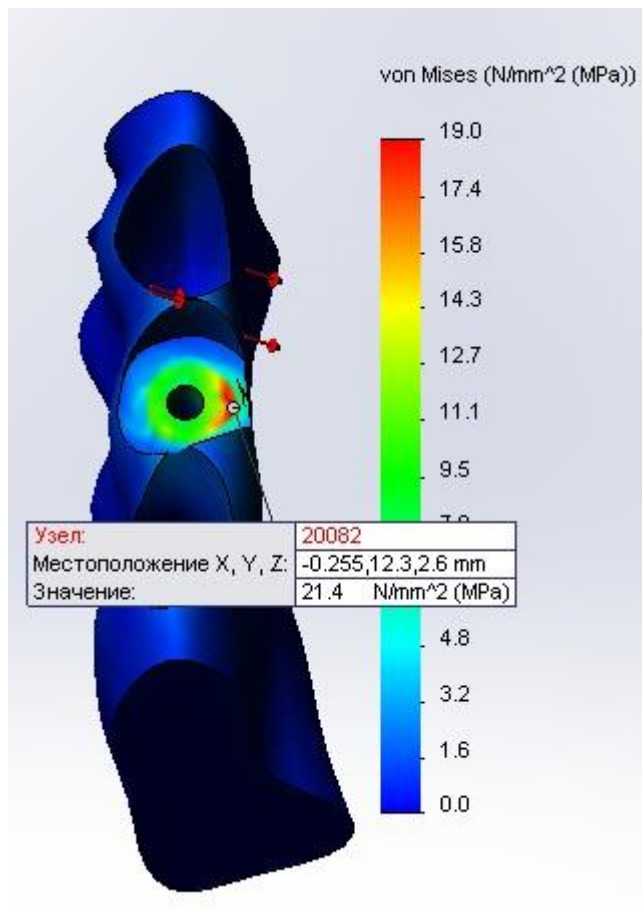




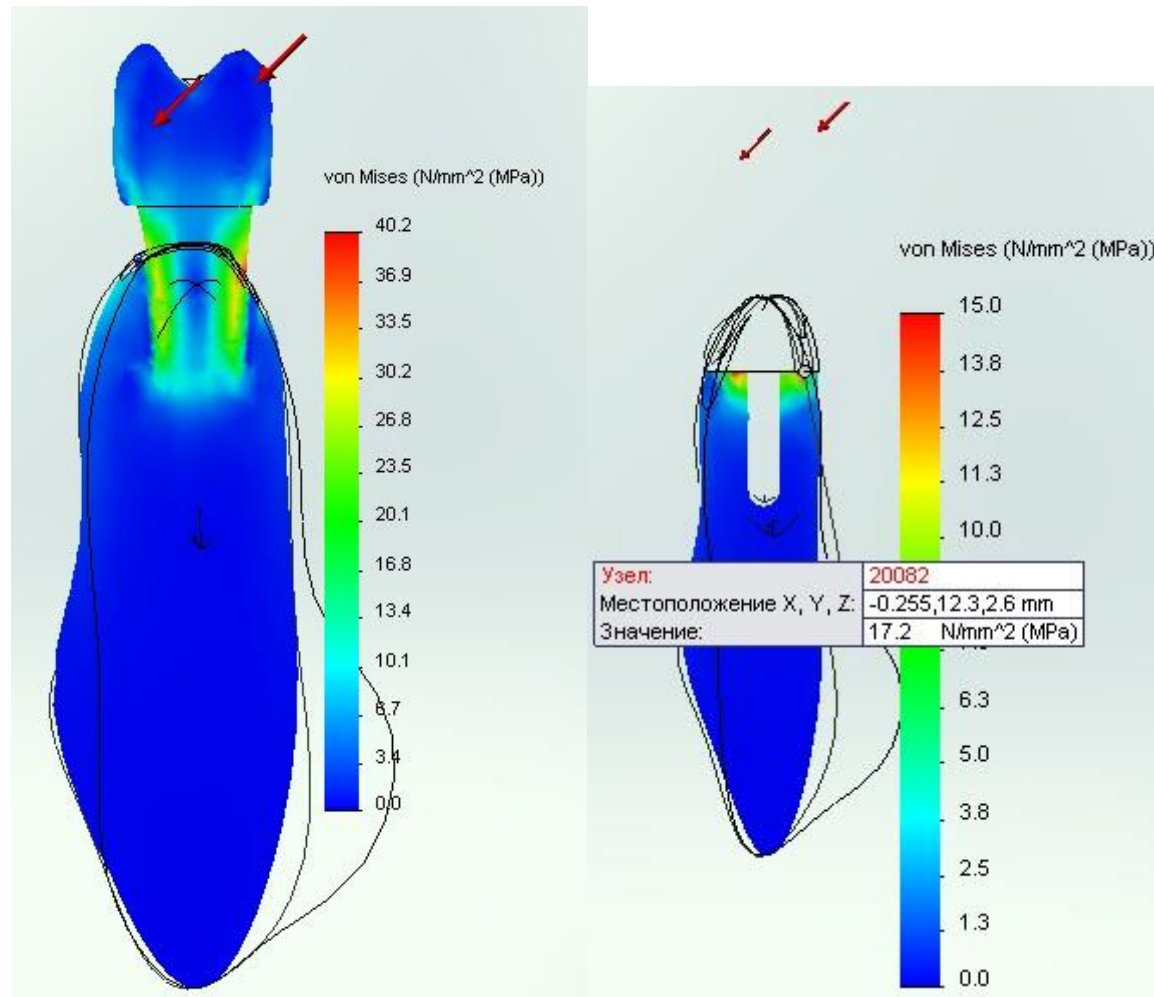
2

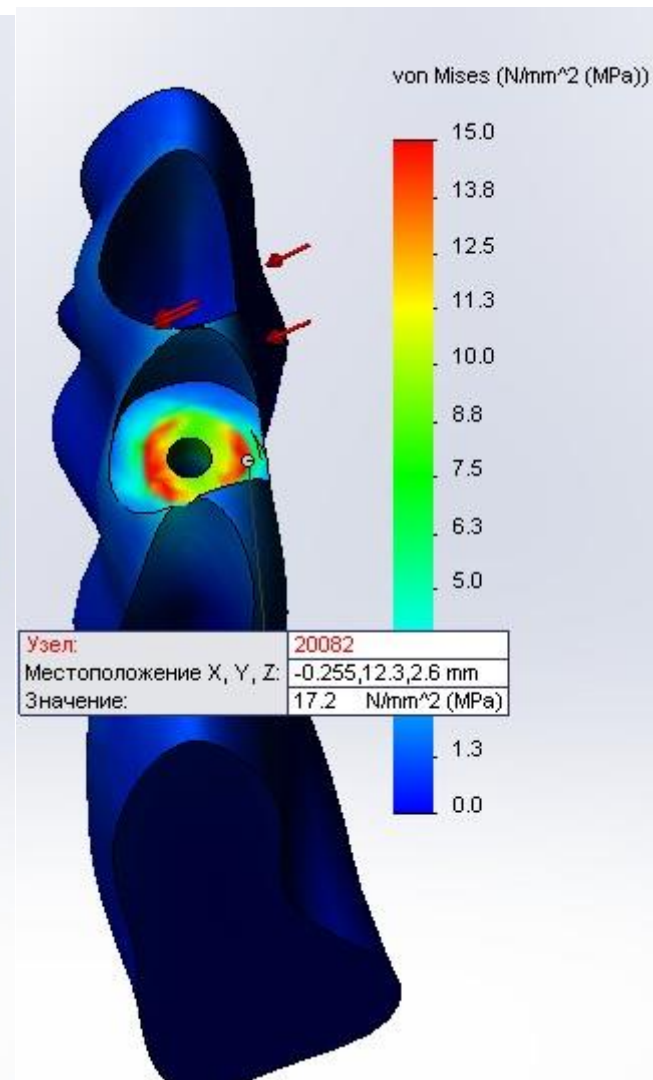
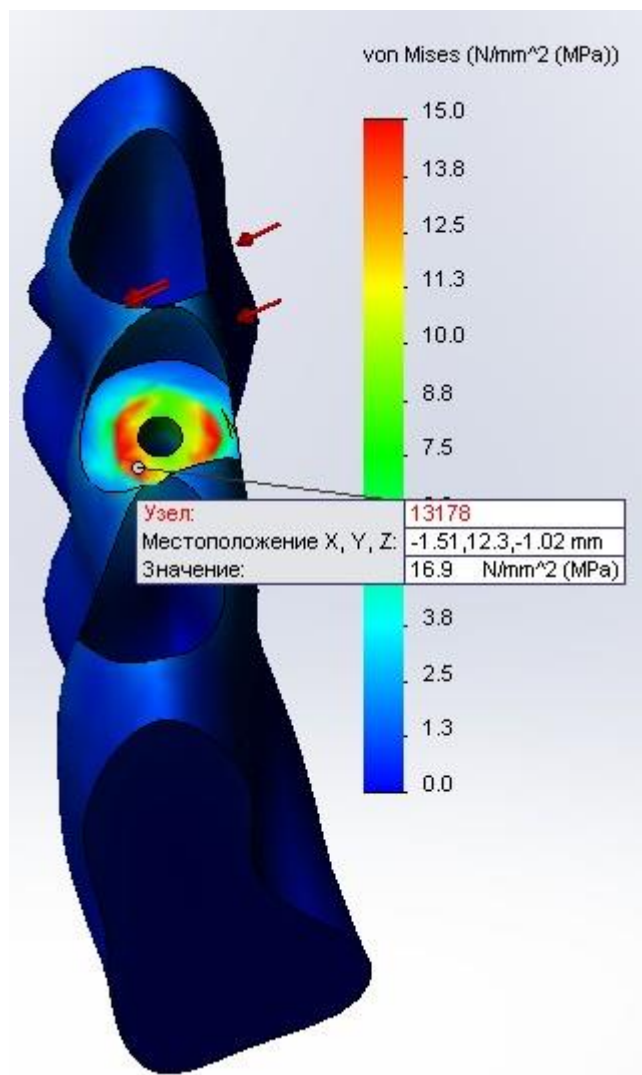




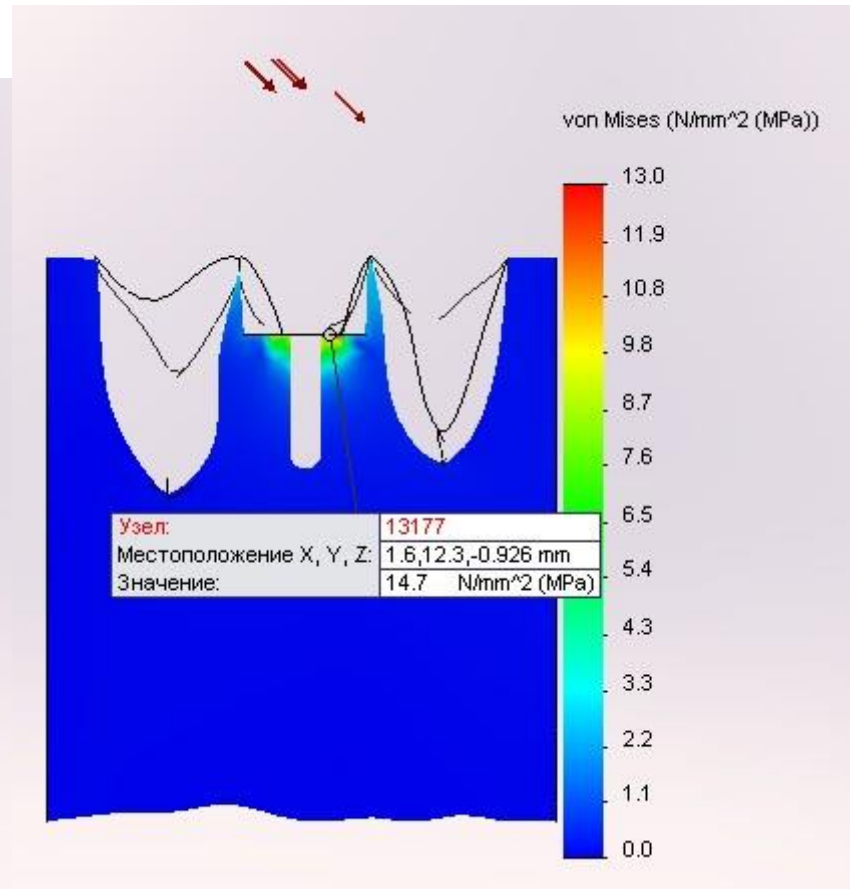
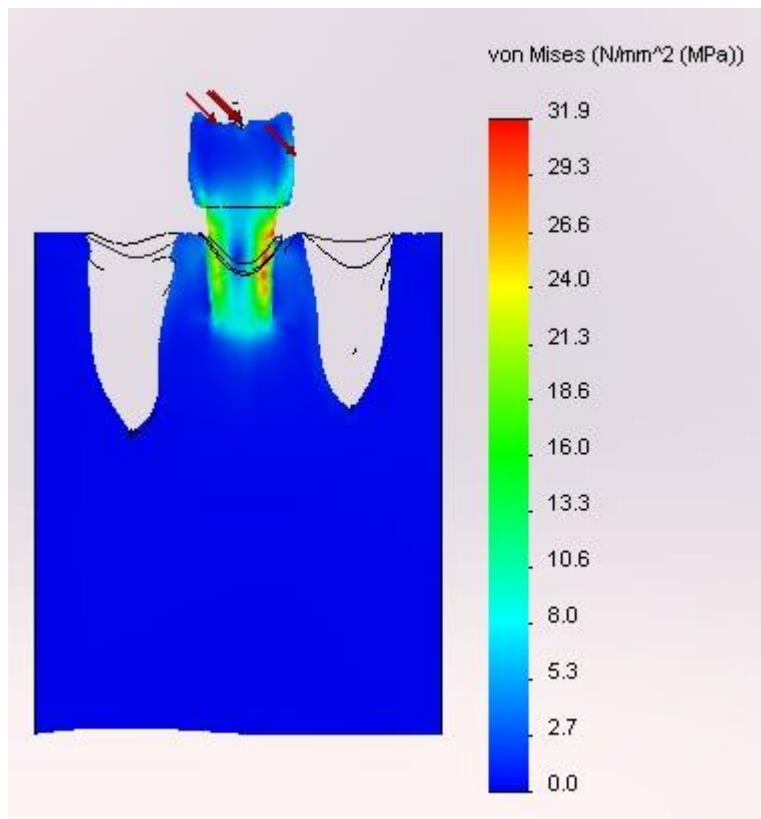


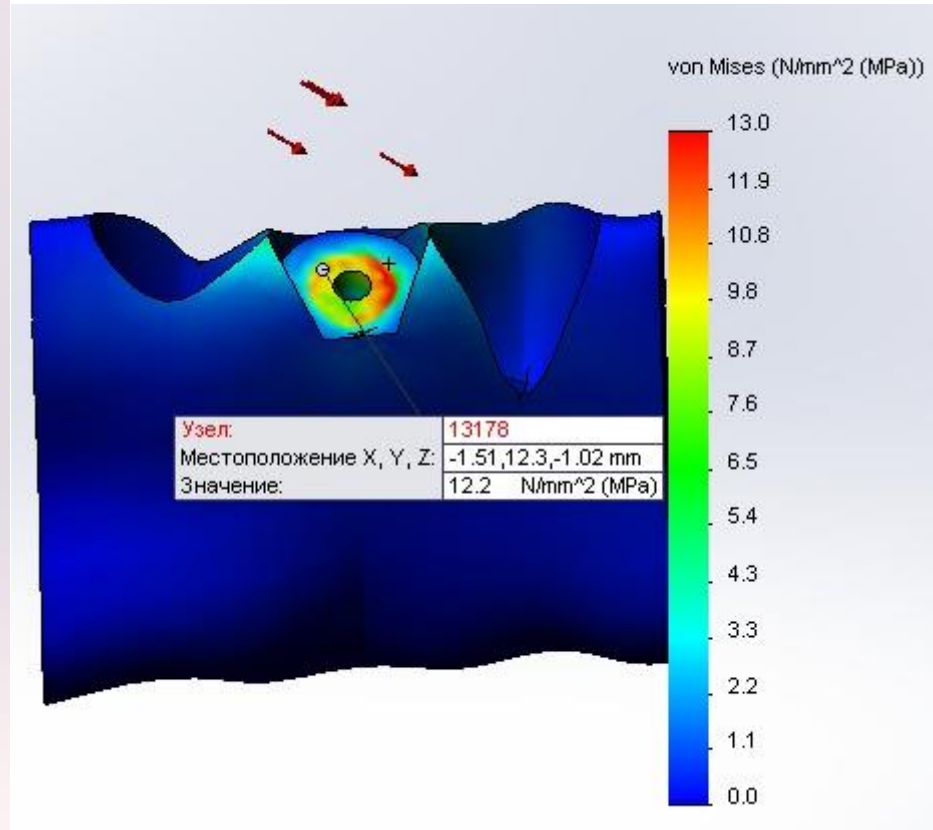
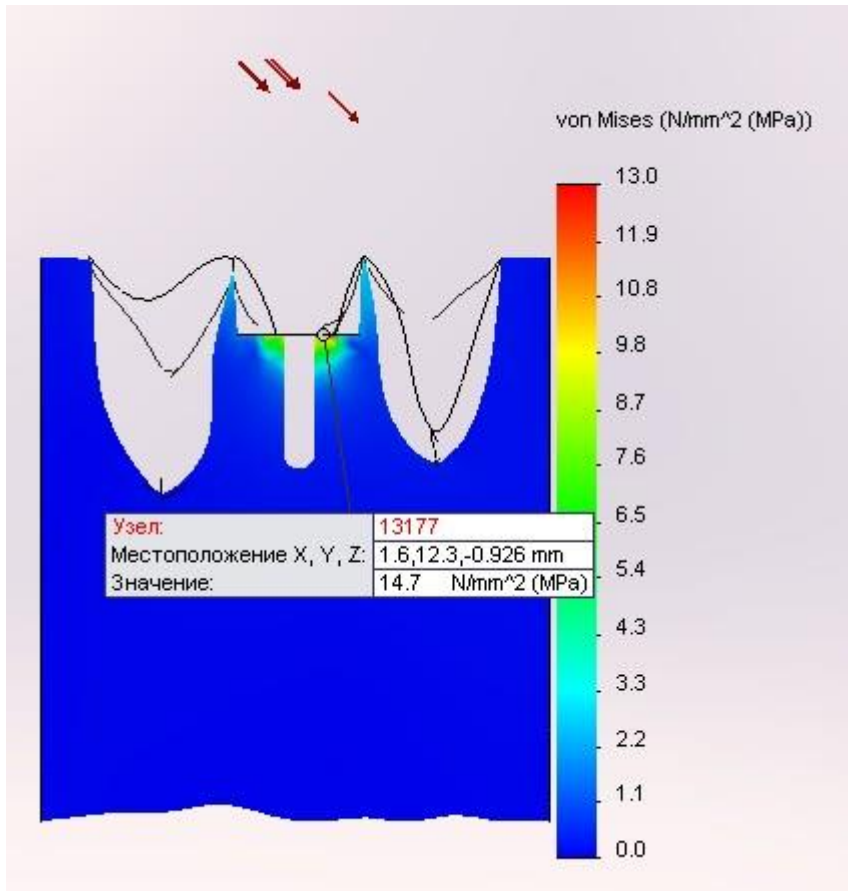




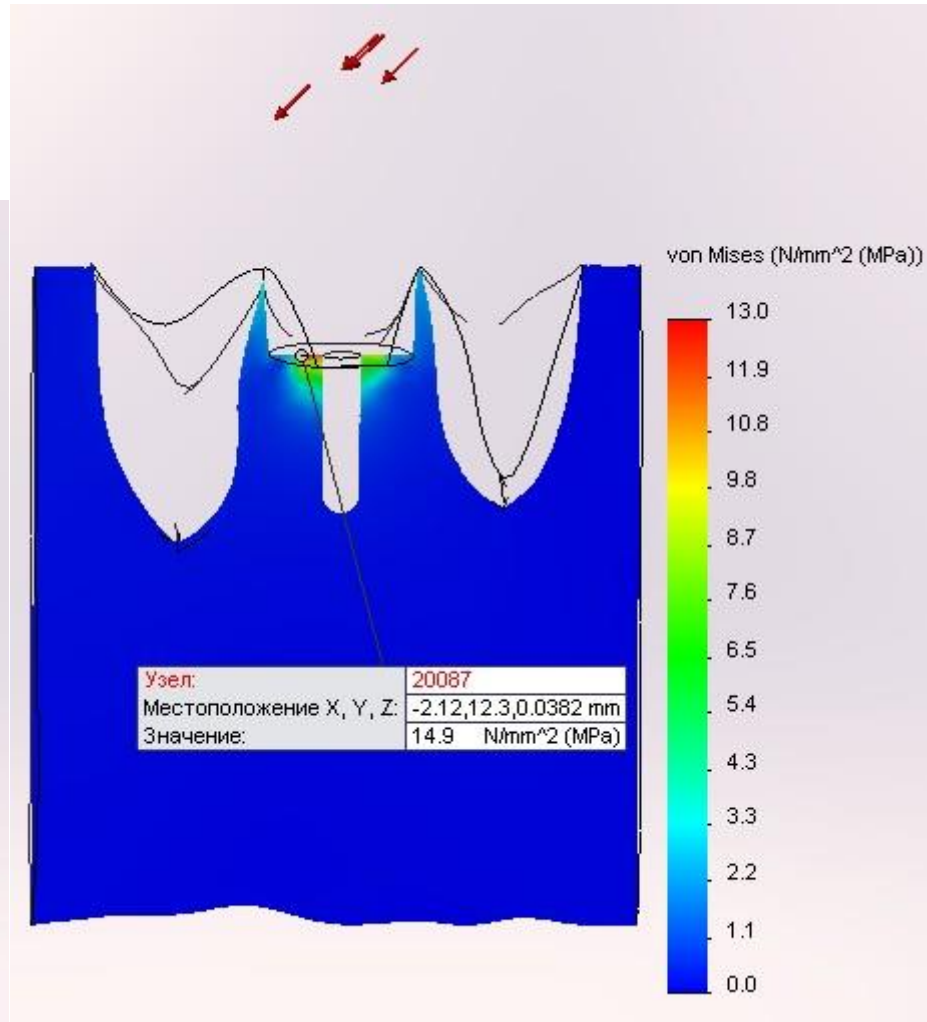
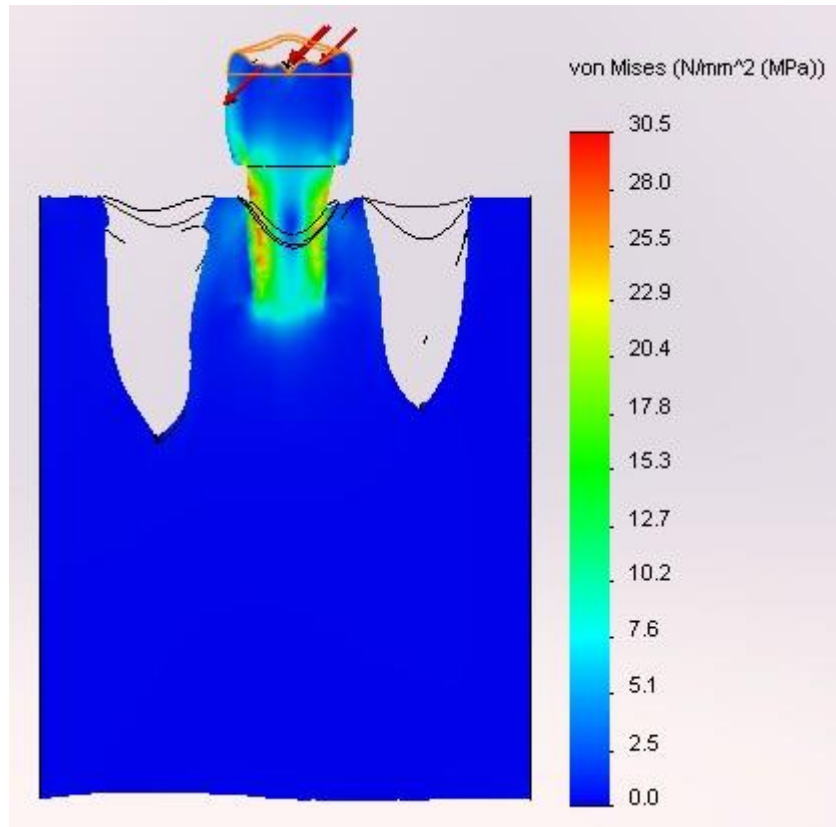


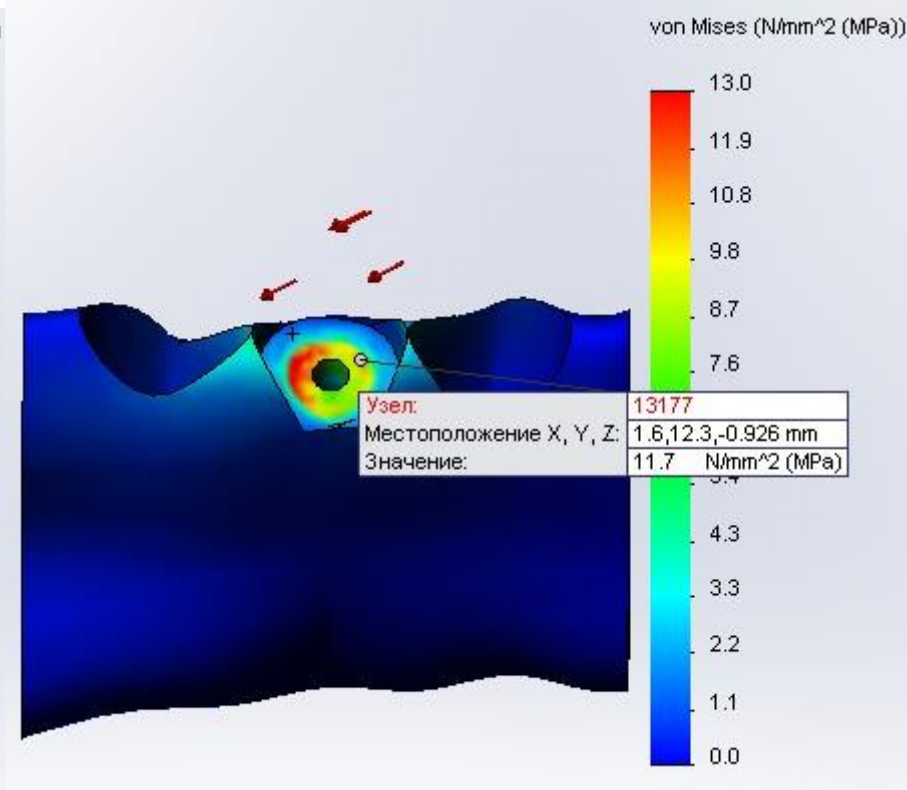
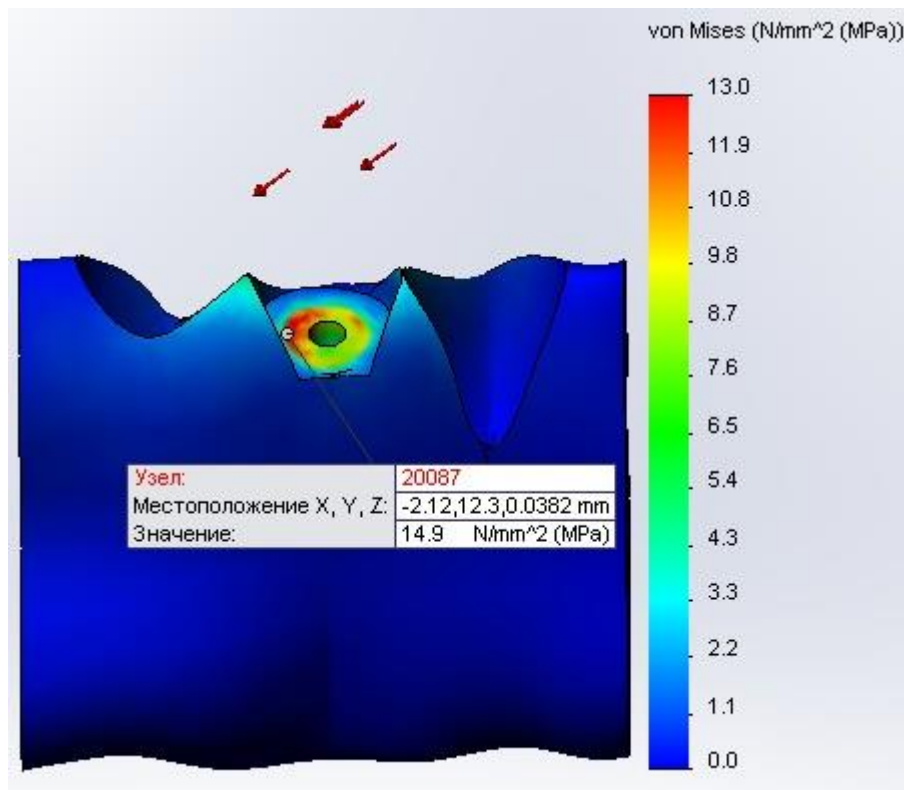
4





5

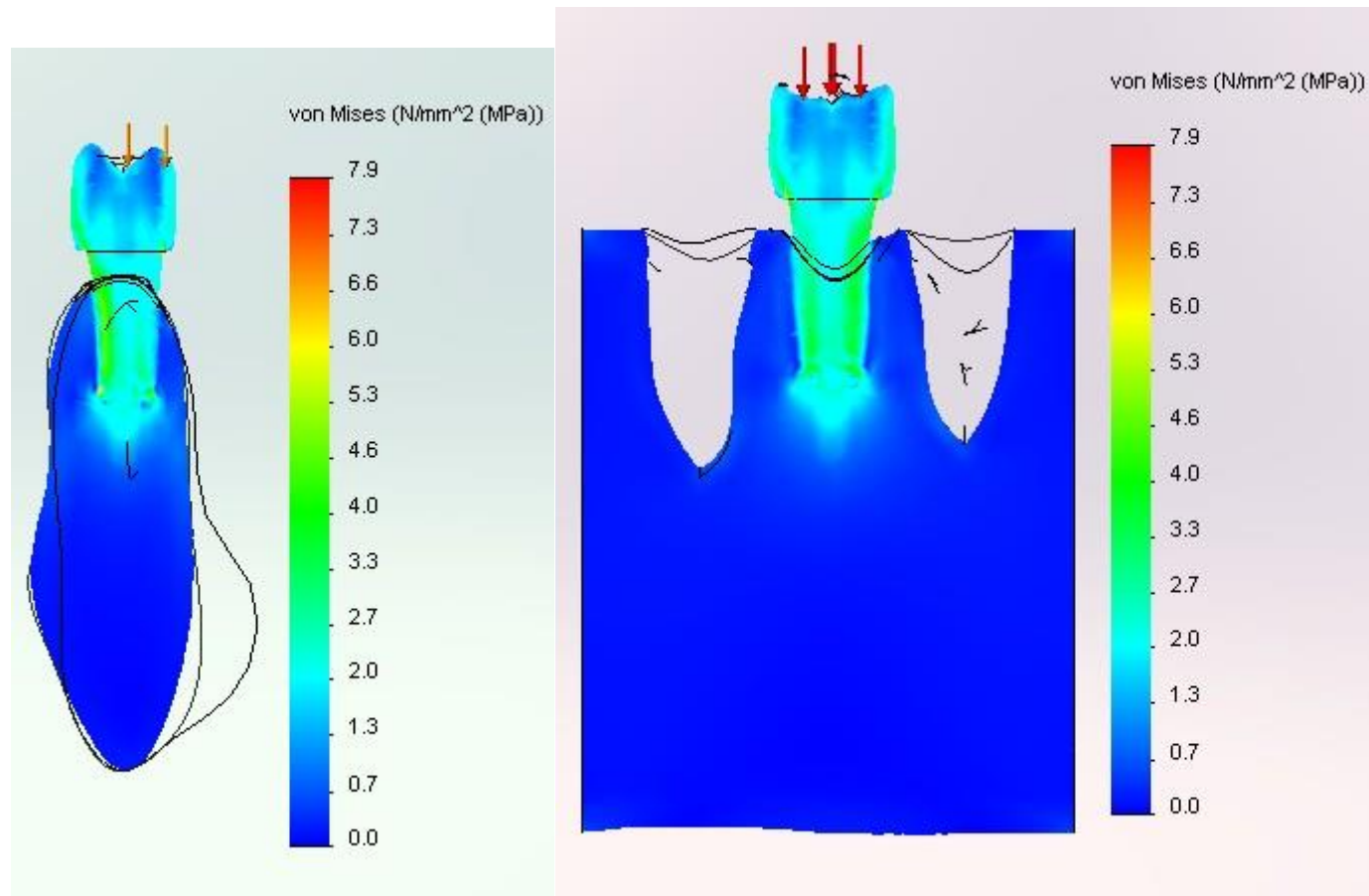




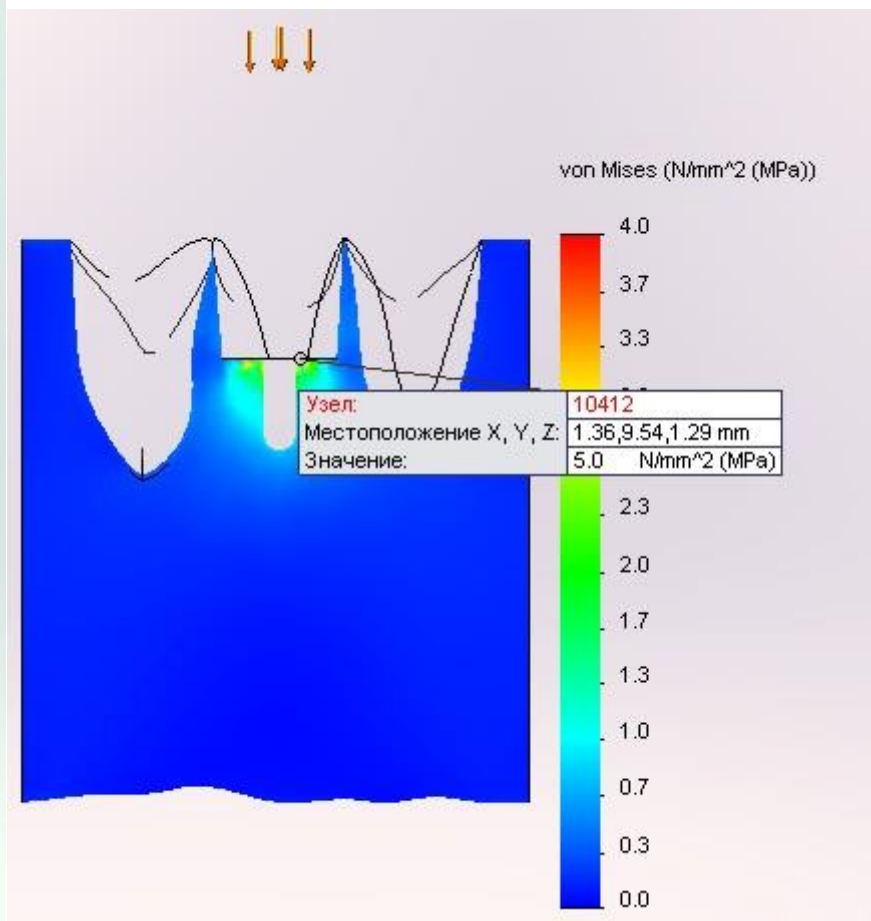
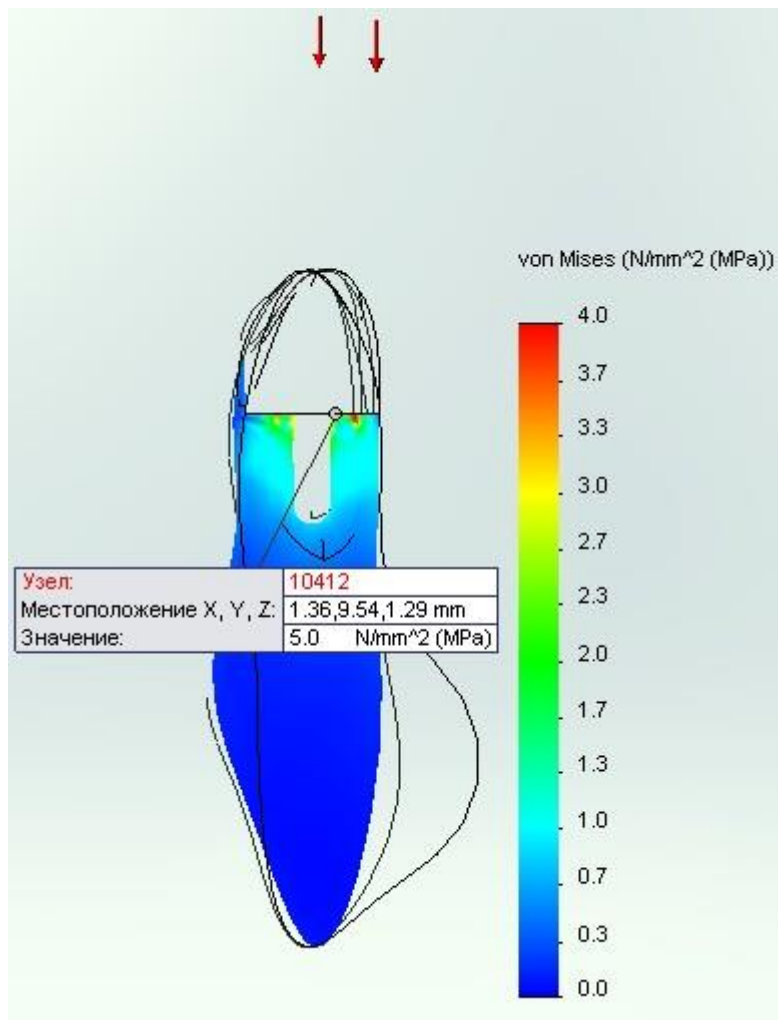


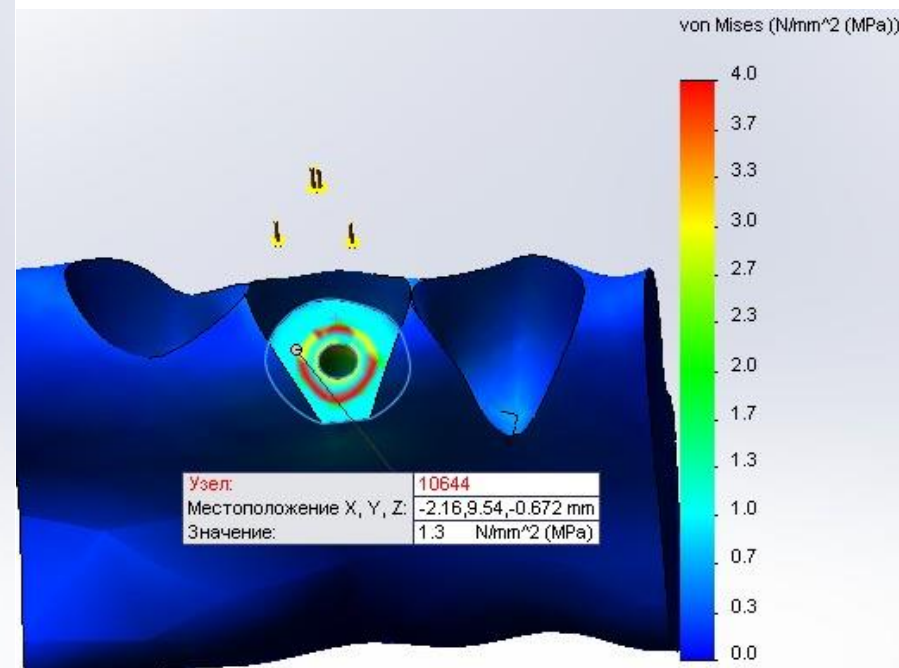
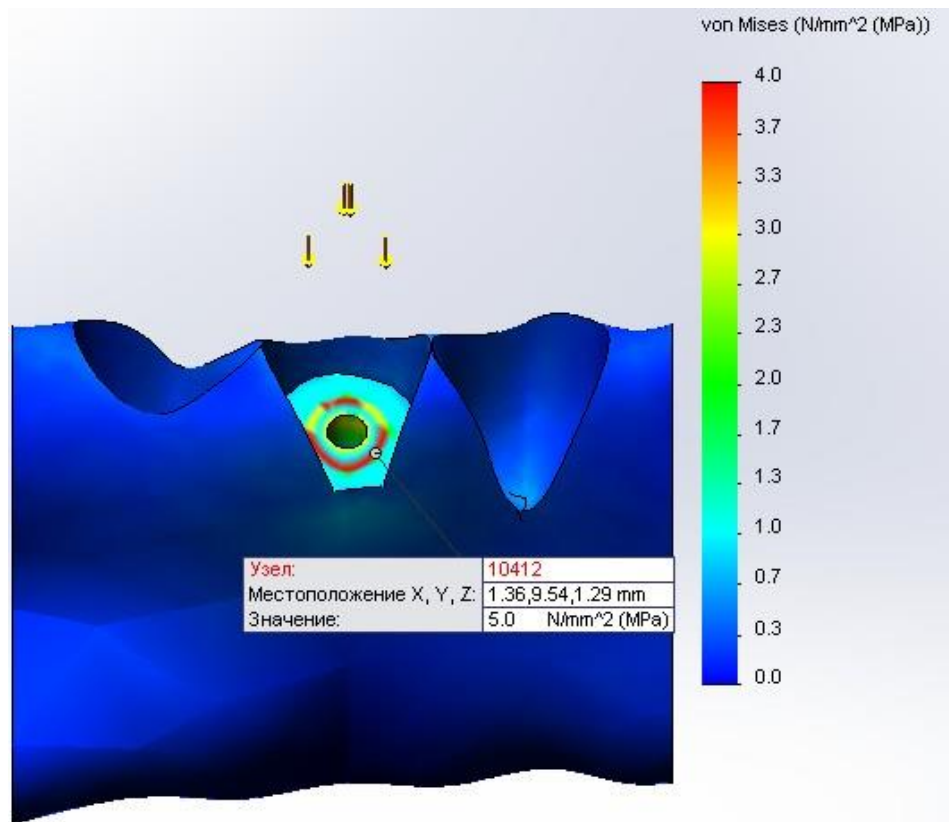
ГК 1 II-я степень резекции.

1

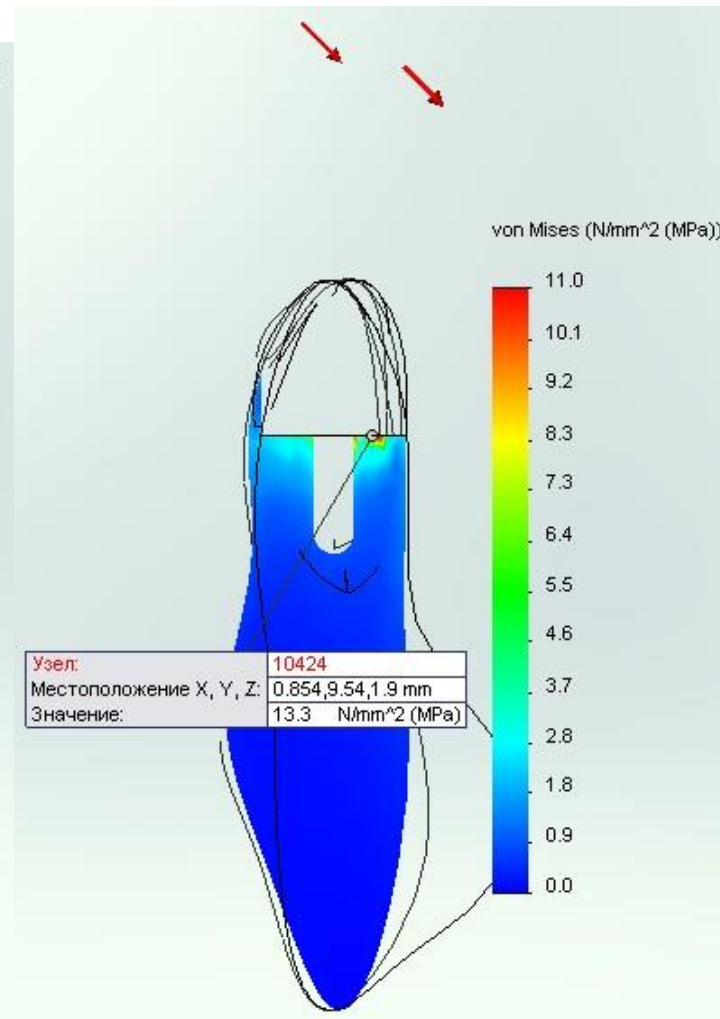
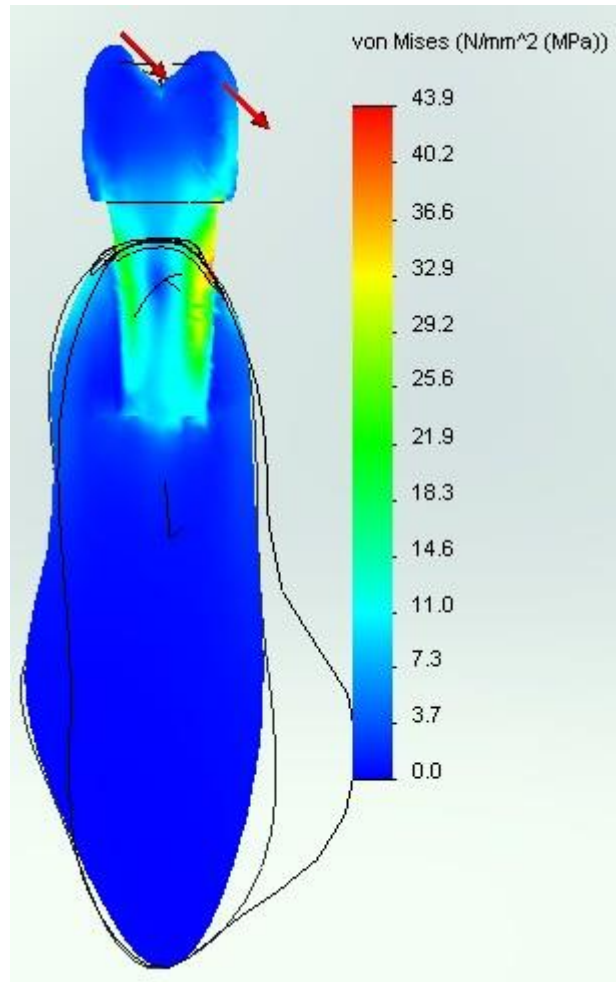


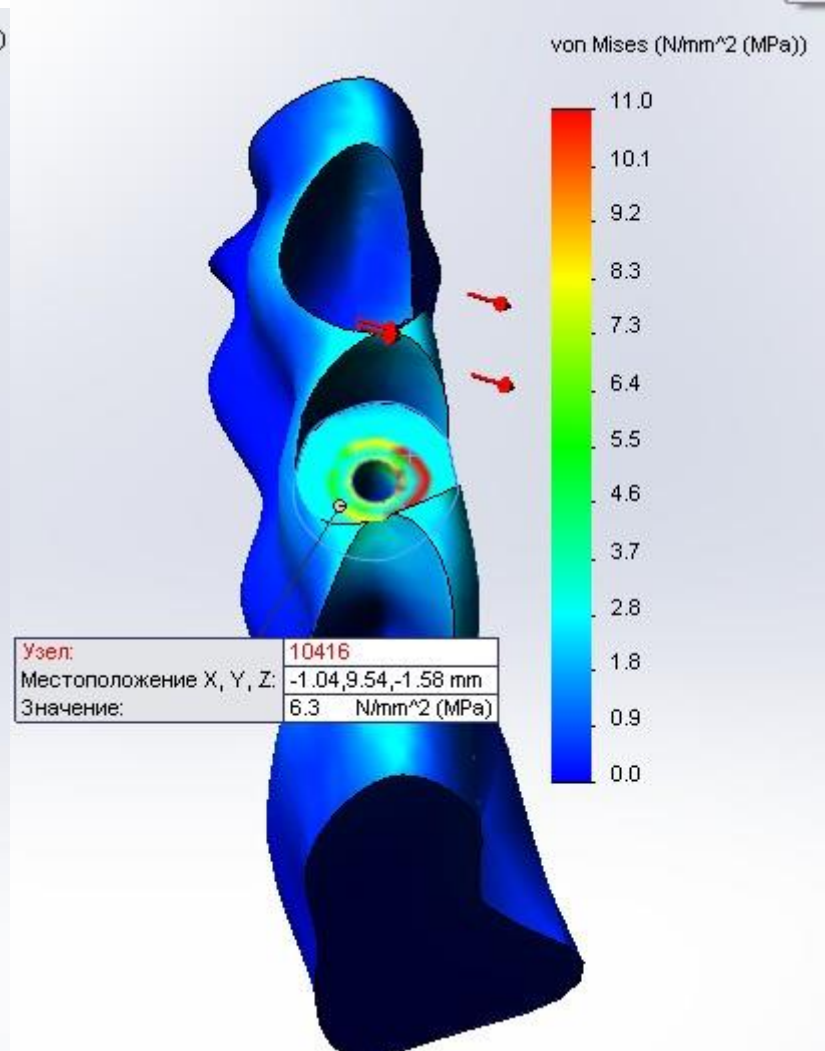
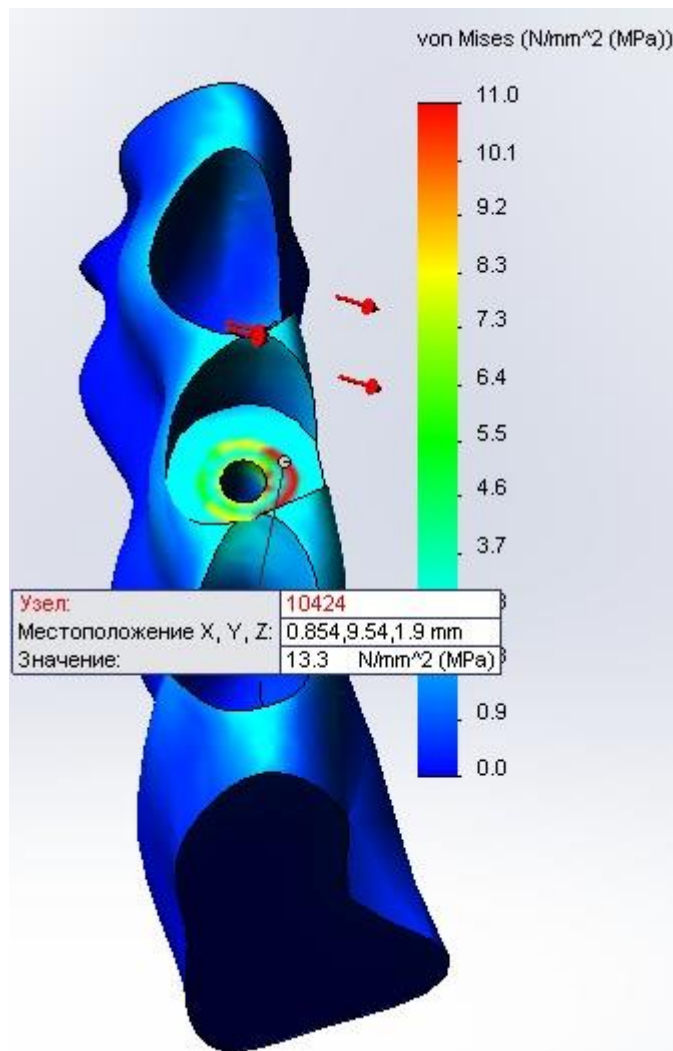




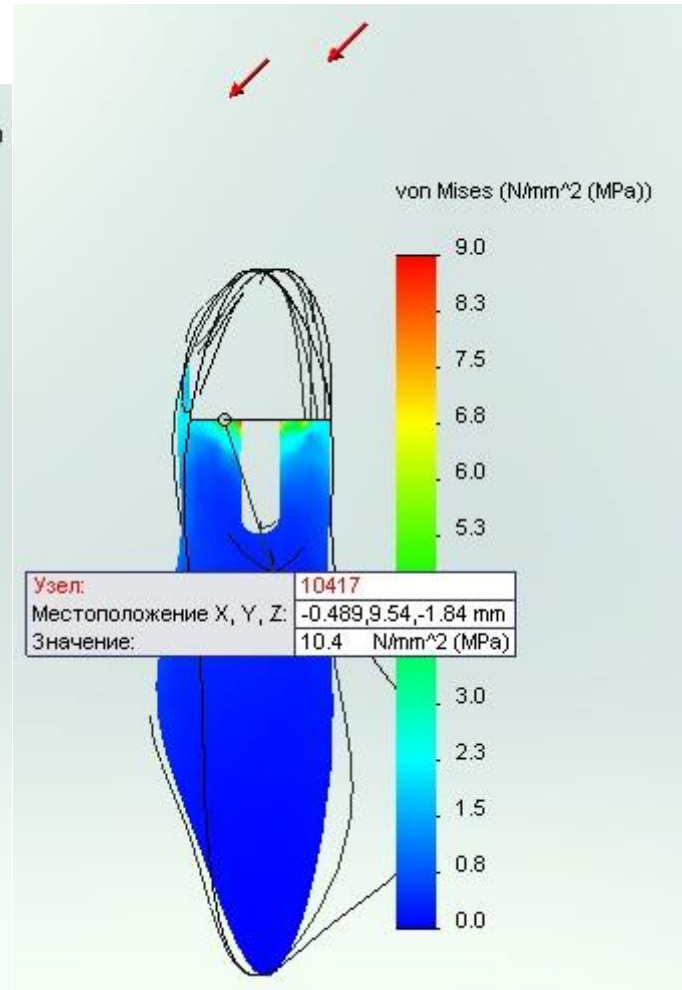
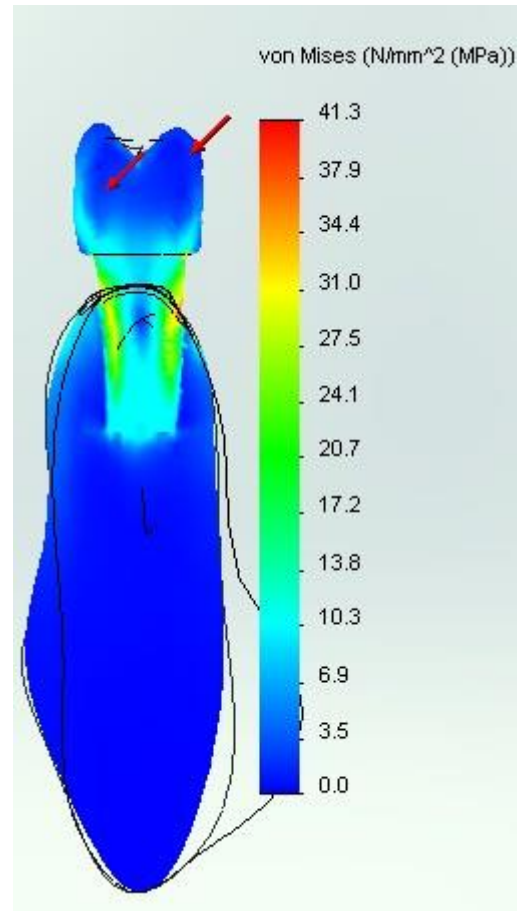


2

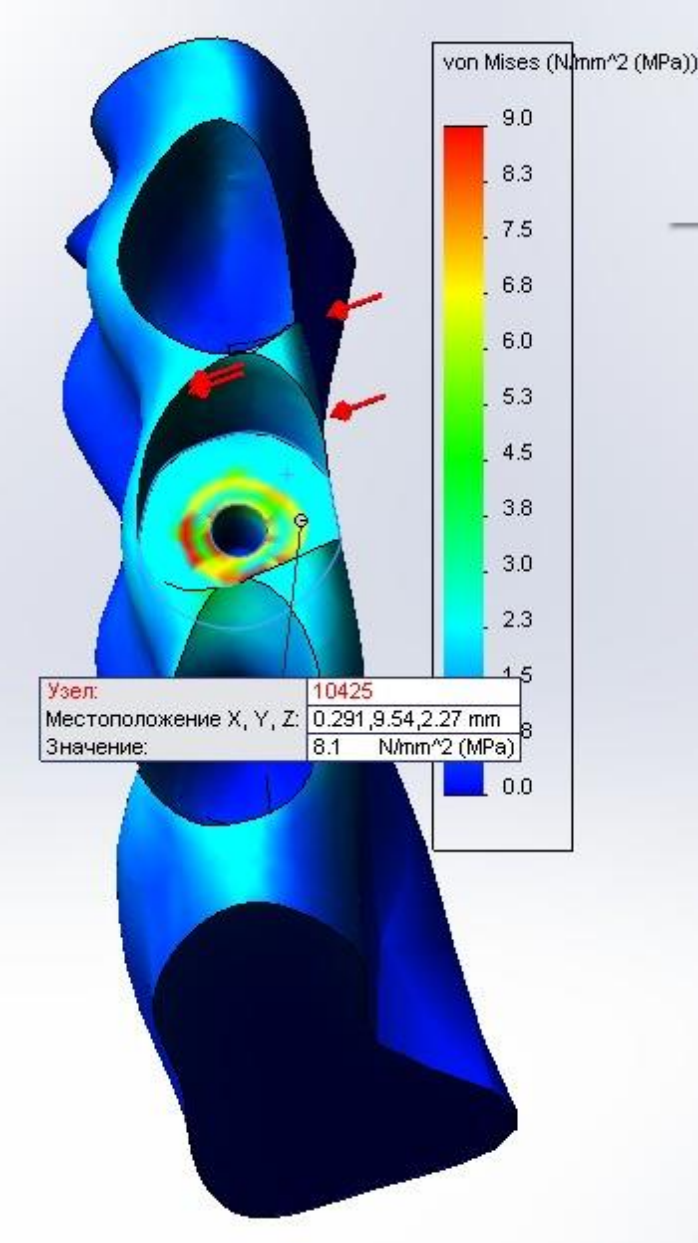
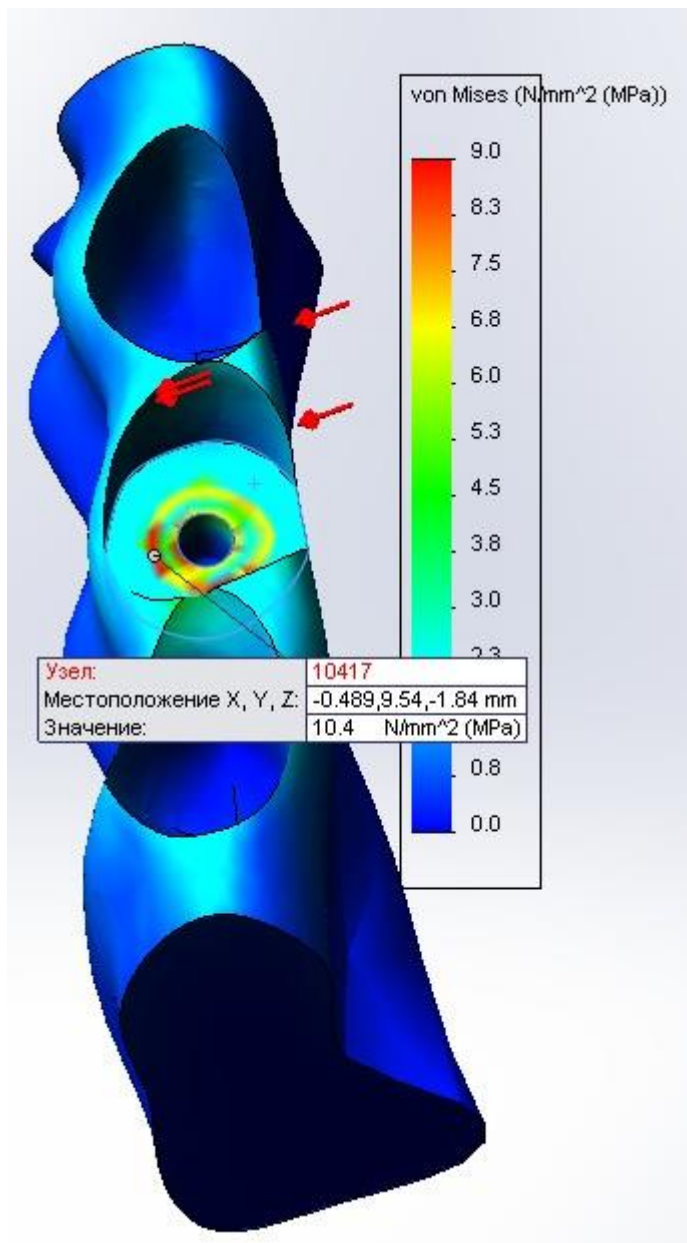




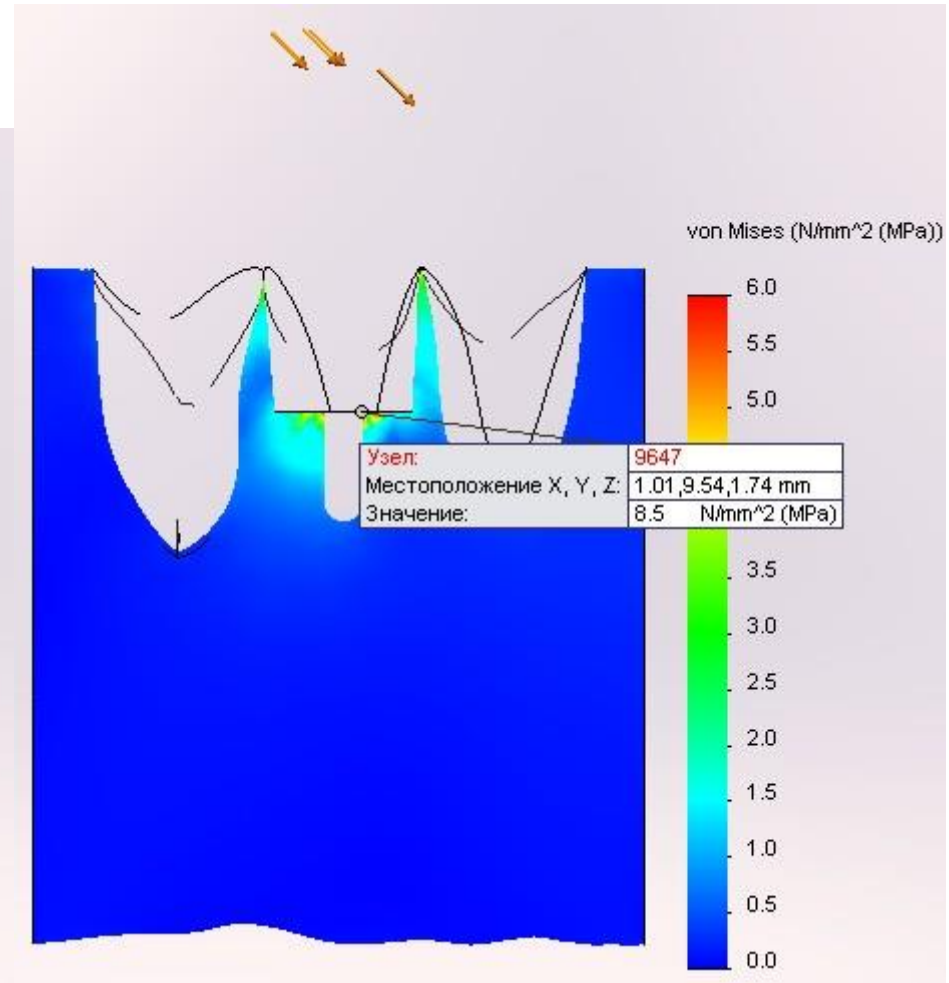
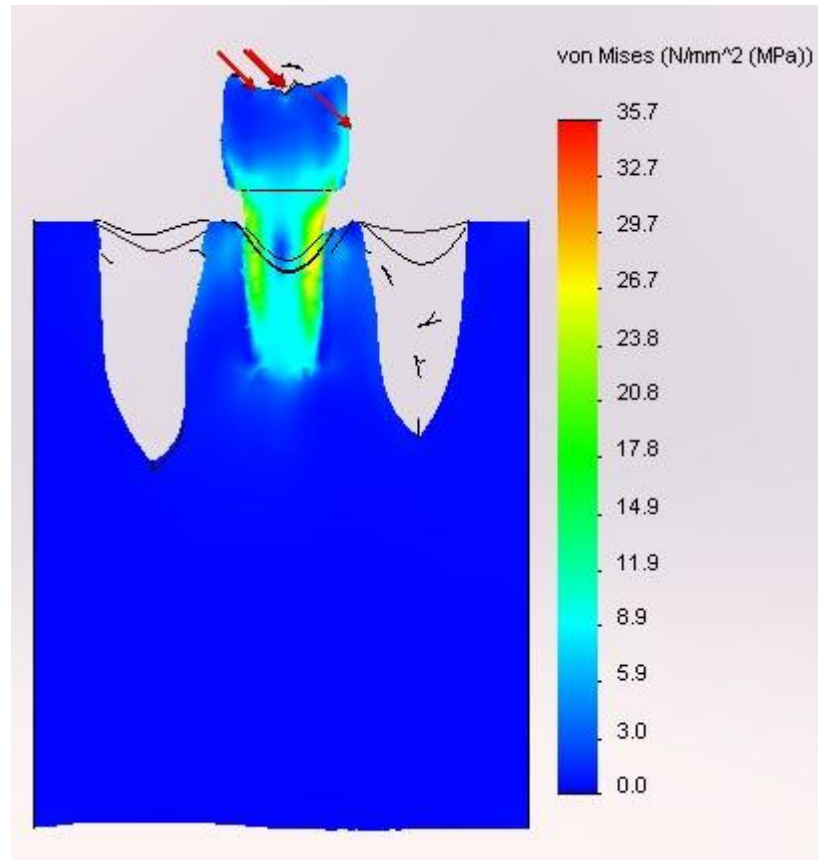
3



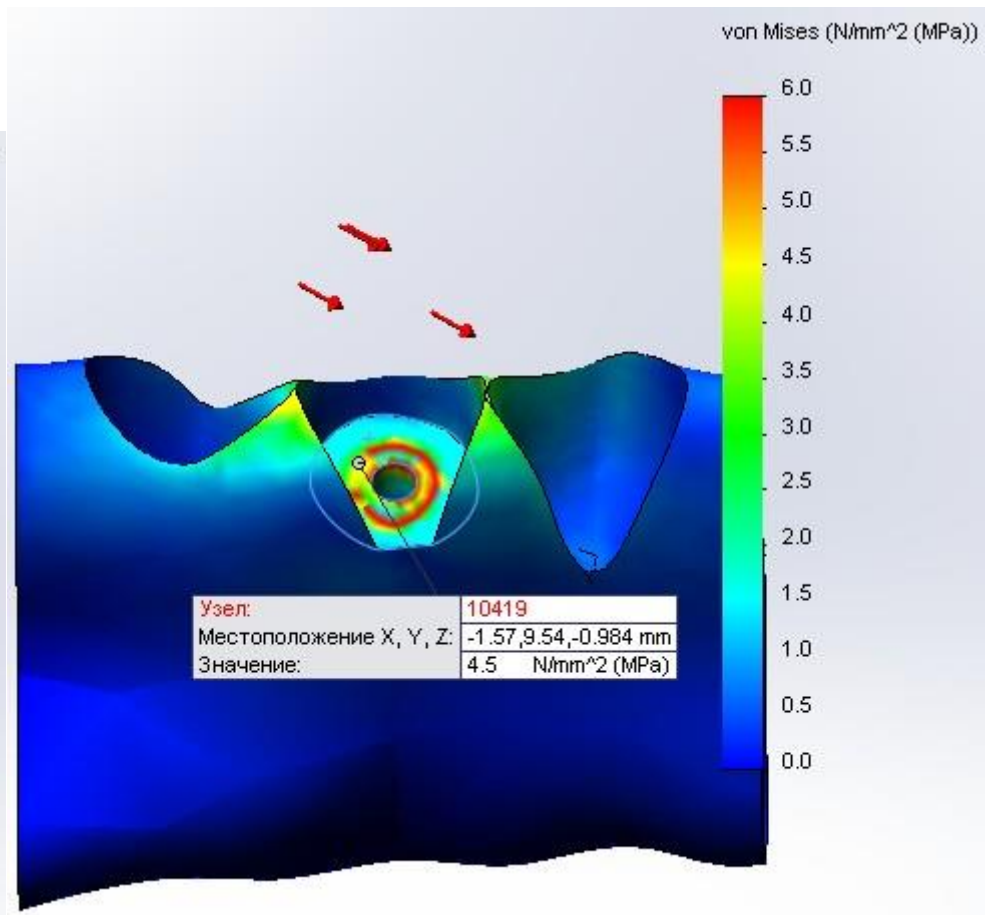
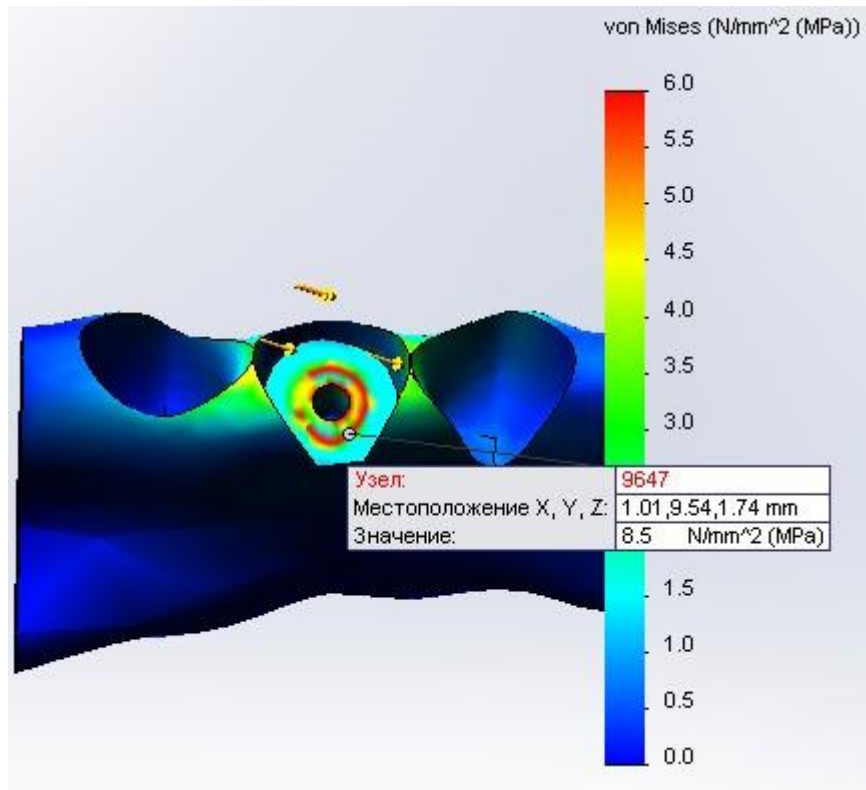




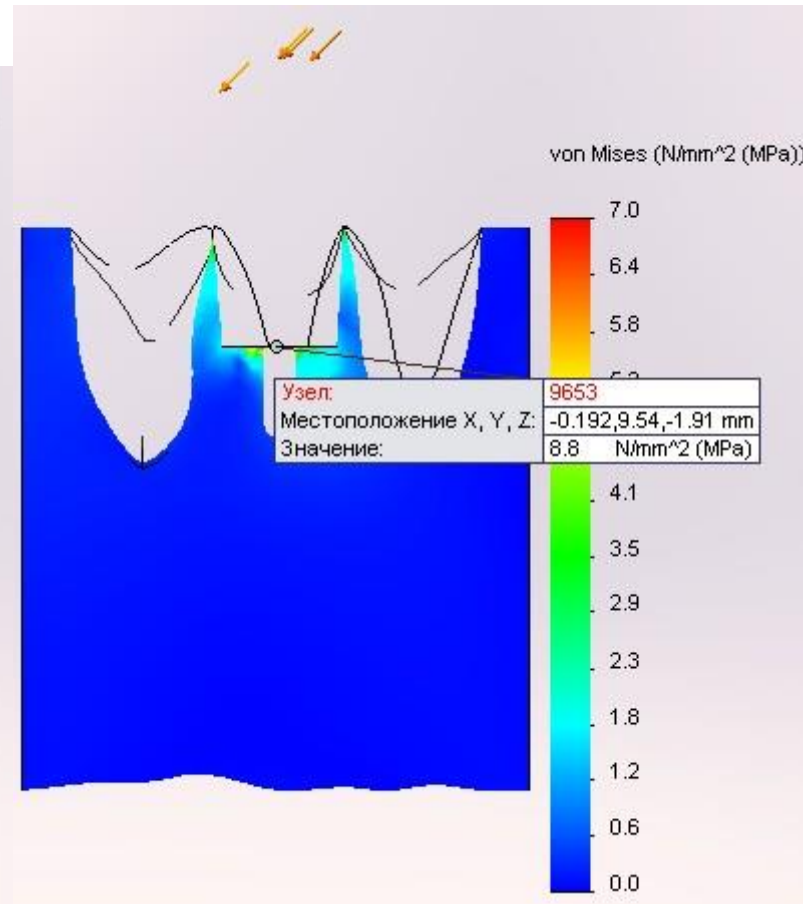
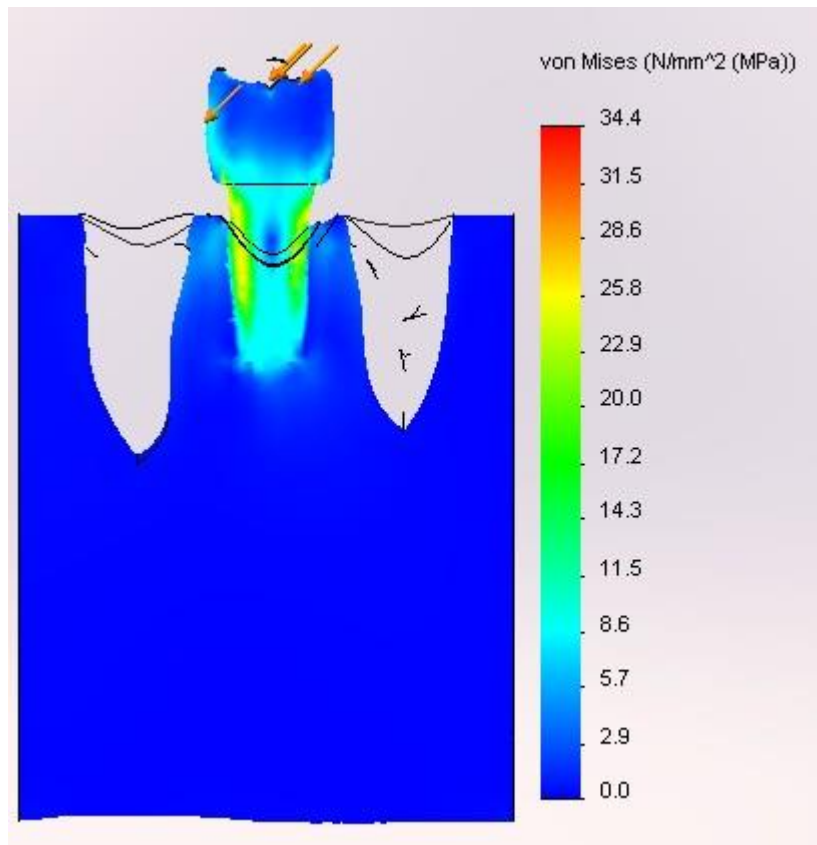
4

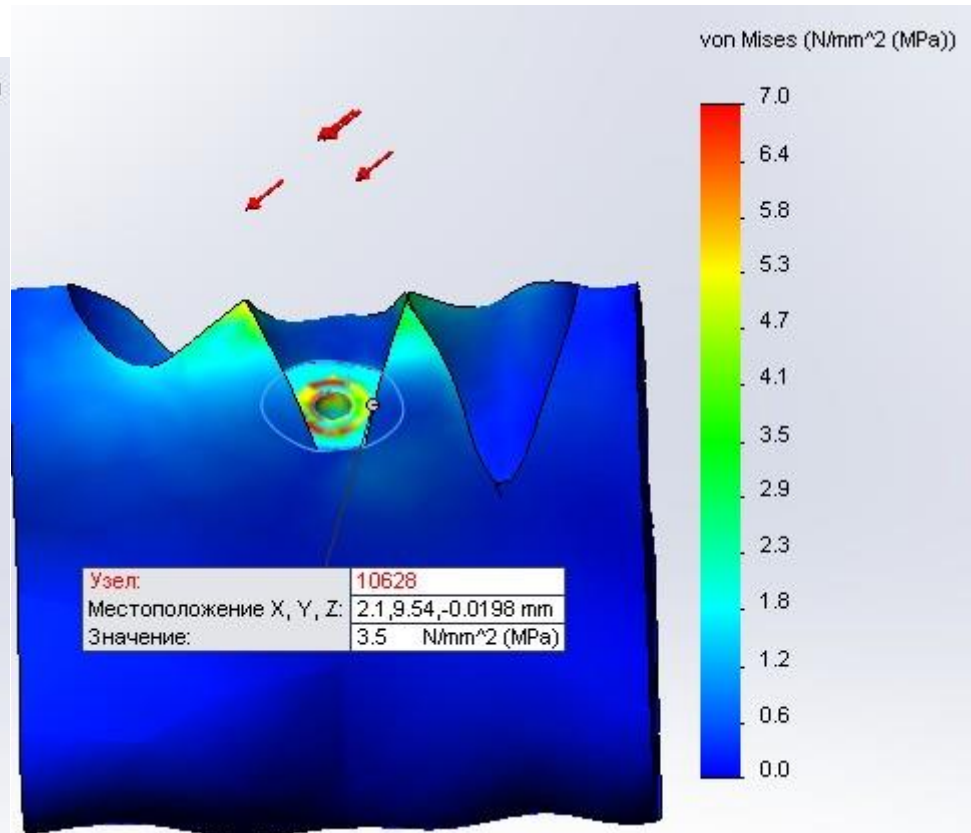
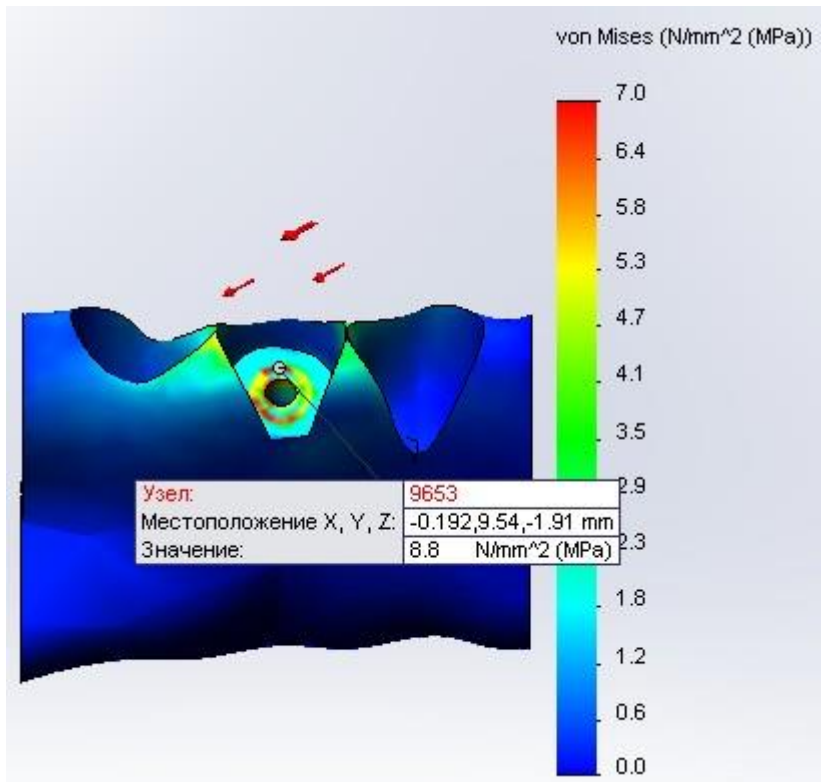






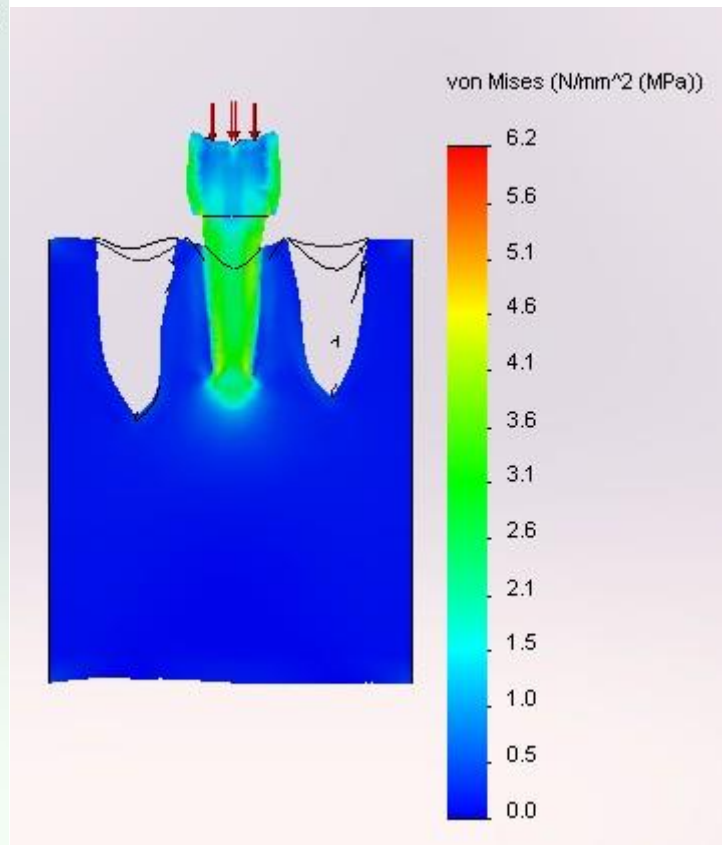
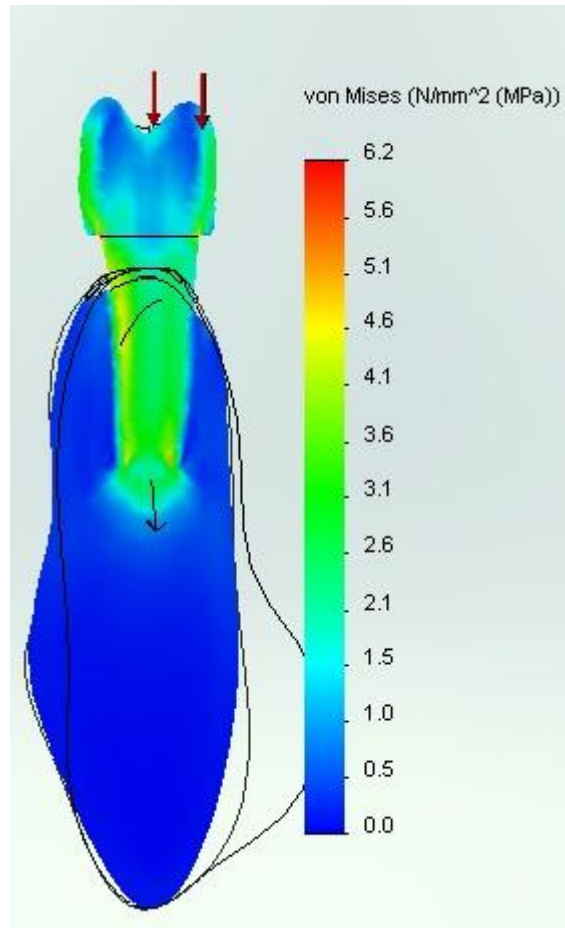
5

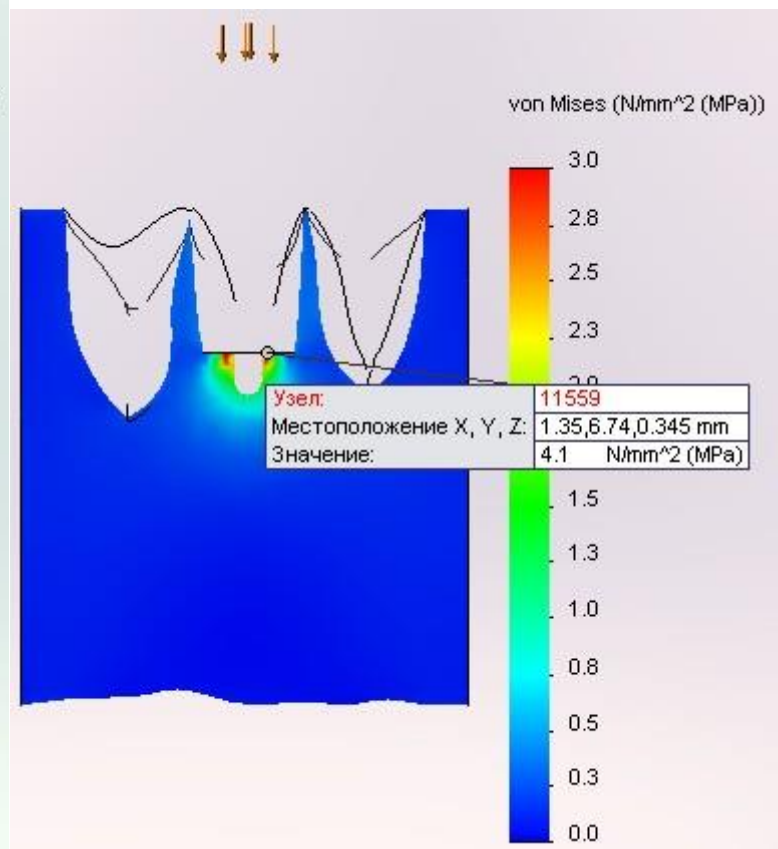
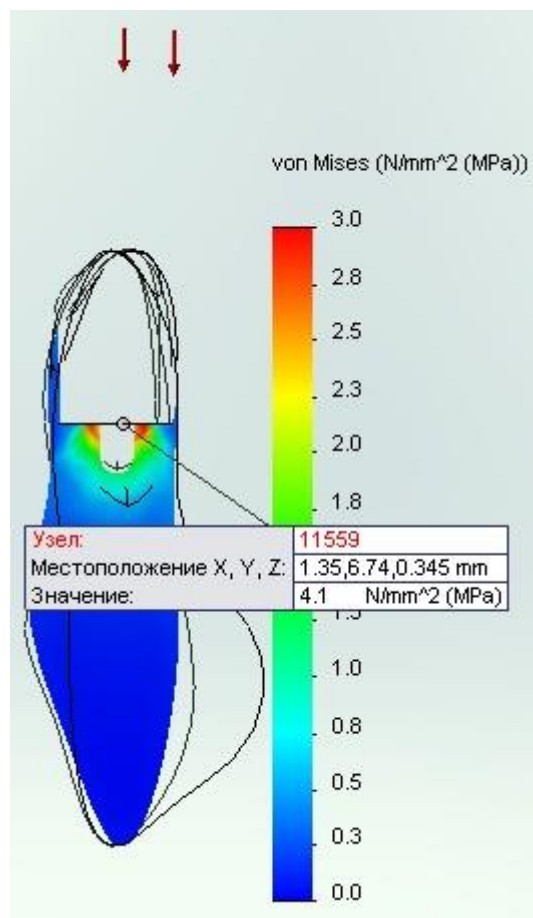


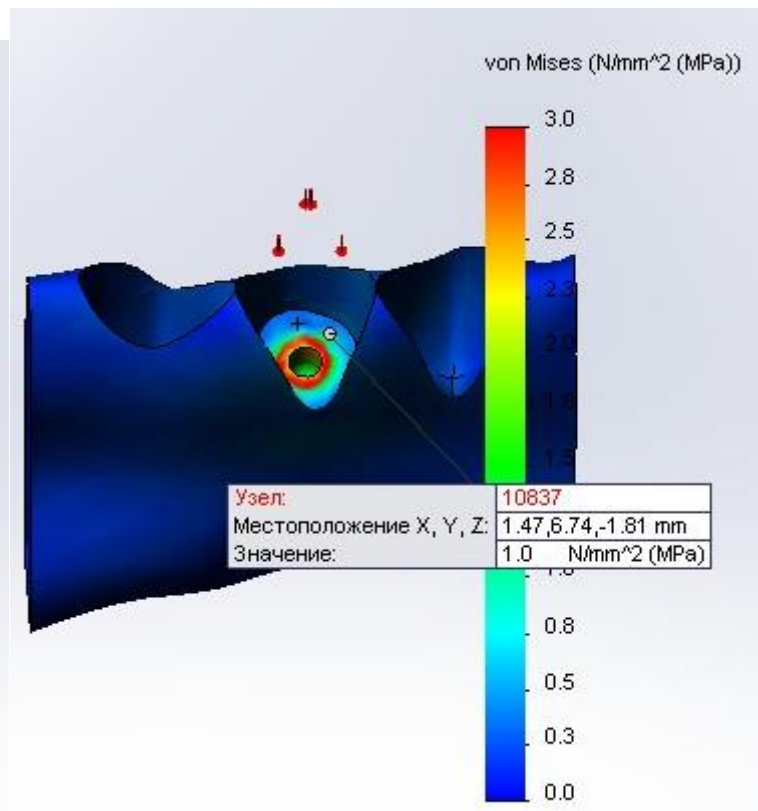
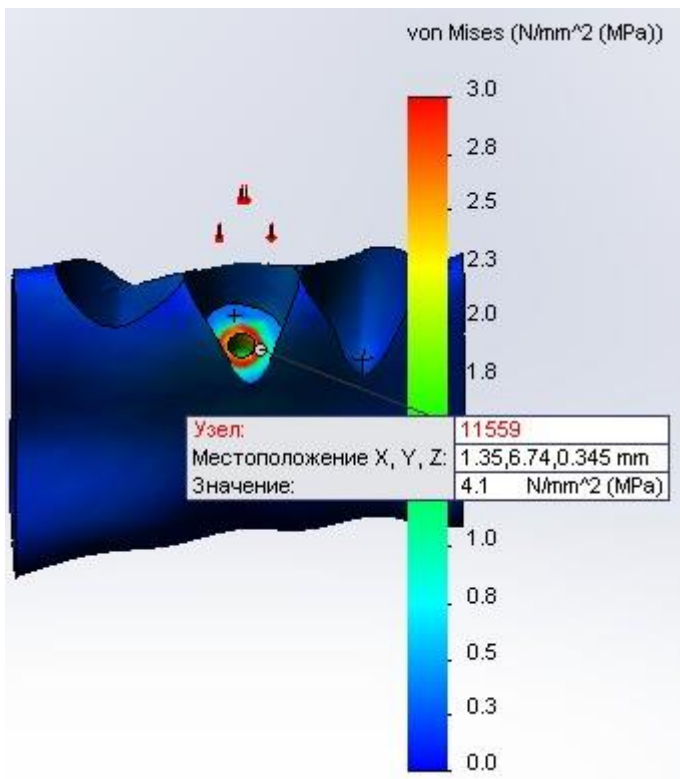


ГК 1 I-я степень резекции.

1

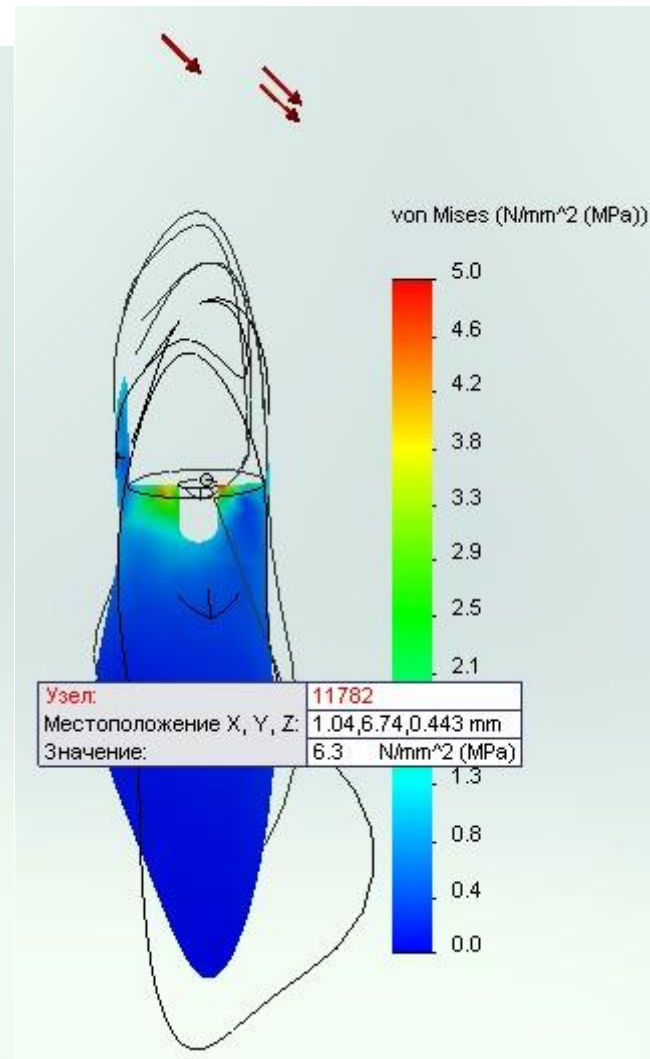
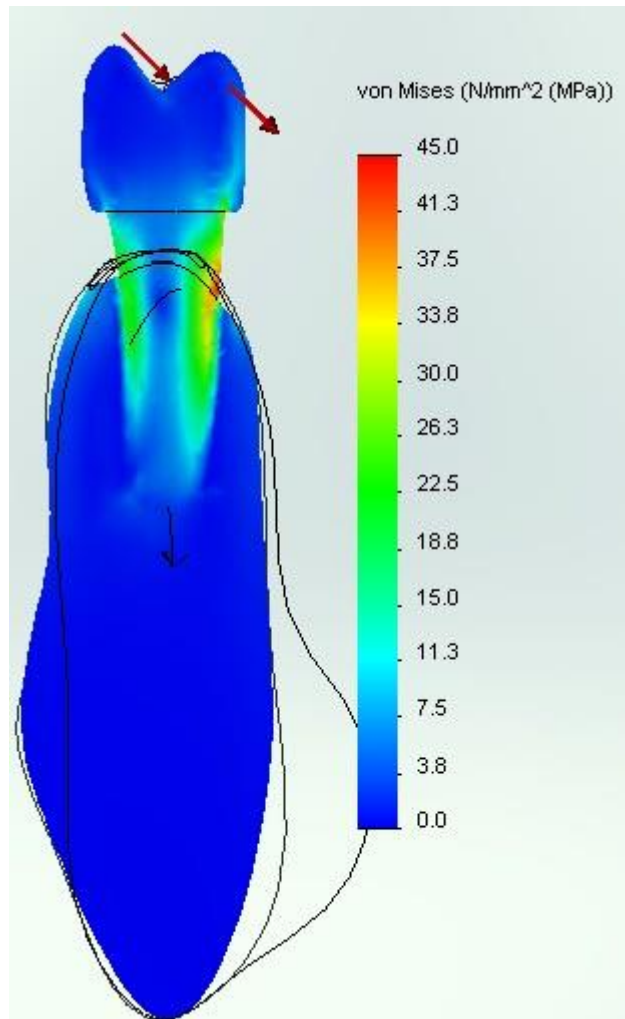




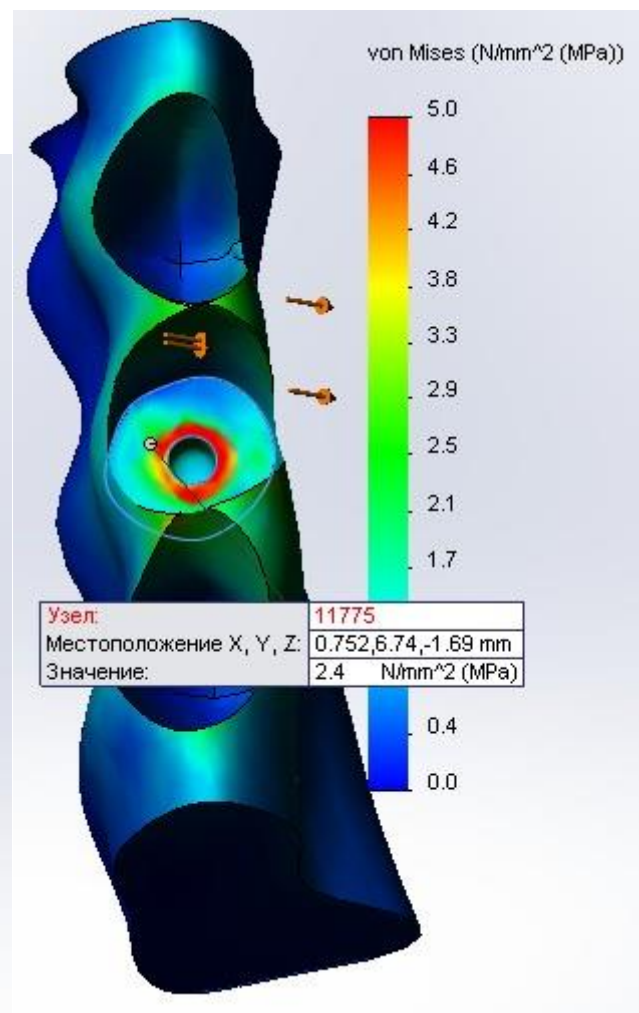
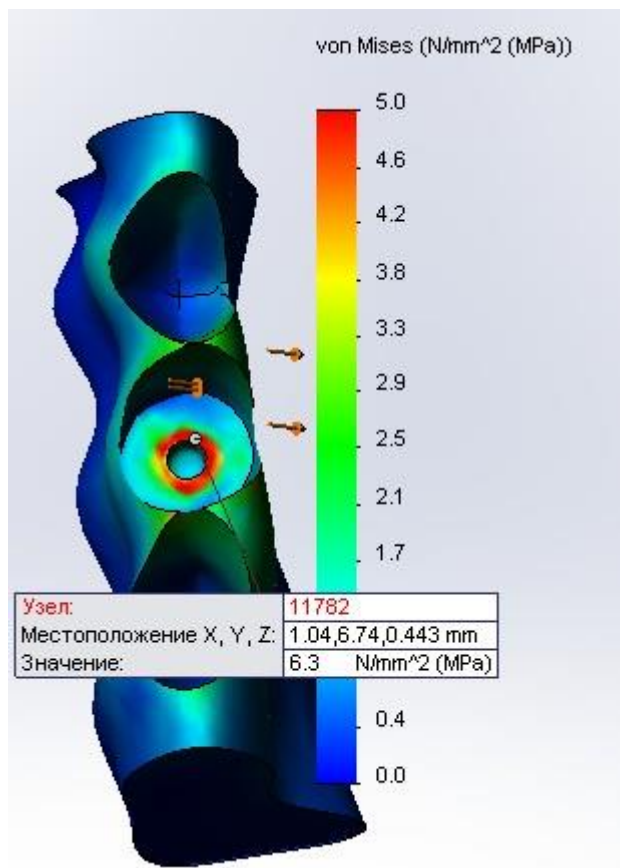


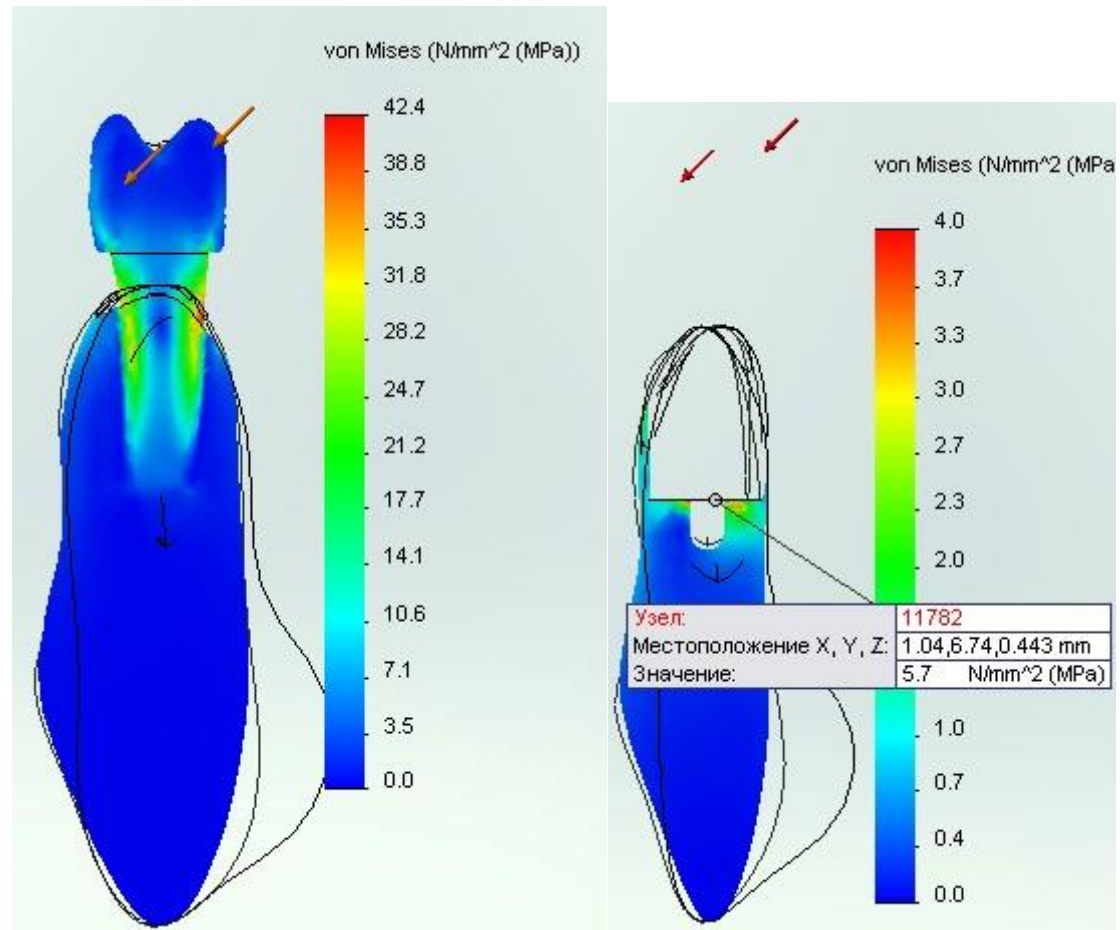


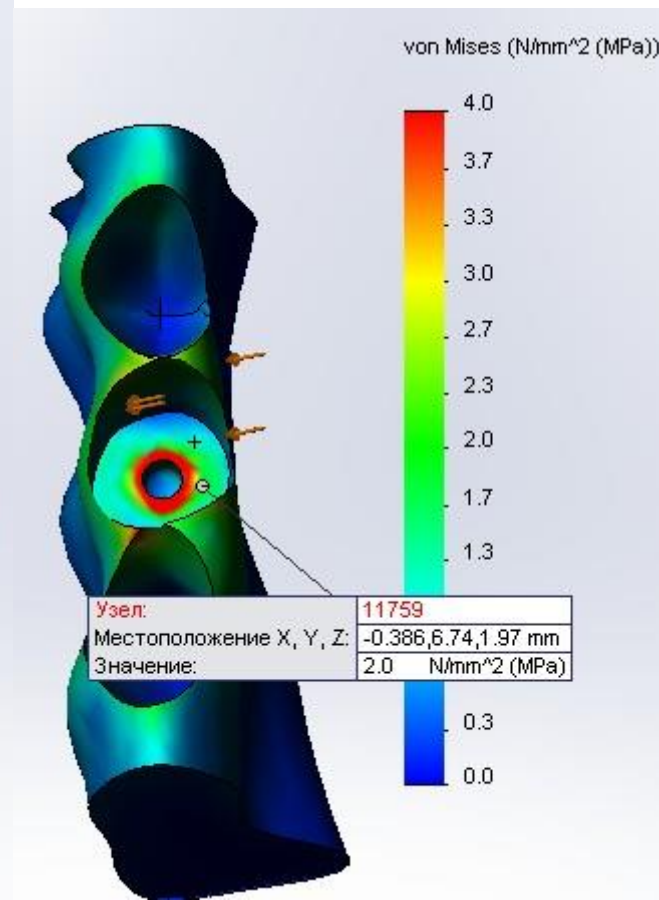
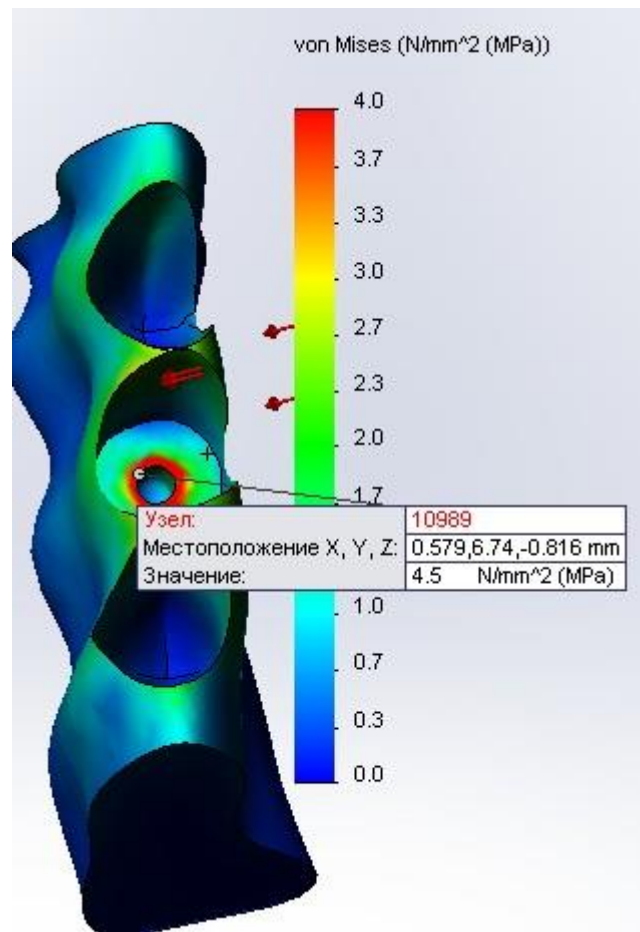
2

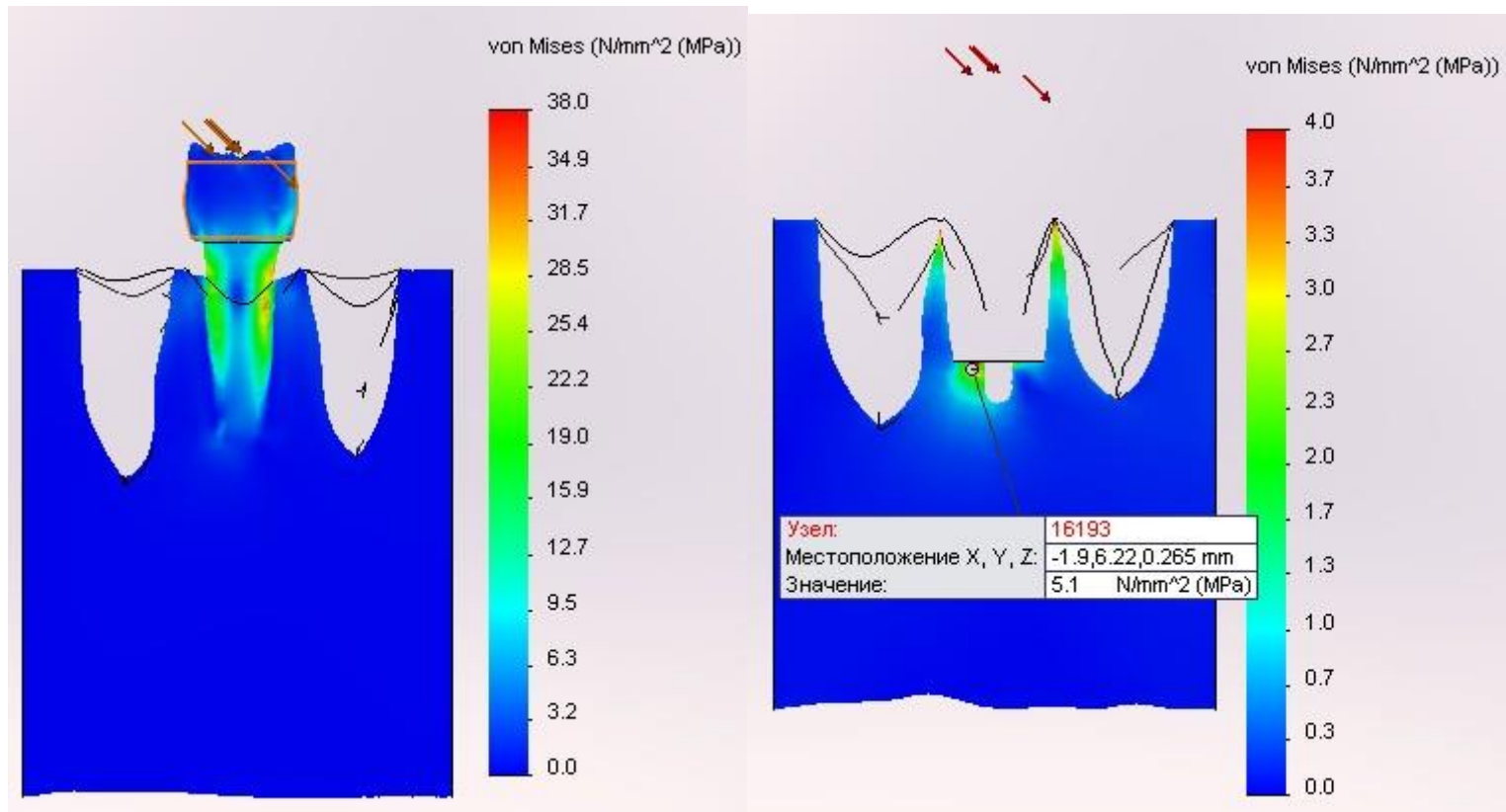


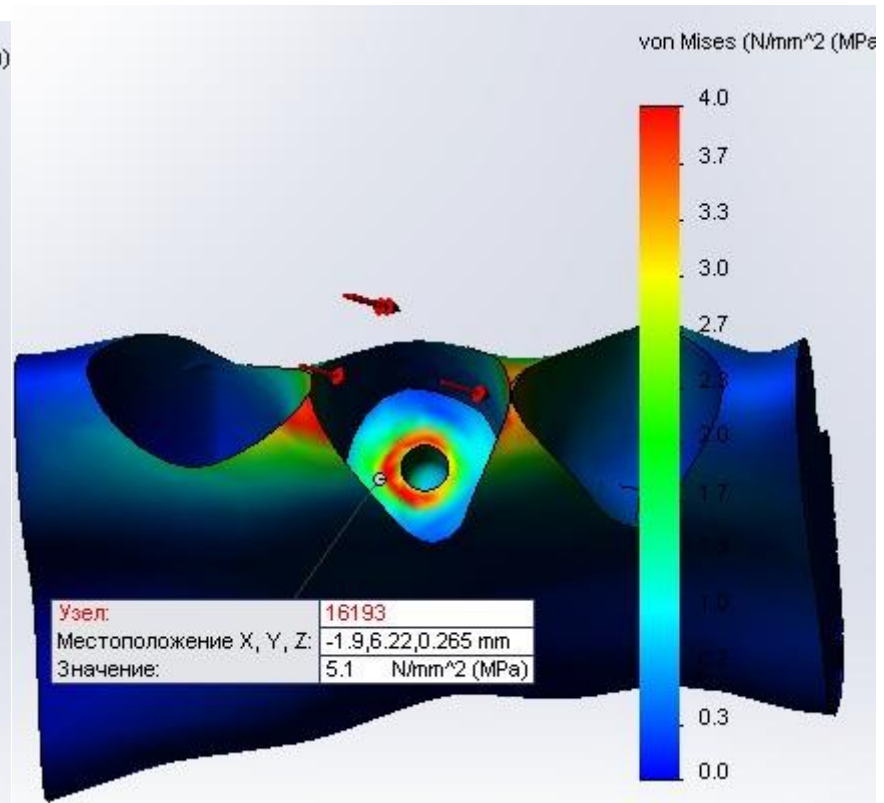
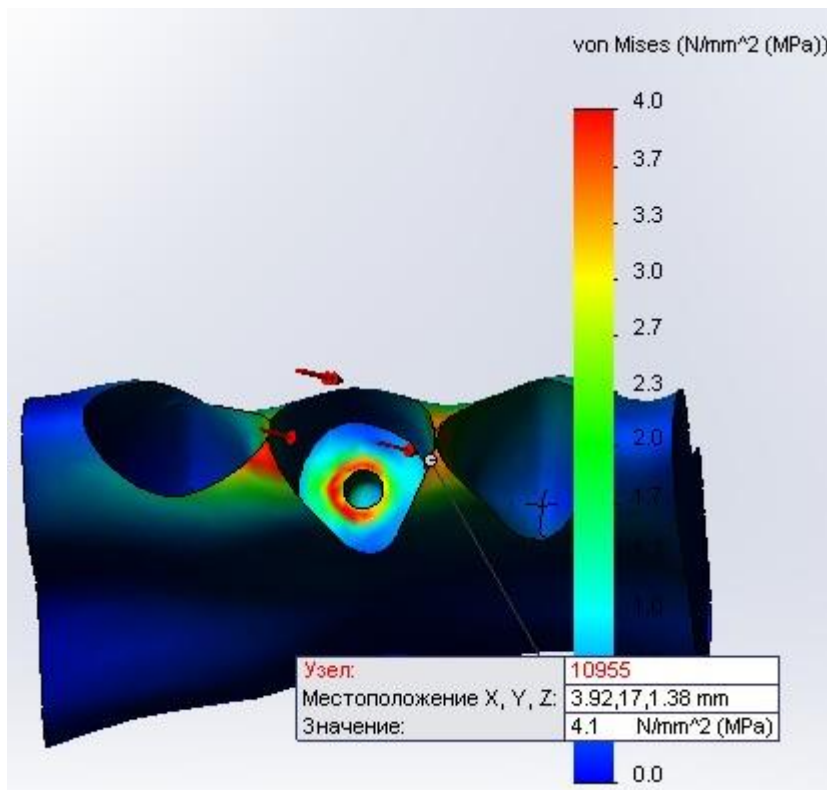




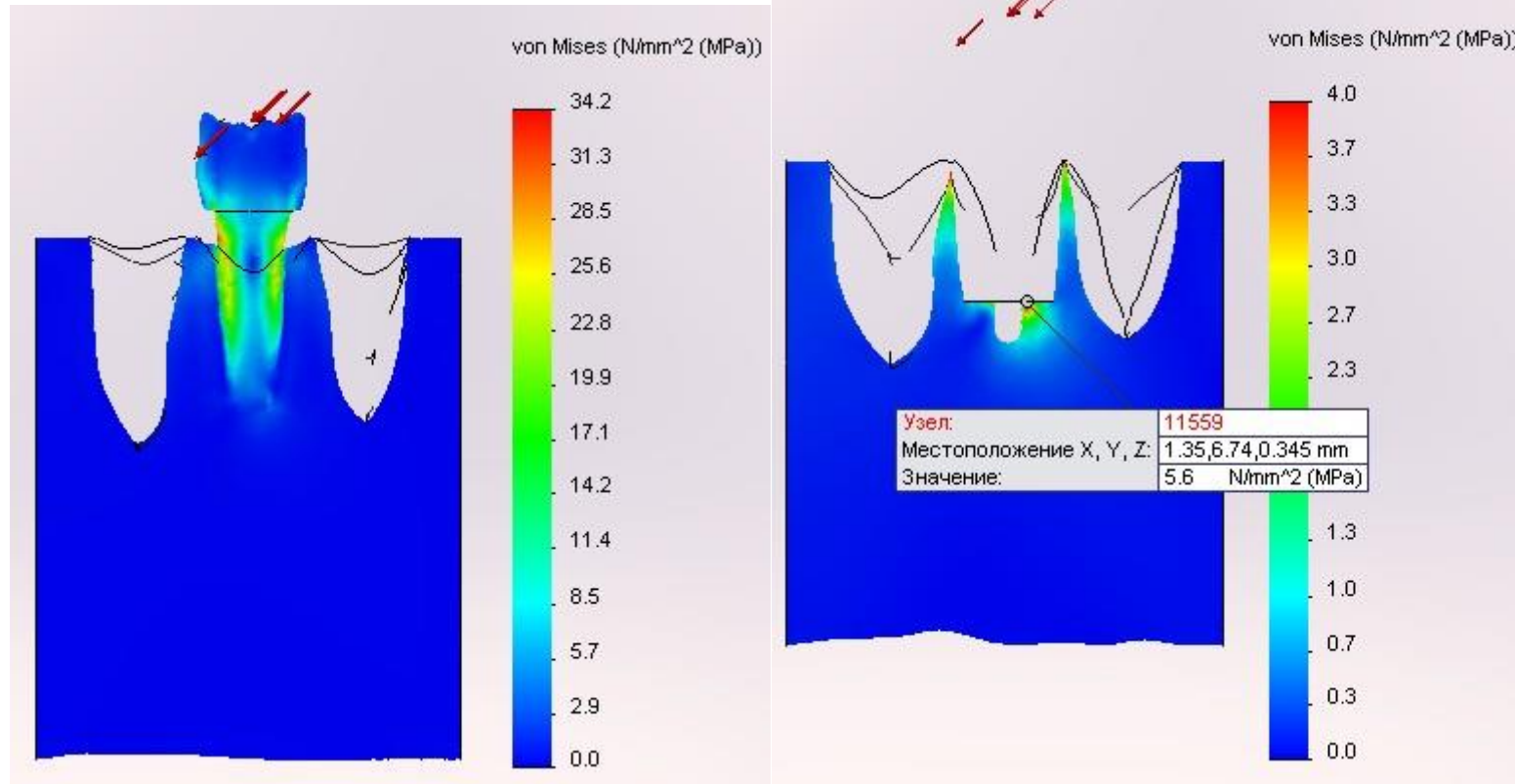




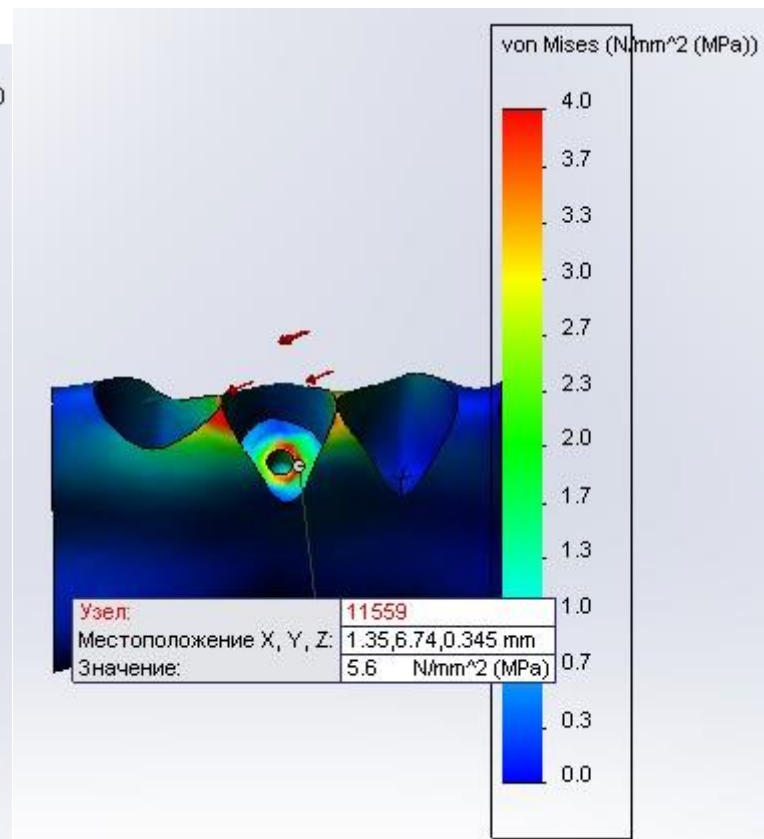
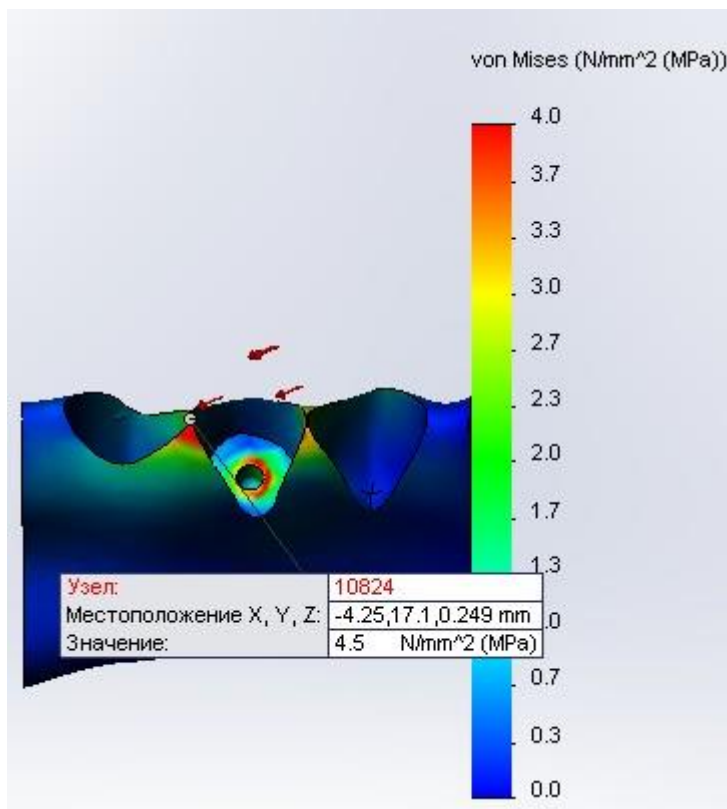




5



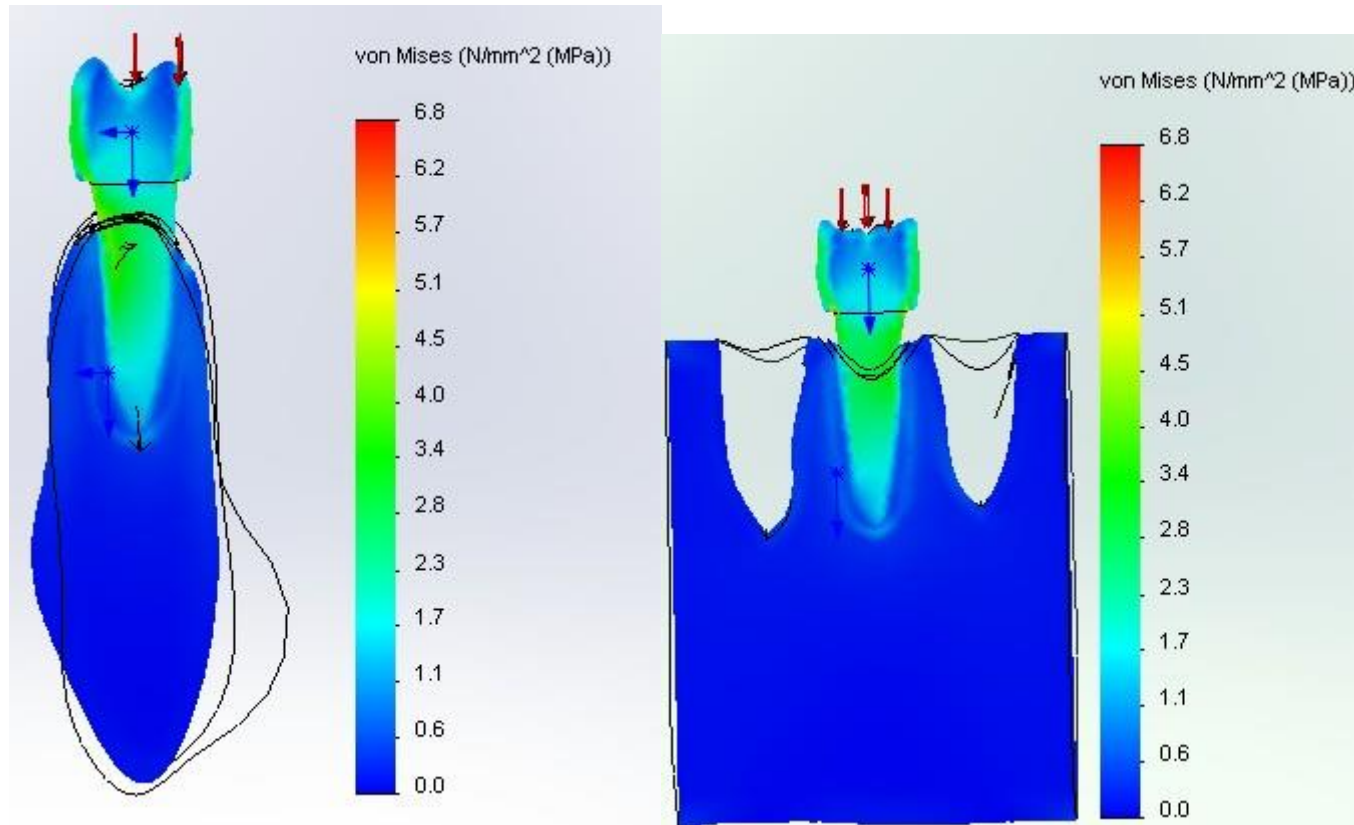


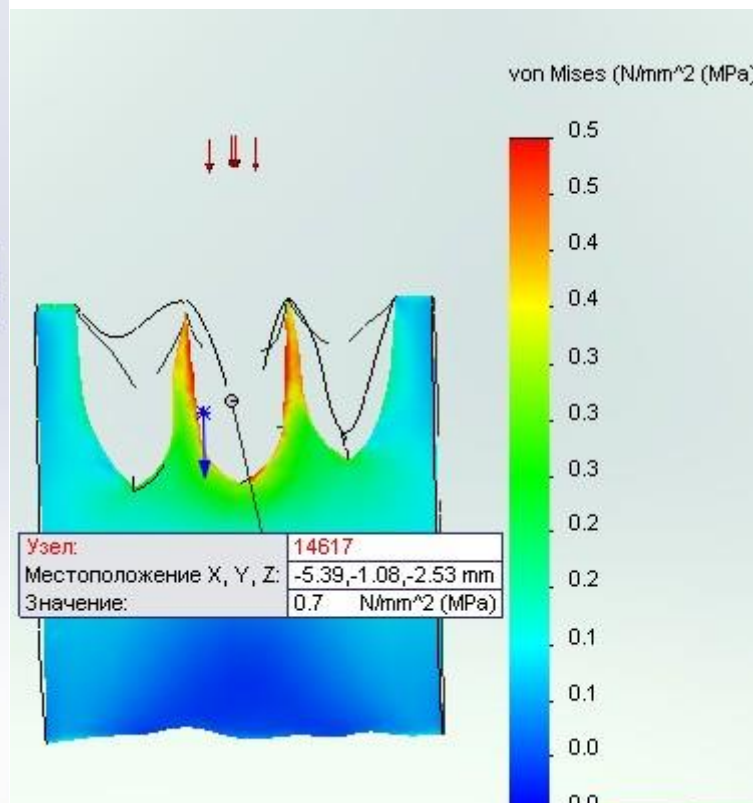
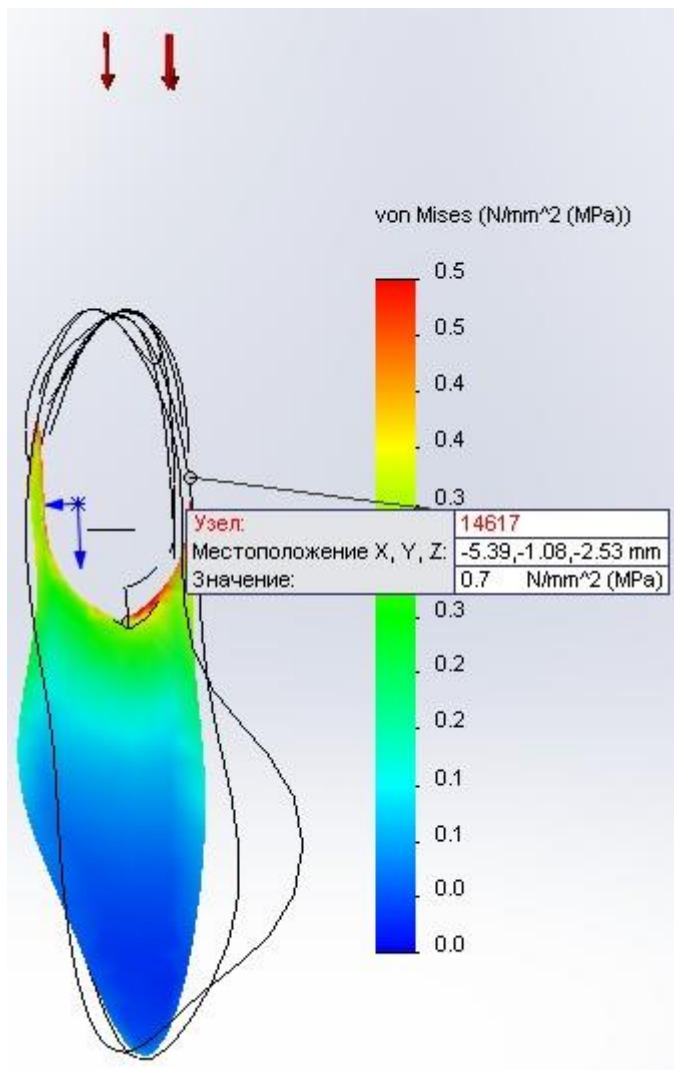


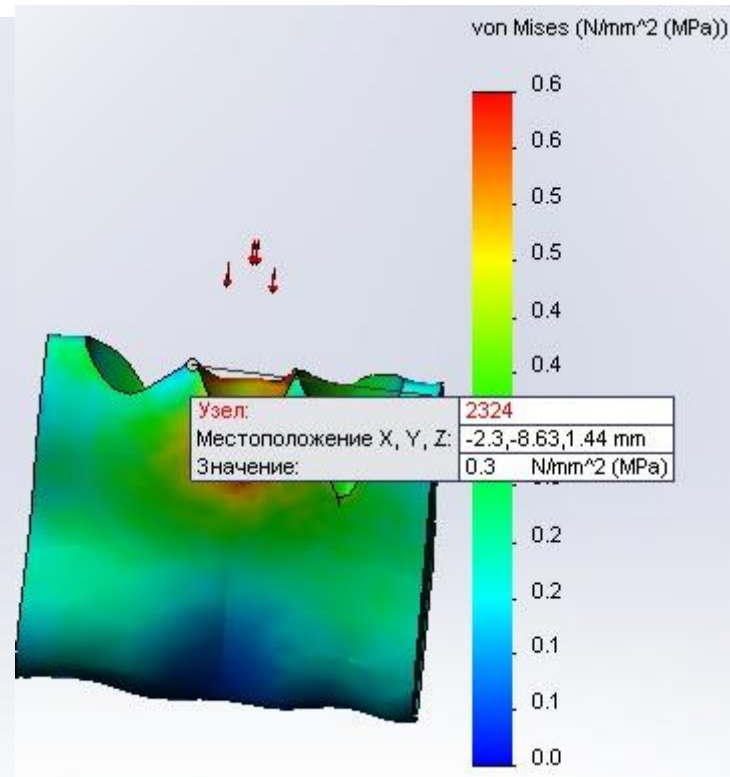
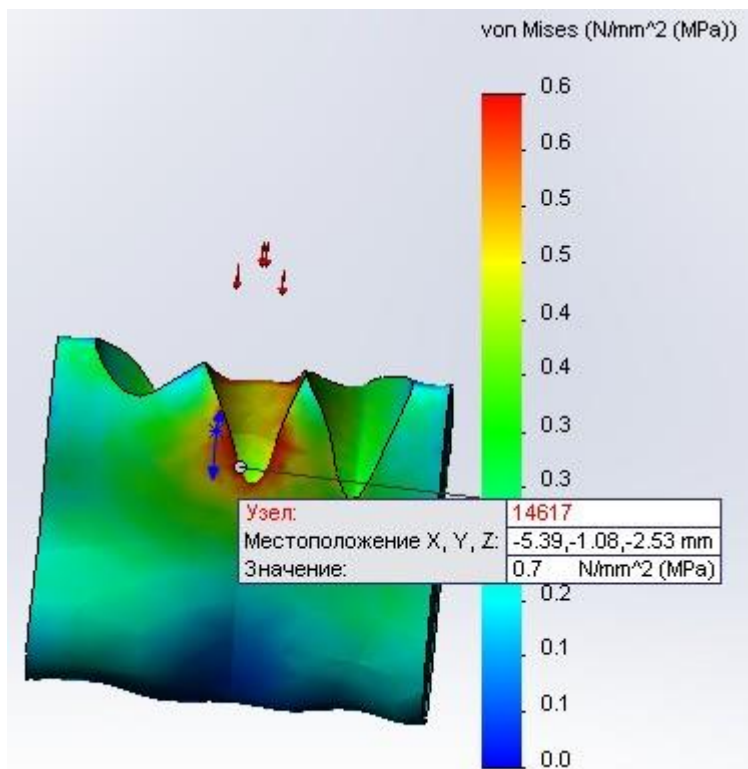


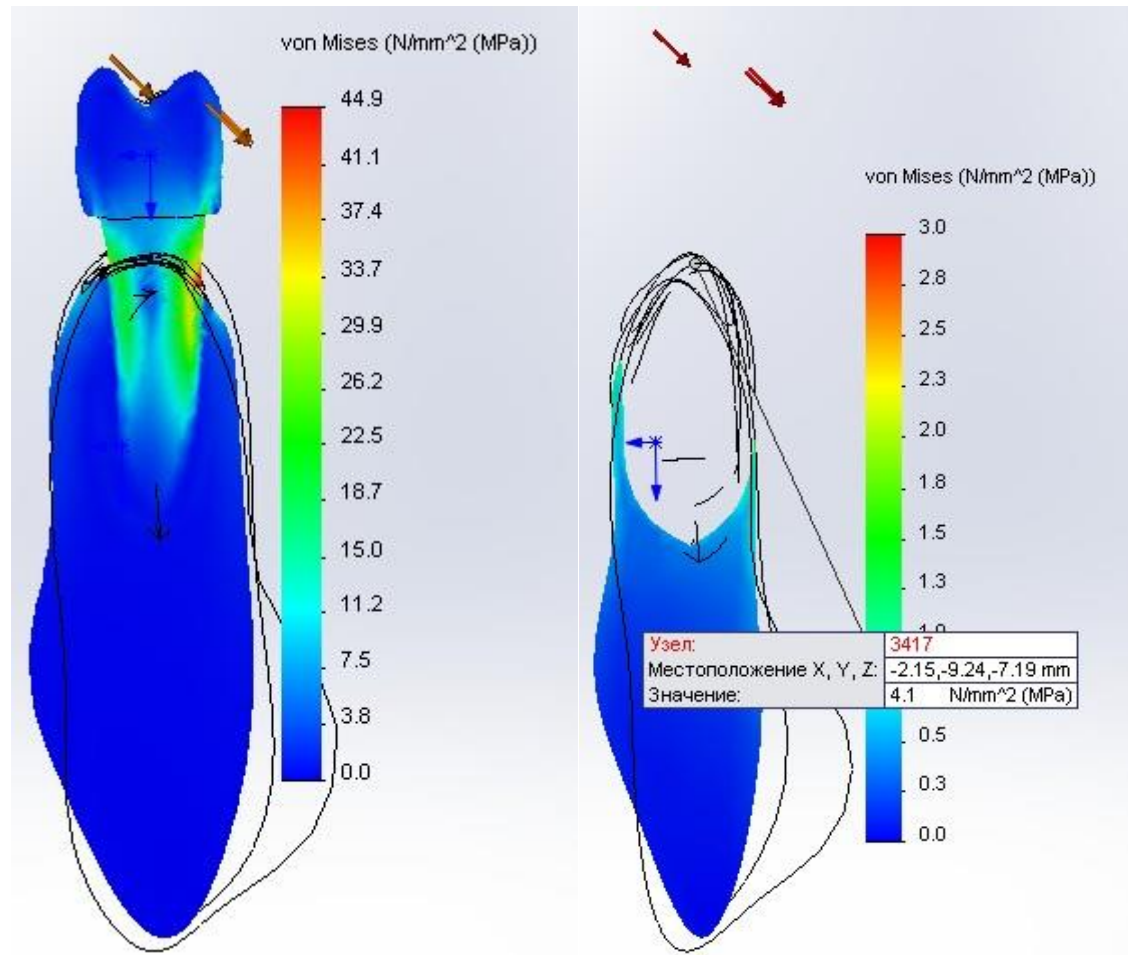
ГК 1 Без резекции.

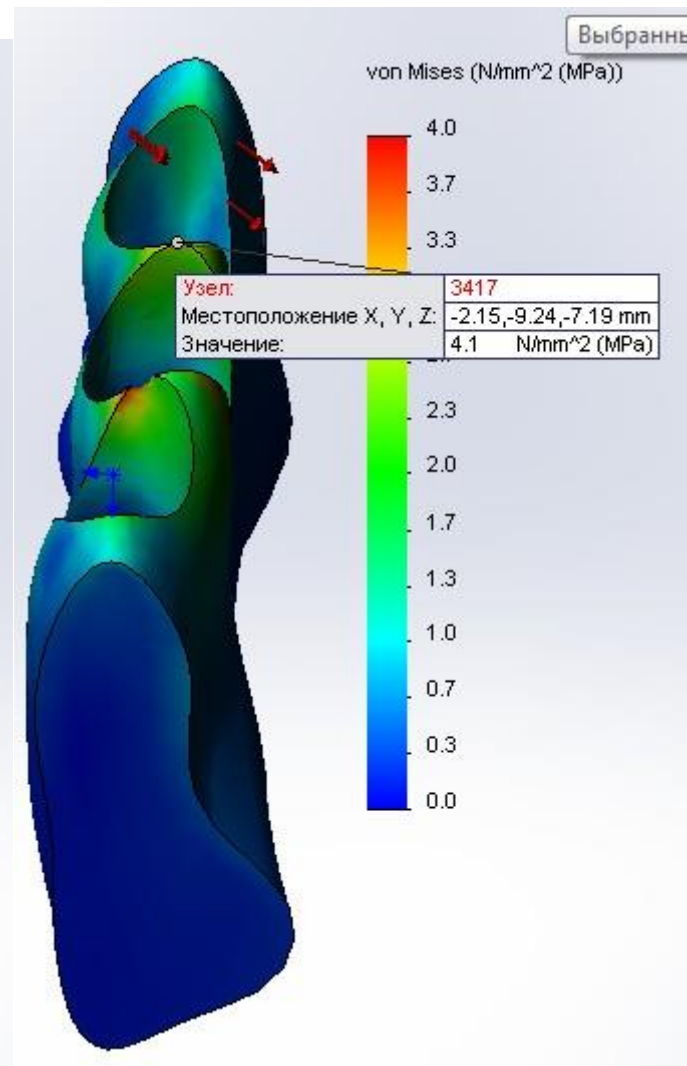
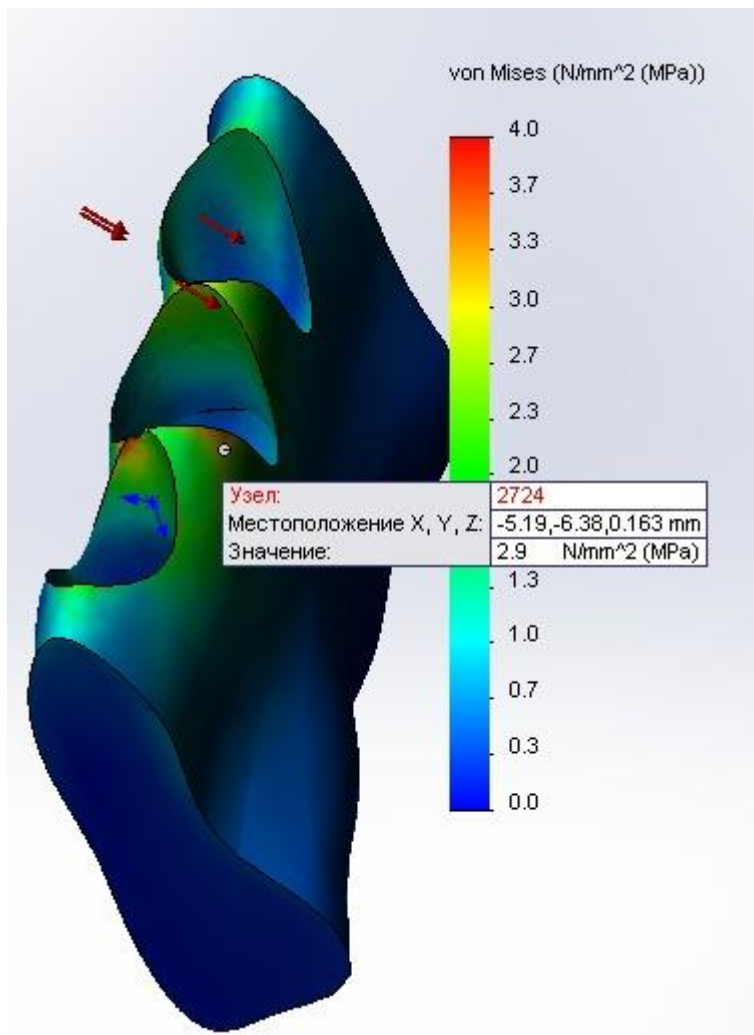
1



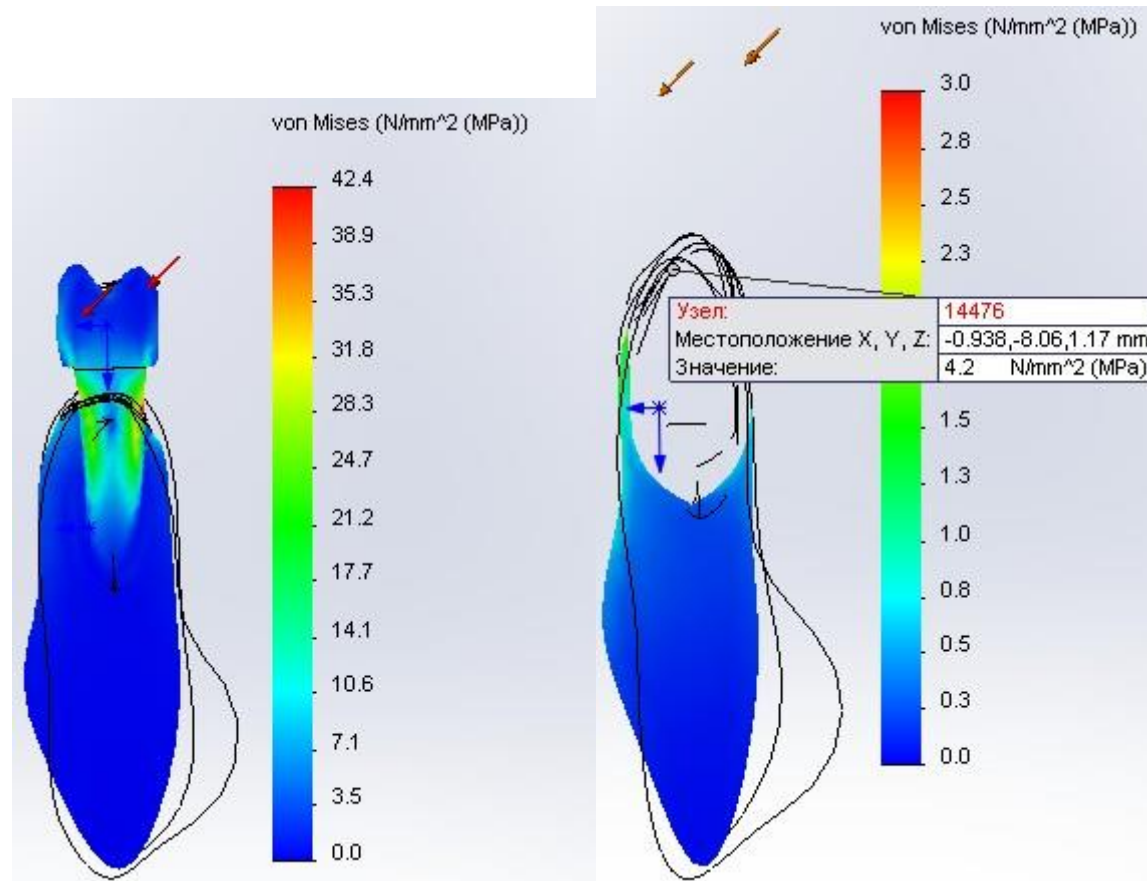




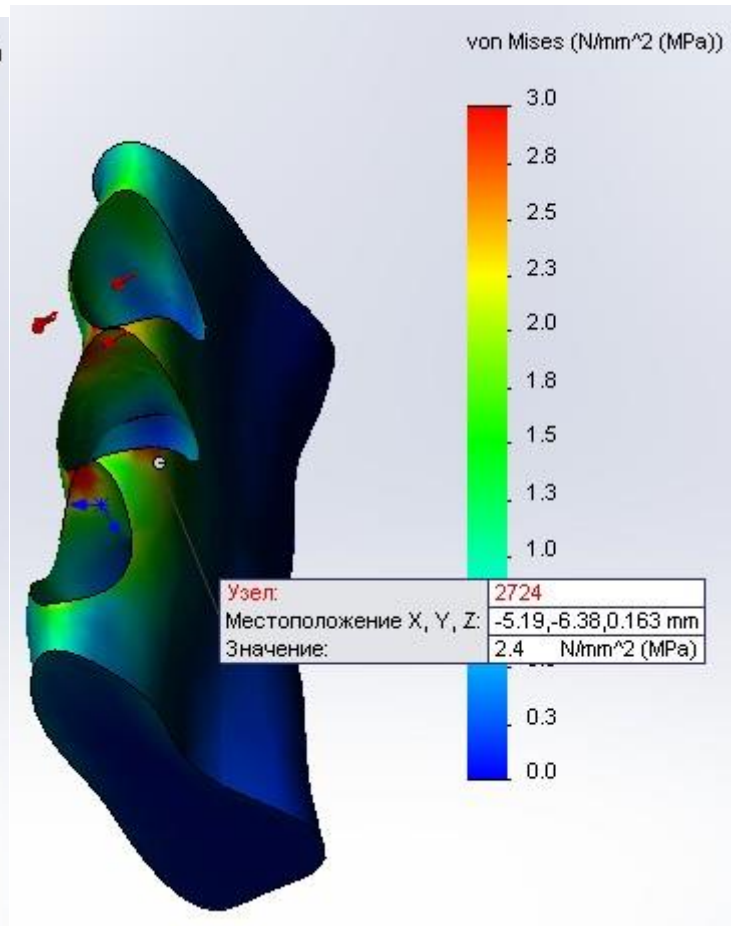
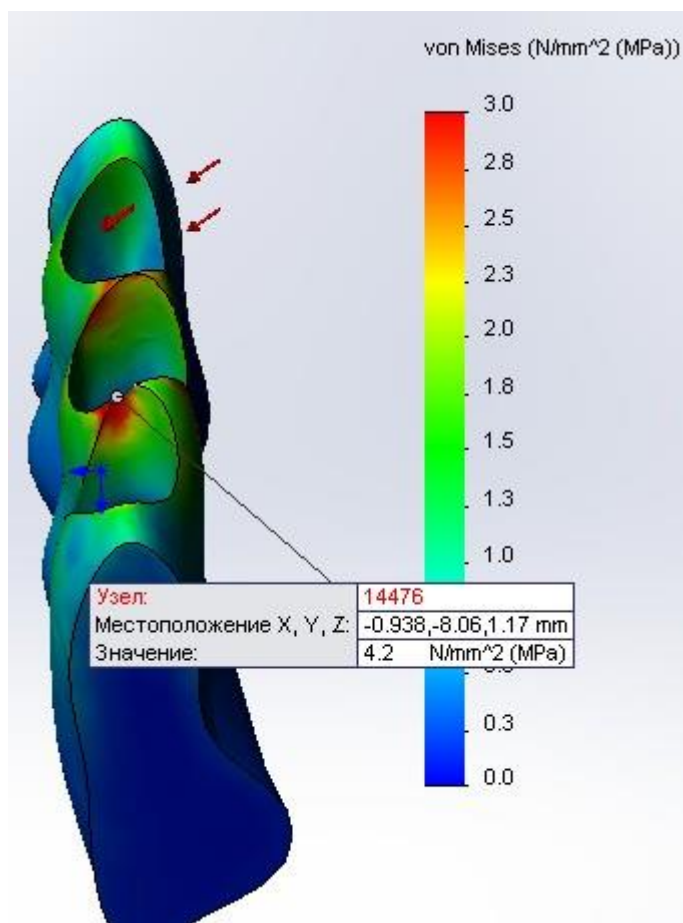




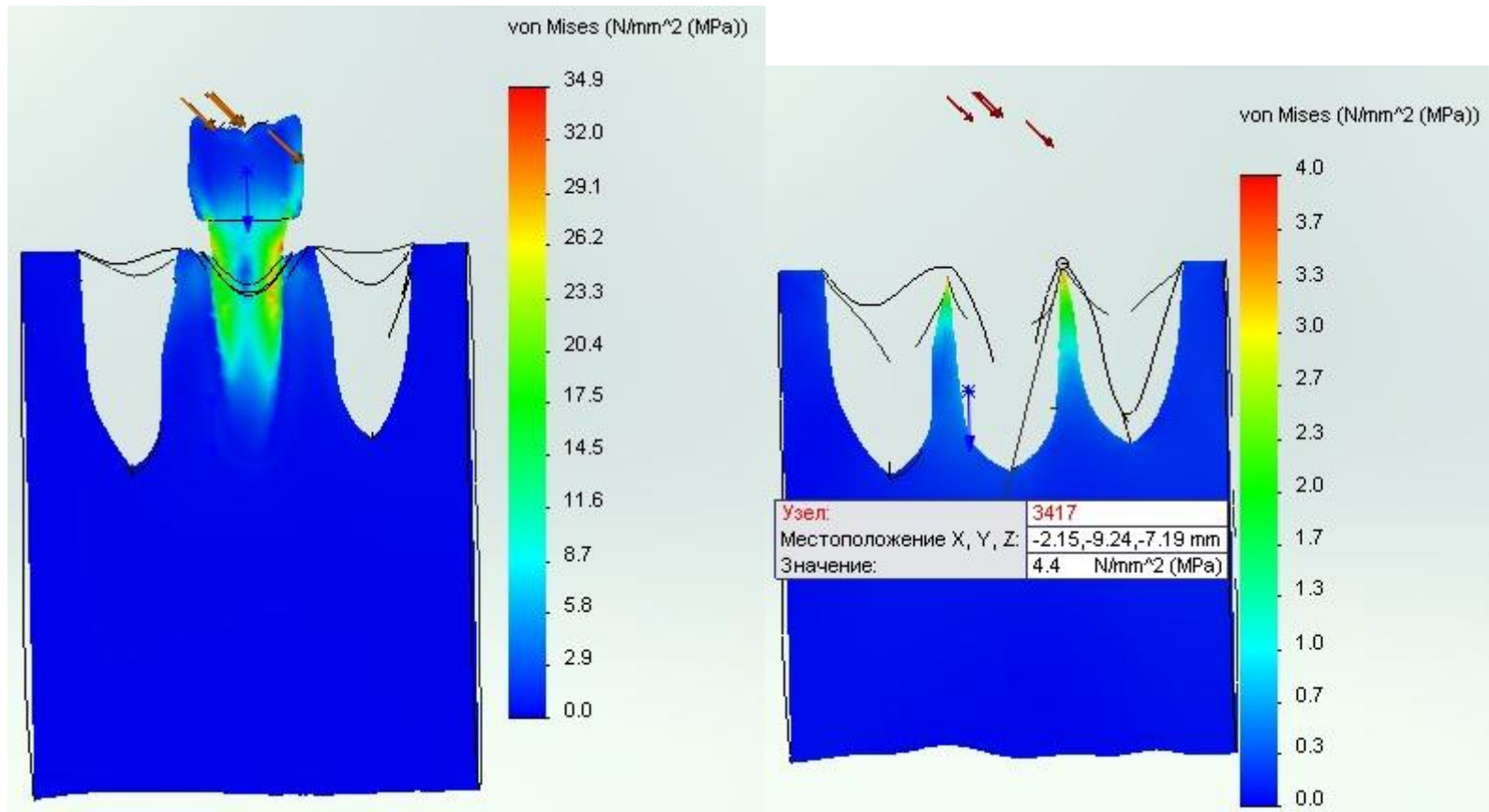
3

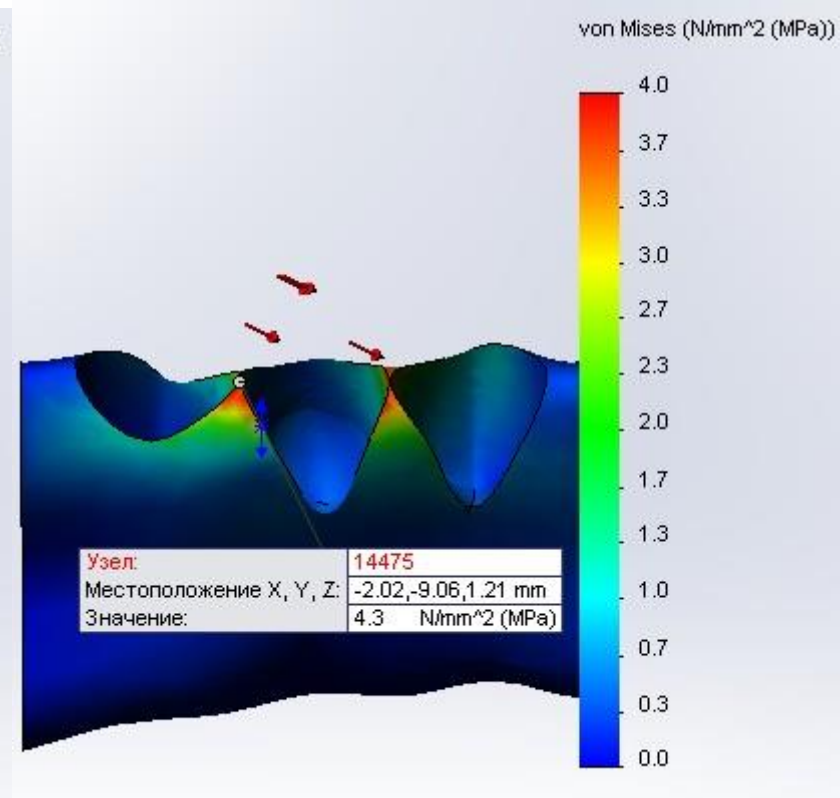
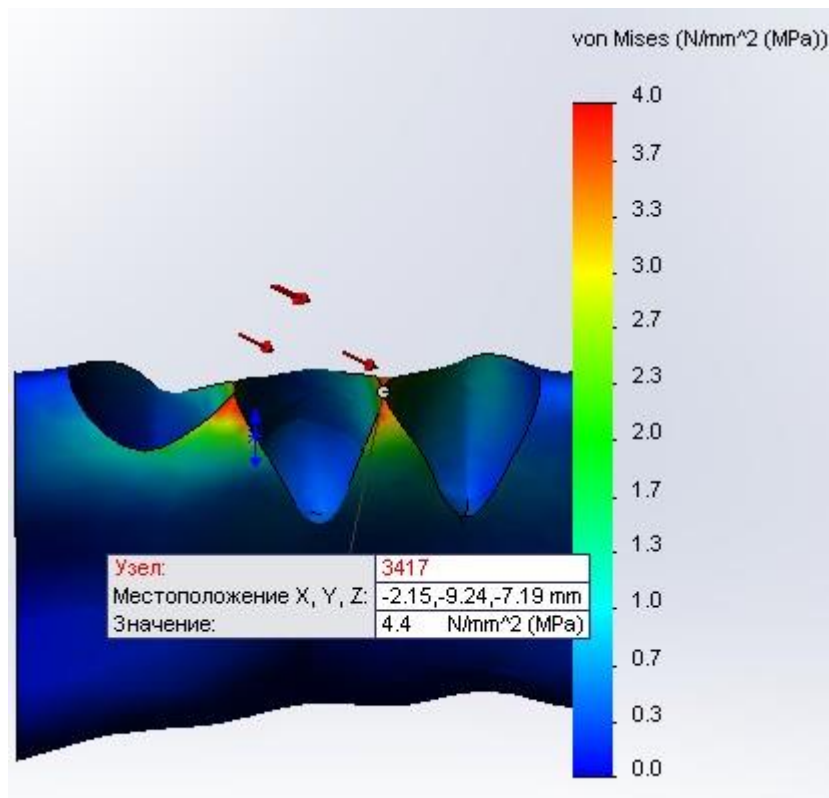












5

